고1 수학

도형의 방정식 완성

개념 설명 · 풀이 예제 · 세 난도 연습 · 단원평가 · 전체 해설

10쪽 미리보기 | 06 원과 직선의 위치·접선

A(x, y)	ax + by + c = 0	$x^2 + y^2 = r^2$
점의 위치를 읽어요	직선을 나타내요	원을 나타내요

좌표를 읽고, 관계를 식으로 나타내요.

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이름 _____ 학습 시작일 _____

Aldus Libris

선생님 검토를 거쳐 출간할 예정이에요.

이 책을 쓰는 방법

본책 06 단원 일부를 미리 볼 수 있어요. 원과 직선의 위치, 접선의 개념과 예제, 연습문항, 해설을 담았어요.

1쪽 표지

2쪽 안내

3~4쪽 원과 직선의 위치·접선 개념·예제 4개

5~7쪽 기초·연결·도전 각 4문항

8~10쪽 12문항 전체 해설

1. 좌표와 조건에 표시해요. 축 위인지, 선분 안인지, 원의 반지름이 양수인지 먼저 살펴요.

2. 그림을 보며 첫 식을 적어요. 그림의 길이를 자로 재기보다 거리·기울기·대입으로 조건을 나타내요.

3. 연습은 기초 → 연결 → 도전 순서로 풀어요. 막히면 비슷한 예제의 첫 식을 확인하고 다시 시작해요.

4. 정답을 본 뒤에는 원래 점이나 방정식에 대입해요. ±, 분모 0, 수직선, 이동 순서를 따로 확인해요.

5. 틀린 문제는 놓친 조건과 고친 첫 줄을 적고 나중에 다시 풀어요. 단원평가에서 여러 개념을 연결해요.

개념을 읽고 직접 풀어 본 뒤 해설을 확인해 보세요. 좌표와 매개변수는 실수이고 반지름은 양수가 기본이에요.

06 개념을 읽어요

원과 직선의 위치·접선

중심에서 직선까지의 거리로 교점 수를 판단하고 접선을 구해요.

원의 중심에서 직선까지의 거리를 d, 반지름을 r이라 해요. d < r이면 두 점에서 만나고, d = r이면 한 점에서 접하며, d > r이면 만나지 않아요. 접점에서는 반지름과 접선이 수직이에요.

직선식을 원에 대입해 얻은 이차방정식의 서로 다른 실근 수로 교점 수를 확인할 수도 있어요. 판별식이 0인 경우 접점 하나가 나와요. 수직선 x = 상수는 x를 바로 대입하면 돼요.

원 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 위의 점 (x_0, y_0)에서의 접선은 $(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = r^2$이에요. 원점 중심인 경우에는 $x_0x + y_0y = r^2$로 간단해져요.

d < r: 교점 2개 / d = r: 접점 1개 / d > r: 교점 0개

현의 길이 = $2\sqrt{(r^2 - d^2)}$, $0 \le d < r$

예제 W06-1

원 $x^2 + y^2 = 25$와 직선 y = 3의 교점을 모두 구하세요.

1. y = 3을 대입하면 $x^2 + 9 = 25$예요.
2. x = ±4이므로 두 교점은 (-4, 3), (4, 3)이에요.

답 (-4, 3), (4, 3)

예제 W06-2

원 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$와 직선 x = 4의 위치 관계와 접점을 구하세요.

1. 중심 (1, -2)에서 직선 x = 4까지 거리는 3으로 반지름과 같아요.
2. x = 4를 대입하면 $(y + 2)^2 = 0$이므로 접점 (4, -2)이에요.

답 접함, 접점 (4, -2)

풀이의 첫 줄을 골라요

원 밖의 점에서 그은 두 접선은 수직인 접선이 섞일 수도 있어요. $y - y_1 = m(x - x_1)$로 시작했다면 $x = x_1$도 따로 살펴요. 접선 조건은 중심에서 직선까지의 거리 = 반지름이에요.

예제 W06-3

원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 (3, 4)에서의 접선을 구하세요.

1. $3^2 + 4^2 = 25$이므로 주어진 점은 원 위에 있어요.
2. 반지름 방향 (3, 4)에 수직인 접선은 $3(x - 3) + 4(y - 4) = 0$이에요.

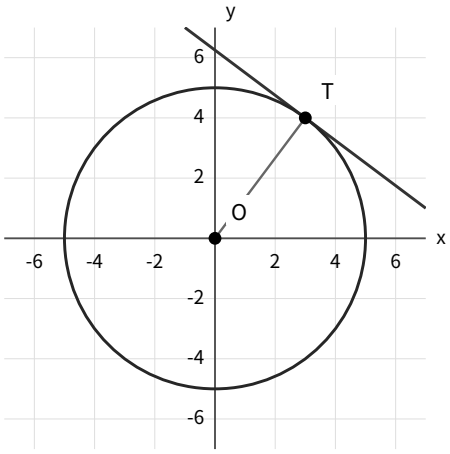
답 3x + 4y = 25

예제 W06-4

원 $x^2 + y^2 = 10$에 접하고 기울기가 3인 직선을 모두 구하세요.

1. 직선을 $3x - y + b = 0$으로 두면 중심에서 거리는 $|b|/\sqrt{10}$이에요.
2. $|b|/\sqrt{10} = \sqrt{10}$에서 $b = \pm 10$이에요.

답 y = 3x + 10, y = 3x - 10



F06 원 $x^2 + y^2 = 25$의 점 T(3, 4)에서 접선은 $3x + 4y = 25$예요. OT와 접선은 수직이에요.

자주 놓치는 지점

원 위의 점인지 확인하지 않고 접선 공식을 쓰지 않아요. 현의 길이에서는 중심에서 현에 내린 수선이 현을 이등분한다는 성질을 써요.

☐ 교점 수와 접점 수를 구별했나요?

☐ 직선의 수직인 경우도 확인했나요?

06 · 1단계 기초

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-1-1

원 $x^2 + y^2 = 9$와 직선 $y = 4$의 교점 수를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-1-2

원 $x^2 + y^2 = 16$과 직선 $x = 0$의 교점을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-1-3

원 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 위의 점 $(4, 1)$에서의 접선을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-1-4

원 $x^2 + y^2 = 25$에서 직선 $y = 4$가 만드는 현의 길이를 구하세요.

풀이 / 검산

06 · 2단계 연결

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-2-1

원 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$와 직선 $x + y = 6$의 교점을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-2

원 $x^2 + y^2 = 4$와 직선 $x + y = k$가 접하도록 k를 모두 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-3

원 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$ 위의 $(2, 6)$에서의 접선을 구하세요.

풀이 / 검산

E06-2-4

원 $x^2 + y^2 = 26$을 직선 $2x + 3y = 13$이 자를 때 현의 길이를 구하세요.

풀이 / 검산

06 · 3단계 도전

풀이를 먼저 쓰고, 마지막 줄에서 원래 식이나 조건으로 검산해요.

E06-3-1

원 $x^2 + y^2 = 9$와 직선 $x + 2y = k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 k의 범위를 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-2

점 (5, 0)을 지나고 원 $x^2 + y^2 = 9$에 접하는 직선을 모두 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-3

점 (2, 3)을 지나고 원 $x^2 + y^2 = 4$에 접하는 직선을 모두 구하세요.

풀이 / 검산

E06-3-4

원 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 25$와 직선 $3x + 4y = 9$의 두 교점을 A, B라 할 때 AB의 중점을 구하세요.

풀이 / 검산

06 · 1단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-1-1 | 0개

1. 중심에서 직선까지 거리는 4예요. 2. 4 > 3이므로 만나지 않아요.

E06-1-2 | (0, -4), (0, 4)

1. x = 0을 대입하면 $y^2 = 16$이에요. 2. y = ±4에서 두 점을 얻어요.

E06-1-3 | x = 4

1. 중심과 접점을 잇는 반지름은 수평이에요. 2. 접선은 수직인 x = 4예요.

E06-1-4 | 6

1. 반지름 5, 중심에서 현까지 거리 4예요. 2. 현의 길이는 $2\sqrt{(25 - 16)} = 6$이에요.

06 · 2단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-2-1 | (2, 4), (3, 3)

1. $y = 6 - x$를 대입하면 $2x^2 - 10x + 12 = 0$이에요. 2. $x = 2$ 또는 3이고 각각 $y = 4$ 또는 3이에요.

E06-2-2 | $k = \pm 2\sqrt{2}$

1. 중심에서 직선까지 거리는 $|k|/\sqrt{2}$예요. 2. $|k|/\sqrt{2} = 2$에서 $k^2 = 8$, 즉 $k = \pm 2\sqrt{2}$예요.

E06-2-3 | 3x + 4y - 30 = 0

1. 중심에서 접점으로의 방향은 (3, 4)이에요. 2. $3(x - 2) + 4(y - 6) = 0$에서 $3x + 4y - 30 = 0$이에요.

E06-2-4 | $2\sqrt{13}$

1. 중심에서 직선까지 거리는 $13/\sqrt{13} = \sqrt{13}$이고 반지름은 $\sqrt{26}$이에요. 2. 현의 길이는 $2\sqrt{(26 - 13)} = 2\sqrt{13}$이에요. 두 교점 (-1, 5), (5, 1)의 거리와 같아요.

06 · 3단계 전체 해설

다른 방법으로 풀어도 원래 조건과 계산이 맞으면 괜찮아요.

E06-3-1 | $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

1. 중심에서 거리는 $|k|/\sqrt{5}$예요. 2. $|k|/\sqrt{5} < 3$, 즉 $k^2 < 45$에서 $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$예요.

E06-3-2 | 3x + 4y - 15 = 0, 3x - 4y - 15 = 0

1. 수직선 $x = 5$는 중심에서 거리가 5이므로 접선이 아니에요. 2. $y = m(x - 5)$에 대해 $25m^2/(m^2 + 1) = 9$에서 $m = \pm 3/4$예요. 정리하면 두 식을 얻어요.

E06-3-3 | x = 2, 5x - 12y + 26 = 0

1. 수직선 $x = 2$는 반지름과 거리가 2라 접선이에요. 2. 나머지는 $y - 3 = m(x - 2)$로 두면 $(3 - 2m)^2 = 4(m^2 + 1)$에서 $m = 5/12$예요.

E06-3-4 | (11/5, 3/5)

1. 현의 중점은 중심 $(1, -1)$에서 직선에 내린 수선의 발이에요. 2. 수선 $4(x - 1) - 3(y + 1) = 0$과 $3x + 4y = 9$를 연립하면 $(11/5, 3/5)$이에요.