고1 수학

집합과 명제 완성

개념 설명 · 풀이 예제 · 세 난도 연습 · 단원평가 · 전체 해설

10쪽 미리보기 | 06 필요·충분조건

$x \in A$	$p \to q$	$(a-b)^2 \geq 0$
원소를 분류해요	조건을 연결해요	근거를 증명해요

대상을 분류하고, 조건의 관계를 증명해요.

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이름 _____ 학습 시작일 _____

Aldus Libris

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이 책을 쓰는 방법

본책 06 단원 일부를 미리 볼 수 있어요. 필요조건과 충분조건의 개념과 예제, 연습문항, 해설을 담았어요.

1쪽 표지

2쪽 안내

3~4쪽 필요·충분조건 개념·예제 4개

5~7쪽 기초·연결·도전 각 4문항

8~10쪽 12문항 전체 해설

1. 개념을 읽을 때 집합의 대상 범위, 전체집합 U와 끝점 포함 여부에 표시해요. 정수와 실수는 같은 식에서도 해집합이 다를 수 있어요.

2. 예제를 읽은 뒤 풀이를 가리고 첫 줄부터 다시 써 보세요. 기초는 정의, 연결은 여러 조건, 도전은 반례·매개변수·증명까지 다루어요.

3. 틀린 문항은 원소 분류, 화살표 방향, 부정의 범위, 계산, 등호 조건 중 어느 지점에서 어긋났는지 적어요. 답만 고치지 말고 그 지점의 풀이를 다시 써요.

4. 답이 같아도 증명의 대상과 가정을 빠뜨리지 않았는지 살펴요. 대상과 가정, 결론을 함께 적어 보세요.

개념을 읽고 직접 풀어 본 뒤 해설을 확인해 보세요. 대상의 범위·전제·결론·등호 조건을 문항별로 확인해요.

06 개념을 읽어요

필요·충분조건

어느 조건에서 어느 조건으로 갈 수 있는지 화살표로 확인해요.

p가 성립하면 q가 반드시 성립할 때 p는 q이기 위한 충분조건이고, q는 p이기 위한 필요조건이에요. 말의 순서에 기대기보다 p → q가 성립하는지 먼저 확인해요.

두 방향 p → q와 q → p가 모두 성립하면 필요충분조건이에요. 한 방향만 성립하면 충분조건만 또는 필요조건만이라고 구별해요. 두 방향 모두 성립하지 않으면 둘 다 아니에요.

진리집합 P와 Q를 쓰면 충분조건은 P ⊆ Q, 필요조건은 Q ⊆ P로 나타나요. 열린 끝점과 닫힌 끝점, 공집합인 조건까지 포함하여 대상 범위 전체에서 판단해요.

p → q : p는 q의 충분조건, q는 p의 필요조건

P = Q ⇔ p와 q는 서로 필요충분조건

예제 W06-1

정수 n에서 p: n은 4의 배수, q: n은 짝수예요. p는 q이기 위한 어떤 조건인가요?

1. 4k는 짝수여서 p → q는 참이에요.
2. n = 2는 q를 만족하지만 p는 만족하지 않아 역은 거짓이에요.

답 충분조건만

예제 W06-2

실수 x에서 p: $x^2 = 25$, q: x = 5예요. p는 q이기 위한 어떤 조건인가요?

1. q이면 p이므로 p는 q의 필요조건이에요.
2. p의 해에는 -5도 있으므로 p만으로 q를 보장하지는 못해요.

답 필요조건만

풀이의 첫 줄을 골라요

매개변수가 있는 범위에서는 한 구간이 다른 구간 안에 들어가는지 확인해요. 필요조건을 요구하면 포함 방향이 바뀌므로 문장 아래에 Q ⊂ P를 먼저 써 두면 좋아요.

예제 W06-3

실수 x에서 p: $|x| = 2$, q: $x^2 = 4$예요. p와 q의 관계를 판단하세요.

1. $|x| = 2$의 해는 -2, 2예요.
2. $x^2 = 4$의 실수 해도 같아서 양방향이 모두 성립해요.

답 필요충분조건

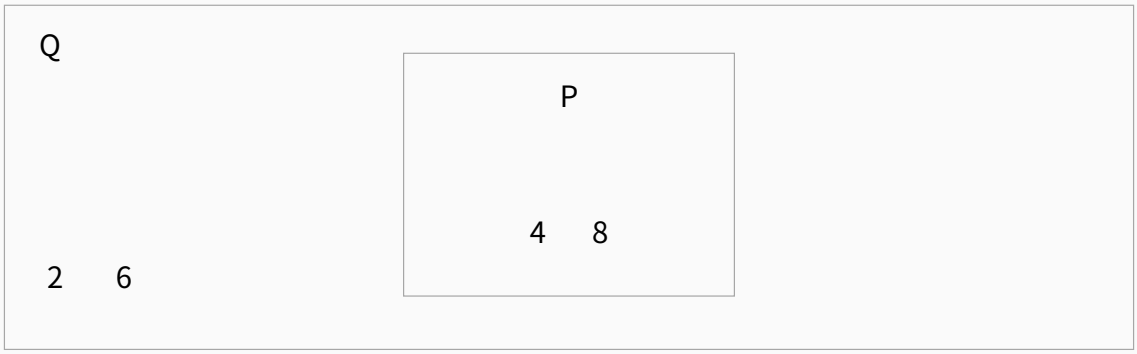
예제 W06-4

실수 x에서 p: $x \geq a$, q: $x > 2$예요. p가 q의 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 범위를 구하세요.

1. $a \leq 2$이면 $x = a$가 p를 만족하지만 q를 만족하지 않아요.
2. $a > 2$이면 $x \geq a > 2$여서 충분조건이에요. $a = 2$는 제외해요.

답 $a > 2$

좁은 조건에서 넓은 조건으로



F06 P = {4, 8}, Q = {2, 4, 6, 8}에서 P ⊂ Q. p는 q의 충분조건만이에요.

자주 놓치는 지점

필요라는 일상말을 더 강한 조건이라는 뜻으로 해석하지 않아요. 예를 들어 4의 배수라는 조건은 짝수라는 조건보다 범위가 좁아서 충분조건이 돼요.

☐ p에서 q로 가는 방향을 확인했나요?

☐ 필요조건만인지 필요충분인지 구별했나요?

06 · 1단계 기초

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-1-1

실수 x에서 p: x = 1, q: x > 0일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-1-2

실수 x에서 p: x ≥ 0, q: x = 0일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-1-3

실수 x에서 p: 2x = 6, q: x = 3일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-1-4

실수 x에서 p: x > 3, q: x < 1일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

06 · 2단계 연결

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-2-1

실수 x에서 p: $x^2 = 1$, q: x = -1일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-2-2

실수 x에서 p: $-1 < x < 2$, q: $-2 \le x \le 3$일 때 p의 조건 종류를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-2-3

실수 x에서 p: $x \ge a$, q: $x \ge 3$예요. p가 q의 필요조건이 되도록 하는 a의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-4

U = {1, 2, 3, 4, 5}, P = {1, 3}, Q = {1, 3}일 때 p는 q이기 위한 어떤 조건인가요?

풀이 / 검산

06 · 3단계 도전

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-3-1

실수 x에서 p: $a - 1 \le x \le a + 1$, q: $-3 \le x \le 4$예요. p가 q의 충분조건이 되도록 a의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-2

실수 x에서 p: $x^2 \le 9$, q: $-b \le x \le b$이고 $b \ge 0$이에요. 필요충분조건이 되도록 b를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-3

실수 x에서 p: $x^2 + 1 = 0$, q: $x = 2$예요. p는 q이기 위한 어떤 조건인가요?

풀이 / 검산

E06-3-4

실수 x에서 p: $(x - 1)(x - 4) = 0$, q: $x^2 - 5x + 4 = 0$예요. 필요충분조건인지 판단하세요.

풀이 / 검산

06 · 1단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-1-1 | 충분조건만

1. x = 1이면 양수이므로 p에서 q로 갈 수 있어요. 2. 양수 2는 p를 만족하지 않으므로 역은 거짓이에요.

E06-1-2 | 필요조건만

1. q를 만족하면 p도 만족해요. 2. p는 x = 1도 허용하므로 q를 보장하지 못해요.

E06-1-3 | 필요충분조건

1. 2x = 6을 풀면 x = 3이에요. 2. 두 조건의 해집합이 같으므로 필요충분조건이에요.

E06-1-4 | 둘 다 아님

1. x = 4는 p만 만족하고 x = 0은 q만 만족해요. 2. 두 방향 모두 반례가 있으므로 필요조건도 충분조건도 아니에요.

06 · 2단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-2-1 | 필요조건만

1. q이면 p이지만 p의 해는 -1, 1이에요. 2. x = 1 때문에 충분조건은 아니에요.

E06-2-2 | 충분조건만

1. p의 열린 구간은 q의 닫힌 구간 안에 들어요. 2. x = 3은 q만 만족하므로 역은 성립하지 않아요.

E06-2-3 | a ≤ 3

1. 필요조건이므로 Q ⊆ P여야 해요. 2. 3을 포함한 모든 x ≥ 3이 x ≥ a에 속하려면 a ≤ 3이고 이때 포함이 성립해요.

E06-2-4 | 필요충분조건

1. 두 진리집합이 같아요. 2. P ⊆ Q와 Q ⊆ P가 모두 성립해요.

06 · 3단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-3-1 | $-2 \le a \le 3$

1. 구간 P의 왼쪽 끝이 -3 이상이고 오른쪽 끝이 4 이하여야 해요. 2. $a - 1 \ge -3$, $a + 1 \le 4$를 함께 풀면 $-2 \le a \le 3$이에요.

E06-3-2 | b = 3

1. p의 진리집합은 [-3, 3]이에요. 2. q의 양 끝점이 같아야 하므로 b = 3이에요.

E06-3-3 | 충분조건만

1. P = ∅이므로 P ⊂ Q는 성립해요. 2. Q = {2}는 P의 부분집합이 아니어서 필요조건은 아니에요. 전제를 만족하는 원소가 없는 경우도 포함 관계로 판단해요.

E06-3-4 | 필요충분조건

1. 전개하면 $(x - 1)(x - 4) = x^2 - 5x + 4$예요. 2. 따라서 두 조건은 실수 전체에서 같은 해를 가져요.