고1 수학

다항식 완성

개념 설명 · 풀이 예제 · 세 난도 연습 · 단원평가 · 전체 해설

10쪽 미리보기 | 05 나머지정리와 인수정리

P(x)	P = DQ + R	P(r) = 0
다항식을 읽어요	관계를 확인해요	인수를 찾아요

직접 풀고, 식으로 검산해 보아요.

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이름 _____ 학습 시작일 _____

Aldus Libris

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이 책을 쓰는 방법

본책 05 단원 일부를 미리 볼 수 있어요. 나머지정리와 인수정리의 개념과 예제, 연습문항, 해설을 담았어요.

1쪽 표지

2쪽 안내

3~4쪽 나머지정리·인수정리 개념과 예제 4개

5~7쪽 기초·연결·도전 각 4문항

8~10쪽 12문항 전체 해설

개념 페이지에서는 밑줄을 긋기보다 “왜 이 항끼리 합칠 수 있지?”처럼 이유를 한 문장으로 말해 보세요. 이어지는 예제의 풀이를 가리고 첫 줄을 직접 써 보아요.

1단계 기초는 계산 도구를 익히는 문제예요. 2단계 연결은 도구 두 가지를 이어 써요. 3단계 도전은 조건을 정리하거나 식의 모양을 바꾸는 일이 더 필요해요. 세 단계 모두 정답보다 시작한 이유를 설명해 보세요.

틀렸을 때는 바로 답만 옮기지 않아요. 부호, 차수, 대입값, 나머지의 차수 중 무엇을 놓쳤는지 표시해요. 다음 날 풀이를 가리고 같은 문제의 첫 줄과 검산을 다시 적어 보세요.

단원평가는 앞의 개념과 연습을 마친 뒤 풀어요. 제한 시간과 배점은 정하지 않았어요. 풀이를 마친 뒤 틀린 문항의 소단원으로 돌아가 보완해요. 문항 번호는 본문과 정답·해설에서 동일하게 사용해요.

개념을 읽고 직접 풀어 본 뒤 해설을 확인해 보세요. 샘플의 문항 번호는 본책과 같아요.

05 개념을 읽어요

나머지정리와 인수정리를 연결해요

대입으로 나머지를 구하고, 두 조건으로 일차 나머지를 결정해요.

P(x)를 x - r로 나누면 P(x) = (x - r)Q(x) + R이에요. x = r을 넣으면 첫 항이 0이 되어 P(r) = R이에요. 이것이 나머지정리예요.

나머지가 0이면 P(x) = (x - r)Q(x)이므로 x - r이 인수예요. 반대로 인수이면 P(r) = 0이에요. 이 두 방향을 함께 인수정리라고 불러요.

서로 다른 두 일차식의 곱으로 나누면 나머지는 ux + v로 놓아요. 두 근에서 P의 값을 알면 u, v를 정할 수 있어요. 두 근이 같으면 같은 값을 두 번 대입해도 새 조건이 생기지 않아요.

x - r로 나눈 나머지 = P(r)

x - r이 인수 ⇔ P(r) = 0

ax - b로 나눈 나머지 = P(b/a), 단 a ≠ 0

예제 W05-1

$P(x) = 2x^3 - x + 4$를 x - 2로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

1. x - 2 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요.
2. x = 2일 때 나머지는 P(2) = 18예요.
3. 확인: $P(x) - (x - 2)(2x^2 + 4x + 7) = 18$.

답 18

예제 W05-2

$P(x) = 4x^3 - 3x + 2$를 2x + 1로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

1. 2x + 1 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요.
2. x = - 1/2일 때 나머지는 P(- 1/2) = 3예요.
3. 확인: $P(x) - (2x + 1)(2x^2 - x - 1) = 3$.

답 3

풀이의 첫 줄을 골라요

나머지정리는 원래 식을 전부 전개할 필요를 줄여 줘요. 합이나 곱의 나머지도 같은 수를 넣어 계산할 수 있어요. 이차식으로 나눌 때는 나머지가 상수라는 보장이 없다는 점을 기억해요.

예제 W05-3

$P(x) = x^3 + ax^2 - 3x + 2$가 $x - 2$로 나누어떨어져요. a를 구해 보세요.

1. 인수정리에 따라 $P(2)=0$으로 놓아요.
2. $4a + 4 = 0$에서 $a = -1$를 얻어요.
3. 함께 정리하면 $a = -1$예요.

답 $a = -1$

예제 W05-4

$P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4$를 $(x - 1)(x + 2)$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

1. 나머지를 나누는 식보다 차수가 낮은 다항식으로 놓아요.
2. $R(x) = ux + v$로 놓고 $x = -2, 1$을 각각 넣어요.
3. $R(-2) = 6$, $R(1) = 6$을 풀면 $R(x) = 6$예요.
4. 확인: $P(x) - ((x - 1)(x + 2))(x + 1) = 6$.

답 6

자주 놓치는 지점

$x + 2$로 나눌 때 $P(2)$를 계산하는 실수가 자주 나와요. 나누는 식을 0으로 만드는 수 -2를 넣어야 해요.

☐ 나누는 식이 0이 되는 값을 넣었나요?

☐ 인수 조건에서는 나머지를 정확히 0으로 두었나요?

05 · 1단계 기초

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E05-1-1

$P(x) = x^3 + 3x - 5$를 $x - 1$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-1-2

$P(x) = 2x^3 + x^2 - 4$를 $x + 2$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-1-3

$P(x) = x^4 - 2x^2 + 7$를 $x - 3$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-1-4

$x^2 + ax + 6$이 $x - 3$을 인수로 가져요. a를 구해 보세요.

풀이 / 검산

05 · 2단계 연결

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E05-2-1

$P(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2x + 3$를 $2x - 1$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-2-2

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx$예요. $x - 1$로 나눈 나머지가 5, $x + 2$로 나눈 나머지가 -1일 때 a, b를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-2-3

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$를 $(x - 1)(x + 1)$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-2-4

$P(x) = (x^2 + 2x - 3)(2x^2 - x + 4)$를 $x - 2$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

05 · 3단계 도전

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E05-3-1

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$이 $x - 1$과 $x + 2$를 모두 인수로 가져요. a, b를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-3-2

$P(x) = x^5 + 2x^3 - x + 4$를 $x^2 - 3x + 2$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-3-3

$P(x) = x^{10} + 3x^5 - 2$를 $x + 1$로 나누었을 때의 나머지를 구해 보세요.

풀이 / 검산

E05-3-4

$P(x) = x^2 + ax + b$를 $x - 2$로 나누면 나머지가 7, $x + 3$으로 나누면 나머지가 -3이에요. $P(1)$을 구해 보세요.

풀이 / 검산

05 · 1단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E05-1-1 | - 1

1. x - 1 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요. 2. x = 1일 때 나머지는 P(1) = - 1예요. 3. 확인: P(x) - (x - 1)(x^2 + x + 4) = - 1.

E05-1-2 | - 16

1. x + 2 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요. 2. x = - 2일 때 나머지는 P(- 2) = - 16예요. 3. 확인: P(x) - (x + 2)(2x^2 - 3x + 6) = - 16.

E05-1-3 | 70

1. x - 3 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요. 2. x = 3일 때 나머지는 P(3) = 70예요. 3. 확인: P(x) - (x - 3)(x^3 + 3x^2 + 7x + 21) = 70.

E05-1-4 | a = - 5

1. 인수정리를 써서 x=3일 때 0으로 놓아요. 2. 3a + 15 = 0에서 a = - 5를 얻어요. 3. 함께 정리하면 a = - 5예요.

05 · 2단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E05-2-1 | 4

1. 2x - 1 = 0이 되는 x의 값을 대입하면 몫이 있는 항이 사라져요. 2. x = 1/2일 때 나머지는 P(1/2) = 4예요. 3. 확인: $P(x) - (2x - 1)(4x^2 + 1) = 4$.

E05-2-2 | a = 5/2, b = 3/2

1. 각 일차식이 0이 되는 값을 대입해요. 2. a + b - 4 = 0에서 a = 4 - b를 얻어요. 3. 9 - 6b = 0에서 b = 3/2를 얻어요. 4. 함께 정리하면 a = 5/2, b = 3/2예요.

E05-2-3 | 6x - 4

1. 나머지를 나누는 식보다 차수가 낮은 다항식으로 놓아요. 2. R(x) = ux + v로 놓고 x = - 1, 1을 각각 넣어요. 3. R(- 1) = - 10, R(1) = 2을 풀면 R(x) = 6x - 4예요. 4. 확인: P(x) - ((x - 1)(x + 1))(2x - 3) = 6x - 4.

E05-2-4 | 50

1. 곱 전체를 전개하지 않고 두 인수에 x=2를 각각 넣어 곱해요. 2. x = 2일 때 나머지는 P(2) = 50예요. 3. 확인: $P(x) - (x - 2)(2x^3 + 7x^2 + 10x + 31) = 50$.

05 · 3단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E05-3-1 | a = 4, b = 1

1. P(1)=0, P(-2)=0을 함께 써요. 2. a + b - 5 = 0에서 a = 5 - b를 얻어요. 3. 6 - 6b = 0에서 b = 1를 얻어요. 4. 함께 정리하면 a = 4, b = 1예요.

E05-3-2 | 44x - 38

1. 나머지를 나누는 식보다 차수가 낮은 다항식으로 놓아요. 2. R(x) = ux + v로 놓고 x = 1, 2을 각각 넣어요. 3. R(1) = 6, R(2) = 50을 풀면 R(x) = 44x - 38예요. 4. 확인: P(x) - $(x^2 - 3x + 2)(x^3 + 3x^2 + 9x + 21) = 44x - 38$.

E05-3-3 | - 4

1. x=-1을 넣으면 짝수 거듭제곱은 1, 홀수 거듭제곱은 -1이에요. 2. x = - 1일 때 나머지는 P(- 1) = - 4예요. 3. 확인: P(x) - $(x + 1)(x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 2) = - 4$.

E05-3-4 | 1

1. 나머지 두 조건에서 a, b를 정한 뒤 1을 넣어요. 2. 2a + b - 3 = 0에서 a = 3/2 - b/2를 얻어요. 3. 5b/2 + 15/2 = 0에서 b = - 3를 얻어요. 4. 함께 정리하면 a = 3, b = - 3예요. 5. 요구한 식 1 + a + b에 대입하면 1예요.