고1 수학

함수와 그래프 완성

개념 설명 · 풀이 예제 · 세 난도 연습 · 단원평가 · 전체 해설

10쪽 미리보기 | 06 유리식과 기본 유리함수

$y = f(x)$	$g(f(x))$	$f^{-1}(x)$
대응을 살펴요	변화를 이어요	입출력을 뒤집어요

입력과 출력을 연결하고, 그래프로 확인해요.

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이름 _____ 학습 시작일 _____

Aldus Libris

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이 책을 쓰는 방법

본책 06 단원 일부를 미리 볼 수 있어요. 유리식과 기본 유리함수의 개념과 예제, 연습문항, 해설을 담았어요.

1쪽 표지

2쪽 안내

3~4쪽 유리식·유리함수 개념·예제 4개

5~7쪽 기초·연결·도전 각 4문항

8~10쪽 12문항 전체 해설

각 소단원의 앞 두 쪽은 개념과 예제 네 개예요. 이어지는 세 쪽에서는 기초·연결·도전 네 문항씩을 풀어요. 틀렸다면 해설을 보기 전에 빠진 입력 조건을 먼저 적어 보세요.

기초는 개념과 직접 대입을, 연결은 서로 다른 표현과 조건을, 도전은 간단한 매개변수·역추적·정의역의 경계를 묻도록 구성했어요. 난도는 교사의 검토를 기다리고 있어요.

그래프의 실선은 함수, 점선은 점근선이나 대칭 기준선이에요. 좌표축의 한 단위 길이는 서로 같아요. 끝의 화살표는 표시 창 밖으로 그래프가 계속됨을 뜻하며, 유한 정의역의 점들은 서로 잇지 않아요.

답의 구간에서 [ ]는 끝점 포함, ( )는 끝점 제외예요. ∞와 -∞는 실제 수가 아니므로 닫는 괄호를 쓰지 않아요. R은 실수 전체를 나타내요.

개념을 읽고 직접 풀어 본 뒤 해설을 확인해 보세요. 정의역·제외값·점근선·끝점을 문항별로 확인해요.

06 개념을 읽어요

유리식과 기본 유리함수

분모 조건을 보존하며 유리함수의 정의역·치역·점근선을 구해요.

성취기준 10공수2-03-04

분모에 문자가 들어 있는 분수식도 분모가 0이 아닌 곳에서만 계산할 수 있어요. 약분으로 식이 짧아져도 처음 분모를 0으로 만들던 입력은 계속 제외해야 해요.

$y = k/(x - p) + q$에서 $k \neq 0$이면 $x = p$를 입력할 수 없고 $y = q$도 출력할 수 없어요. 두 직선 $x = p$, $y = q$는 점근선이에요. 점근선은 곡선이 가까워지는 기준선이며 실제 그래프와 다른 선으로 표시해요.

기본 그래프 $y = k/x$를 x방향으로 p, y방향으로 q만큼 옮기면 위 식이 돼요. k가 양수이면 중심 (p, q)을 기준으로 오른쪽 위와 왼쪽 아래에 가지가 있고, 음수이면 반대쪽에 있어요.

$y = k/(x - p) + q$ $(k \neq 0)$

정의역: $x \neq p$, 치역: $y \neq q$, 중심: (p, q)

예제 W06-1

$(x^2 - 4)/(x - 2)$를 간단히 하고 원래 식의 허용 범위를 쓰세요.

1. 분자를 $(x - 2)(x + 2)$로 인수분해해 약분해요.
2. 처음 분모가 0이 되는 $x = 2$는 약분 뒤에도 제외해요.

답 $x + 2$, $x \neq 2$

예제 W06-2

$y = 2/(x - 1) + 1$의 두 점근선과 중심을 쓰세요.

1. 분모가 0이 되는 세로선은 $x = 1$이에요.
2. 이동된 기본 그래프의 가로 점근선은 $y = 1$이고 교점 $(1, 1)$이 중심이에요.

답 $x = 1$, $y = 1$, 중심 $(1, 1)$

풀이의 첫 줄을 골라요

정확한 점을 몇 개 잡고 점근선에 접근하는 방향을 확인해요. 그래프를 그릴 때 분모가 0인 지점 양쪽을 서로 연결하지 않아요.

예제 W06-3

f(x) = -3/(x + 2) + 4의 정의역과 치역을 쓰세요.

1. 분모가 0인 -2를 정의역에서 제외해요.
2. 분수 부분은 0이 될 수 없으므로 출력 4를 제외한 모든 실수를 가져요.

답 x ≠ -2, y ≠ 4

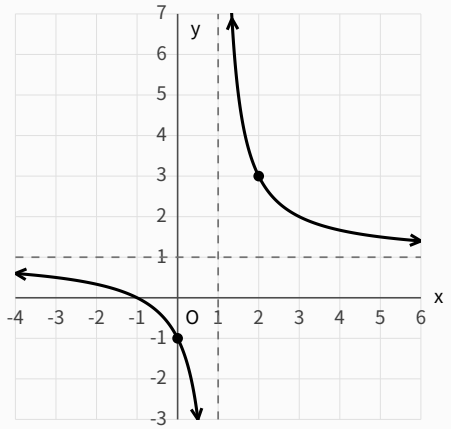
예제 W06-4

y = 4/(x - 2) - 1 위에서 x = 3일 때의 점과 y = 1일 때의 점을 구하세요.

1. x = 3을 넣으면 y = 4 - 1 = 3이에요.
2. y = 1을 넣으면 4/(x - 2) = 2이므로 x = 4예요.

답 (3, 3), (4, 1)

기본 유리함수의 이동



가로 1칸 = 세로 1칸

실선: 함수의 그래프

회색선: 비교 함수

점선: 기준선 / 점근선

표시한 점

(2, 3)

(0, -1)

F06 y = 2/(x - 1) + 1. 점선 x = 1, y = 1은 점근선이며 곡선 두 가지를 잇지 않아요.

자주 놓치는 지점

점근선을 그래프의 일부로 그리지 않아요. 분자와 분모에 같은 인수가 있어도 제외된 입력을 정답에 남겨요.

☐ 정의역과 제외되는 값을 먼저 확인했나요?

☐ 답을 원래 대응이나 식으로 되돌려 확인했나요?

06 · 1단계 기초

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-1-1

f(x) = 5/x에서 f(-1)을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-1-2

유리식 1/(x + 3)이 정의되지 않는 실수 x를 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-1-3

y = 1/x를 오른쪽으로 2, 위로 3만큼 옮긴 그래프의 식을 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-1-4

y = -2/(x + 1)의 가로 점근선을 쓰세요.

풀이 / 검산

06 · 2단계 연결

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-2-1

$(x^2 - 9)/(x + 3) = 0$의 실수 해를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-2

$y = k/(x - 2) + 1$이 점 $(3, 5)$를 지날 때 k를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-3

$y = -2/(x + 1) + 3$의 x절편을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-4

$f(x) = 3/(x - 1)$에서 $f(2) + f(0)$을 구하세요.

풀이 / 검산

06 · 3단계 도전

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-3-1

1/(x - 1) + 1/(x + 1)을 통분하고 정의역을 쓰세요.

풀이 / 검산

E06-3-2

y = k/(x - p) + q, k ≠ 0의 점근선이 x = -2, y = 3이고 점 (-1, 7)을 지나요. 식을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-3

y = 2/(x - 1) + 1에서 x > 1일 때 출력의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-4

f(x) = (x^2 - x)/(x - 1)과 g(x) = x의 자연스러운 실수 정의역을 각각 쓰고, 같은 함수인지 판단하세요.

풀이 / 검산

06 · 1단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-1-1 | -5

1. 분모에 -1을 넣어요. 2. 5/(-1) = -5예요.

E06-1-2 | x = -3

1. 분모가 0인 입력을 찾아요. 2. x + 3 = 0에서 x = -3이에요.

E06-1-3 | y = 1/(x - 2) + 3

1. 오른쪽 이동은 x 대신 x - 2를 넣어요. 2. 위로 3만큼 이동하므로 식 전체에 3을 더해요.

E06-1-4 | y = 0

1. x의 절댓값이 커질수록 분수의 값은 0에 가까워져요. 2. 상하 이동이 없으므로 가로 점근선은 y = 0이에요.

06 · 2단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-2-1 | x = 3

1. 원래 분모 조건으로 x ≠ -3이에요. 2. 분자 (x - 3)(x + 3)이 0인 값 중 허용되는 것은 3뿐이에요.

E06-2-2 | 4

1. 좌표를 대입하면 5 = k/(3 - 2) + 1이에요. 2. 따라서 k = 4예요.

E06-2-3 | x = -1/3

1. y = 0을 대입하면 2/(x + 1) = 3이에요. 2. x + 1 = 2/3에서 x = -1/3이고 제외값 -1과 달라요.

E06-2-4 | 0

1. f(2) = 3, f(0) = -3이에요. 2. 두 값을 더하면 0이에요.

06 · 3단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-3-1 | $2x/(x^2 - 1)$, $x \neq -1, 1$

1. 공통분모는 (x - 1)(x + 1)이고 분자는 (x + 1) + (x - 1) = 2x예요. 2. 처음 두 분모가 0이 되는 -1, 1을 모두 제외해요.

E06-3-2 | $y = 4/(x + 2) + 3$

1. 점근선으로부터 p = -2, q = 3이에요. 2. 7 = k/1 + 3에서 k = 4이므로 y = 4/(x + 2) + 3이에요.

E06-3-3 | $y > 1$

1. x - 1이 양수이므로 분수 부분이 양수예요. 2. 입력 범위 전체에서 분수 부분은 모든 양수를 가지므로 치역은 (1, ∞)예요.

E06-3-4 | f: $x \neq 1$, g: 모든 실수; 다른 함수

1. f는 약분하면 x이지만 원래 분모 조건으로 1을 제외해요. 2. g에는 입력 1이 있으므로 두 함수는 정의역이 달라 같은 함수가 아니에요.