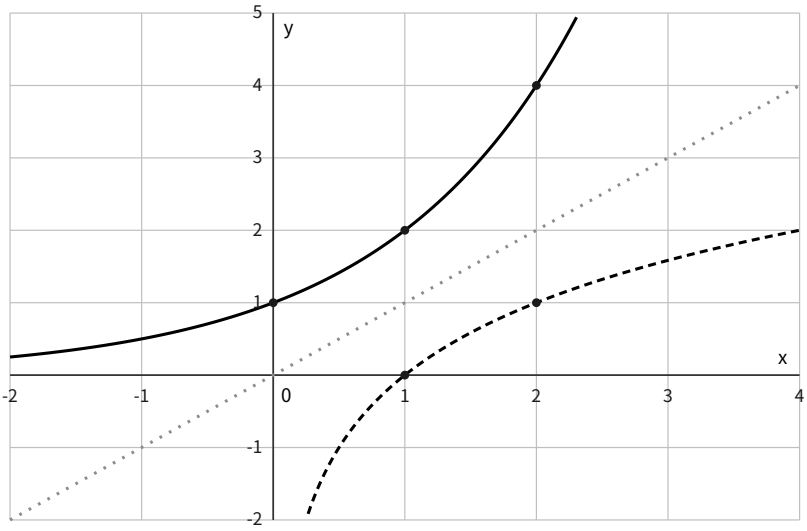
고2 대수 · 8권

지수와 로그 완성

거듭제곱근에서 함수와 활용까지

10쪽 미리보기 · 로그함수와 역함수의 그래프



$2^x = y$
$\log_2 y = x$

입력과 출력을 바꾸어 읽어요.

실선 $y = 2^x$ · 긴 점선 $y = \log_2 x$ · 짧은 점선 $y = x$

Aldus Libris

사람 검토 대기 · 선생님의 내용·난도 검토가 필요해요.

조건부터 적고 답으로 돌아와요

07 로그함수와 역함수의 그래프를 미리 볼 수 있어요. 예제 4개와 기초·연결·도전 각 4문항, 그 전체 해설을 담았어요.

3~4쪽 개념·예제 / 5~7쪽 연습 / 8~10쪽 전체 해설

기초는 정의와 계산을 한 번 적용해요. 연결은 두 가지 조건이나 표현을 이어 써요. 도전은 해의 후보·정의역·끝점·상황의 의미를 함께 판단해요.

틀린 문제는 답만 고치지 말고 처음 놓친 조건을 표시하세요. 예제의 같은 단계로 돌아가 조건 → 식 → 계산 → 원식 확인의 순서를 다시 적어 보세요.

그래프 문제는 점 세 개 이상, 정의역, 점근선, 증가·감소를 함께 표시해요. 해설의 점과 그래프를 대조하되 주어진 구간의 열린 끝과 닫힌 끝을 구별하세요.

문항 번호

W는 풀이 예제, E는 연습, R은 단원 연결 예제, T는 평가예요. E03-2-1은 03 소단원의 연결 단계 첫 문항이에요.

☐ 밑과 진수의 조건을 적었나요?

☐ 증가·감소에 따라 부등호 방향을 골랐나요?

☐ 찾은 해를 원식에 넣고 빠진 해도 확인했나요?

로그함수와 역함수의 그래프

지수함수의 점을 뒤집으면 어떤 그래프가 될까요?

성취기준 12대수01-06 · 07 · 08

$y = \log_a x$는 $y = a^x$의 입력과 출력을 바꾼 함수예요. 지수함수의 점 (u, v)는 로그함수의 점 (v, u)가 되므로 두 그래프는 직선 $y = x$에 대해 대칭이에요.

로그함수의 정의역은 $x > 0$, 치역은 실수 전체예요. (1, 0)을 지나고 y축이 수직 점근선이에요. $a > 1$이면 증가, $0 < a < 1$이면 감소해요.

$y = \log_a(x - h) + k$는 오른쪽으로 h, 위로 k만큼 옮겨요. 진수 조건은 $x > h$, 수직 점근선은 $x = h$예요. 그래프를 그릴 때 진수가 양수인 쪽만 그려요.

$(u, a^u) \leftrightarrow (a^u, u)$: $y = x$에 대한 대칭

$y = \log_a(x - h) + k$: 정의역 $x > h$, 치역 모든 실수, 점근선 $x = h$

예제 W07-1

$y = \log_2 x$에서 $x = 1/2, 1, 2, 4$인 네 점을 구하고 그래프를 그리세요.

1. 각 입력은 2의 -1, 0, 1, 2제곱이에요.
2. 네 점을 지나 증가하는 곡선을 그리고 $x = 0$의 오른쪽에서만 그려요.

답 (1/2, -1), (1, 0), (2, 1), (4, 2)

예제 W07-2

$y = \log_{1/2} x$의 증가·감소와 x절편을 쓰세요.

1. 밑이 0과 1 사이이므로 감소해요.
2. 로그값이 0이면 진수는 1이므로 x절편은 1이에요.

답 감소; x절편 1

지수함수의 점을 뒤집으면 어떤 그래프가 될까요?

현실에서 배수를 알고 소요 시간을 찾을 때 로그함수가 나타나요. 역함수를 구할 때는 정의역과 치역을 바꾸는 일까지 포함해요.

예제 W07-3

$y = \log_3(x - 2) + 1$의 정의역, 수직 점근선, x절편을 구하세요.

1. 진수 조건은 $x - 2 > 0$이고 경계 $x = 2$가 점근선이에요.
2. $y = 0$이면 $\log_3(x - 2) = -1$에서 $x - 2 = 1/3$, $x = 7/3$이에요.

답 $x > 2$; 점근선 $x = 2$; x절편 $7/3$

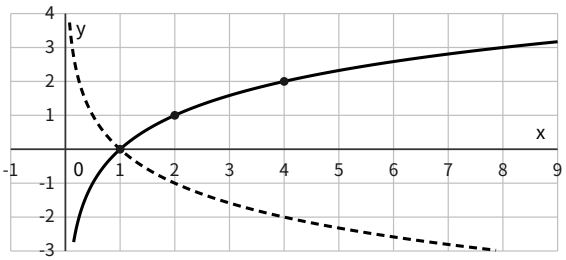
예제 W07-4

$f(x) = 2^x + 3$의 역함수를 구하고 정의역을 쓰세요.

1. $y - 3 = 2^x$에서 $x = \log_2(y - 3)$이에요.
2. x와 y를 바꾸면 역함수는 $\log_2(x - 3)$이고 정의역은 원래 치역 $x > 3$이에요.

답 $f^{-1}(x) = \log_2(x - 3)$; $x > 3$

표와 그래프로 다시 읽어요



실선 $y = \log_2 x$
점선 $y = \log_{1/2} x$
두 곡선은 (1, 0)을 지나고
$x = 0$ 오른쪽에만 있어요.

틀린 생각: $y = \log_2(x - 3)$의 점근선은 $y = 3$이다.

교정: 진수 경계가 $x = 3$이므로 수직선 $x = 3$이에요. 지수함수의 수평 점근선과 구분해요.

역함수의 점에서 두 좌표를 실제로 교환했나요?

07 · 기초

조건과 변형 이유를 한 줄씩 남겨 보세요. 그래프는 점·점근선·끝점을 표시해요.

E07-1-1

$f(x) = \log_3 x$일 때 $f(27)$을 구하세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-1-2

$y = \log_5 x$의 정의역을 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-1-3

$y = \log_2(x + 4)$의 수직 점근선을 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-1-4

점 $(3, 8)$이 $y = 2^x$ 위에 있어요. 이에 대응하는 $y = \log_2 x$ 위의 점을 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

07 · 연결

조건과 변형 이유를 한 줄씩 남겨 보세요. 그래프는 점·점근선·끝점을 표시해요.

E07-2-1

$1 \le x \le 9$에서 $y = \log_3 x$의 치역을 구하세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-2-2

$1/4 \le x \le 2$에서 $y = \log_{1/2} x$의 최솟값과 최댓값을 구하세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-2-3

$y = \log_2(x - h) + 1$이 점 $(6, 3)$을 지나요. h를 구하세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-2-4

가상 성장 모델 $N(t) = 5 \times 3^t$의 역관계를 $t = g(N)$으로 쓰고 $N = 135$일 때 t를 구하세요. $t \ge 0$이에요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

07 · 도전

조건과 변형 이유를 한 줄씩 남겨 보세요. 그래프는 점·점근선·끝점을 표시해요.

E07-3-1

$f(x) = \log_2(x + 1)$의 역함수를 구하고 그 치역을 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-3-2

$y = \log_4 x$와 $y = \log_2 x$의 같은 $x > 0$에서 함수값의 관계를 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-3-3

$2 < x \le 10$에서 $y = \log_2(x - 2)$의 치역을 구하세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

E07-3-4

$y = 3^{x-1}$의 그래프 위 점 (2, 3)을 $y = x$에 대칭이동했어요. 대칭점과 대칭인 곡선의 식을 쓰세요.

조건 / 식 / 계산 / 확인

07 · 1단계 전체 해설

답의 조건과 풀이의 각 변형을 함께 비교해요.

E07-1-1 | 3

1. $3^3 = 27$이에요.
2. 따라서 $\log_3 27 = 3$이에요.

E07-1-2 | x > 0

1. 로그의 진수는 양수여야 해요.
2. 따라서 정의역은 양의 실수 전체예요.

E07-1-3 | x = -4

1. 진수는 x + 4이고 경계는 x + 4 = 0이에요.
2. 그래프는 x > -4에서만 있고 수직 점근선은 x = -4예요.

E07-1-4 | (8, 3)

1. 역함수에서는 입력과 출력을 바꾸어요.
2. (3, 8)의 두 좌표를 바꾼 (8, 3)이에요.

07 · 2단계 전체 해설

답의 조건과 풀이의 각 변형을 함께 비교해요.

E07-2-1 | $0 \le y \le 2$

1. 밑 3은 1보다 커서 증가해요.
2. 양 끝의 값 $\log_3 1 = 0$, $\log_3 9 = 2$를 모두 포함해요.

E07-2-2 | 최솟값 -1, 최댓값 2

1. 감소함수여서 오른쪽 $x = 2$에서 최소 -1이에요.
2. 왼쪽 $x = 1/4$에서는 2이므로 최댓값은 2예요.

E07-2-3 | h = 2

1. $3 = \log_2(6 - h) + 1$에서 $6 - h = 4$예요.
2. $h = 2$이고 진수 4가 양수인지 확인해요.

E07-2-4 | $t = \log_3(N/5)$, $N \ge 5$; $t = 3$

1. $N/5 = 3^t$이므로 $t = \log_3(N/5)$예요. $t \ge 0$에서 $N \ge 5$예요.
2. $135/5 = 27 = 3^3$이므로 $t = 3$이에요.

07 · 3단계 전체 해설

답의 조건과 풀이의 각 변형을 함께 비교해요.

E07-3-1 | $f^{-1}(x) = 2^x - 1$; 치역 $y > -1$

1. $y = \log_2(x + 1)$에서 $x = 2^y - 1$이에요.
2. 두 문자를 바꾸면 $2^x - 1$이고 양수에서 1을 뺀 값이므로 치역은 $y > -1$이에요.

E07-3-2 | $\log_4 x = (1/2)\log_2 x$

1. 밑을 2로 바꾸면 $\log_4 x = \log_2 x / \log_2 4$예요.
2. 분모가 2이므로 같은 입력에서 출력은 절반이에요.

E07-3-3 | $y \le 3$

1. 진수는 $0 < x - 2 \le 8$이므로 위쪽 끝은 $\log_2 8 = 3$이에요.
2. x가 2보다 큰 쪽에서 가까워지면 로그값은 한없이 작아져 아래쪽 끝값은 없어요.

E07-3-4 | (3, 2); $y = \log_3 x + 1$

1. 좌표를 바꾸면 (3, 2)예요.
2. $x = 3^{y-1}$을 y에 대해 풀면 $y = \log_3 x + 1$이고 $x > 0$이에요.