고1 수학

방정식과 부등식 완성

개념 설명 · 풀이 예제 · 세 난도 연습 · 단원평가 · 전체 해설

10쪽 미리보기 | 04 이차방정식과 그래프

$i^2 = -1$	$f(x) = 0$	$f(x) \geq 0$
수의 범위를 넓혀요	교점으로 읽어요	구간으로 나타내요

직접 풀고, 식으로 검산해 보아요.

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이름 _____ 학습 시작일 _____

Aldus Libris

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이 책을 쓰는 방법

본책 04 단원 일부를 미리 볼 수 있어요. 이차방정식과 그래프의 개념과 예제, 연습문항, 해설을 담았어요.

1쪽 표지

2쪽 안내

3~4쪽 이차방정식과 그래프 개념·예제 4개

5~7쪽 기초·연결·도전 각 4문항

8~10쪽 12문항 전체 해설

개념에서 “어느 범위의 수인가?”, “왜 이 변형이 가능한가?”를 한 문장으로 말해 보세요. 풀이 예제를 가리고 첫 줄을 쓴 뒤 원래 조건에 답을 넣어 확인해요.

1단계 기초는 한 가지 도구를 익혀요. 2단계 연결은 계산과 조건을 이어 보아요. 3단계 도전은 경우를 나누거나 여러 조건을 겹쳐요. 틀린 답의 숫자보다 조건을 처음 놓친 줄을 표시해요.

부등식의 답은 수직선에 그리고 끝점의 포함 여부를 표시해요. 방정식은 모든 해를 찾았는지 확인해요. 제곱·분모 제거·치환을 썼다면 원래 식의 범위로 되돌아와요.

단원평가는 소단원 학습과 연결 예제를 마친 뒤 풀어요. 배점과 제한 시간은 정하지 않았어요. 문항 번호는 문제, 빠른 정답, 해설과 복습표에서 같아요.

개념을 읽고 직접 풀어 본 뒤 해설을 확인해 보세요. 방정식은 복소수, 좌표·부등식은 실수 범위가 기본이에요.

04 개념을 읽어요

이차방정식과 그래프의 만남

x축·직선과의 교점을 방정식의 실근으로 읽어요.

$y = ax^2 + bx + c$의 그래프에서 $y = 0$인 점이 x축과의 교점이에요. 그래서 이차방정식의 실근은 교점의 x좌표와 같아요. 허근은 실수 좌표평면의 교점으로 표시하지 않아요.

완전제곱으로 $y = a(x - p)^2 + q$를 만들면 꼭짓점은 (p, q), 대칭축은 $x = p$예요. $a > 0$이면 아래쪽으로 내려갈 수 있는 한계가 q이고, $a < 0$이면 위쪽 한계가 q예요.

포물선 $y = f(x)$와 직선 $y = g(x)$의 교점은 $f(x) = g(x)$를 풀어 구해요. 먼저 x좌표를 얻고, 원래 직선이나 포물선에 대입해 y좌표를 계산해요. 접한다는 것은 교점 방정식이 중근을 갖는다는 뜻이에요.

$y = a(x - p)^2 + q \rightarrow$ 꼭짓점 (p, q)

$f(x) = g(x) \rightarrow$ 교점의 x좌표

예제 W04-1

$y = x^2 - 4x + 3$의 꼭짓점 좌표를 구하세요.

1. $y = (x - 2)^2 - 1$로 바꾸어요.
2. 제곱이 0인 $x = 2$에서 $y = -1$이므로 꼭짓점은 $(2, -1)$이에요.

답 (2, -1)

예제 W04-2

$y = x^2 - 3x - 4$와 x축의 교점 좌표를 구하세요.

1. $y = 0$을 놓으면 $(x + 1)(x - 4) = 0$이에요.
2. $x = -1, 4$에서 $y = 0$이므로 두 점은 $(-1, 0)$, $(4, 0)$이에요.

답 (-1, 0), (4, 0)

풀이의 첫 줄을 골라요

직선과의 위치를 판단할 때에는 원래 f(x)의 판별식이 아니라 f(x) - g(x) = 0의 판별식을 계산해요. 교점 개수는 서로 다른 실근의 개수로 세어요.

예제 W04-3

$y = x^2 - 2x$와 $y = x$의 교점 좌표를 구하세요.

1. $x^2 - 2x = x$에서 $x(x - 3) = 0$이에요.
2. $x = 0, 3$을 $y = x$에 대입하면 $(0, 0)$, $(3, 3)$이에요.

답 (0, 0), (3, 3)

예제 W04-4

직선 $y = 2x + k$가 $y = x^2$에 접하도록 실수 k를 정하고 접점을 구하세요.

1. $x^2 - 2x - k = 0$의 판별식은 $4 + 4k$예요.
2. $D = 0$에서 $k = -1$이고 $(x - 1)^2 = 0$이므로 접점은 $(1, 1)$이에요.

답 k = -1, 접점 (1, 1)

자주 놓치는 지점

x좌표만 구하고 교점이라고 적지 않아요. 점을 물으면 (x, y)로 답하고 두 식에 모두 넣어 확인해요.

☐ 꼭짓점의 x좌표에서 괄호 안 부호를 바르게 읽었나요?

☐ 어느 두 그래프의 차를 0으로 놓았나요?

04 · 1단계 기초

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E04-1-1

$y = (x + 3)^2 - 5$의 꼭짓점 좌표를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-1-2

$y = -2(x - 1)^2 + 4$의 대칭축을 구하세요.

풀이 / 검산

E04-1-3

$y = x^2 + 2x - 8$과 x축의 교점 좌표를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-1-4

$y = x^2 + 1$과 x축의 교점 개수를 구하세요.

풀이 / 검산

04 · 2단계 연결

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E04-2-1

$y = x^2 - 4x + 5$와 $y = 2$의 교점 좌표를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-2-2

$y = x^2 + 2x$와 $y = -x + 4$의 교점 좌표를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-2-3

$y = x^2 - 2x + 3$과 $y = k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 실수 k의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-2-4

$y = x^2$와 $y = 4x + k$가 만나지 않도록 실수 k의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

04 · 3단계 도전

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E04-3-1

직선 $y = 4x + b$가 $y = x^2 + 1$에 접하도록 실수 b와 접점을 구하세요.

풀이 / 검산

E04-3-2

$y = x^2 - 2x - 3$과 x축의 두 교점 사이의 거리를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-3-3

포물선 $y = x^2 - 4x + k$가 점 (1, 2)를 지날 때 k와 꼭짓점 좌표를 구하세요.

풀이 / 검산

E04-3-4

$y = x^2$와 $y = 2x + 3$의 교점 중 x좌표가 큰 점을 P라 해요. P의 좌표와 두 교점의 x좌표의 합을 구하세요.

풀이 / 검산

04 · 1단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E04-1-1 | (-3, -5)

1. x + 3 = x - (-3)으로 읽어요. 2. 꼭짓점은 (-3, -5)이에요.

E04-1-2 | x = 1

1. x = 1을 기준으로 같은 거리의 x는 제곱값이 같아요. 2. 따라서 대칭축은 x = 1이에요.

E04-1-3 | (-4, 0), (2, 0)

1. (x + 4)(x - 2) = 0에서 x = -4, 2예요. 2. x축 위이므로 y = 0을 붙여 두 점을 써요.

E04-1-4 | 0개

1. x^2 + 1 = 0의 판별식은 -4예요. 2. 실근이 없으므로 실수 좌표평면에서 교점은 0개예요.

04 · 2단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E04-2-1 | (1, 2), (3, 2)

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$에서 $(x - 1)(x - 3) = 0$이에요. 2. 각 x에서 y = 2이므로 (1, 2), (3, 2)이에요.

E04-2-2 | (-4, 8), (1, 3)

1. $x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1) = 0$이에요. 2. y = -x + 4에 대입하면 (-4, 8), (1, 3)이에요.

E04-2-3 | k > 2

1. $y = (x - 1)^2 + 2$이므로 가장 낮은 높이는 2예요. 2. 수평선이 꼭짓점보다 위에 있어야 두 점에서 만나므로 k > 2예요.

E04-2-4 | k < -4

1. 교점 방정식은 $x^2 - 4x - k = 0$이에요. 2. $D = 16 + 4k < 0$에서 k < -4예요.

04 · 3단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E04-3-1 | b = -3, 접점 (2, 5)

1. 교점 방정식 $x^2 - 4x + 1 - b = 0$에서 $D = 12 + 4b$예요. 2. $b = -3$이면 $(x - 2)^2 = 0$이고 $y = 5$이므로 접점은 (2, 5)이에요.

E04-3-2 | 4

1. $(x + 1)(x - 3) = 0$에서 교점은 (-1, 0), (3, 0)이에요. 2. 수평 거리이므로 $3 - (-1) = 4$예요.

E04-3-3 | k = 5, 꼭짓점 (2, 1)

1. $x = 1$, $y = 2$를 넣으면 $2 = 1 - 4 + k$에서 $k = 5$예요. 2. $y = (x - 2)^2 + 1$이므로 꼭짓점은 (2, 1)이에요.

E04-3-4 | P = (3, 9), 합 = 2

1. $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) = 0$에서 $x = -1, 3$이에요. 2. 큰 x는 3이고 $y = 9$예요. 두 x좌표의 합은 $-1 + 3 = 2$예요.