

Aldus Libris

심화 단계 수학 기출

문제만 · 교재형

238문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

이 책은 문제와 정답에 집중해요. 풀이가 필요하면 같은 문항을 담은 「개념과 풀이」 또는 「문제와 팁」을 이용해 보세요.

난도는 풀이 과정의 복잡도를 기준으로 정한 Aldus 편집 분류예요. 실제 응시자의 정답률이나 통계 난도를 뜻하지 않아요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2022학년도 대학수학능력시험 수학

2022학년도 6월 모의평가 수학

2022학년도 9월 모의평가 수학

2023학년도 대학수학능력시험 수학

2023학년도 6월 모의평가 수학

2023학년도 9월 모의평가 수학

2024학년도 대학수학능력시험 수학

2024학년도 6월 모의평가 수학

2024학년도 9월 모의평가 수학

2025학년도 대학수학능력시험 수학

2025학년도 6월 모의평가 수학

2025학년도 9월 모의평가 수학

2026학년도 대학수학능력시험 수학

2026학년도 6월 모의평가 수학

2026학년도 9월 모의평가 수학

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 공통 12번 홀수형

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때,
 $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 공통 14번 홀수형

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가
두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를
만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

—<보 기>—

$$\neg. \int_0^1 v(t) dt = 0$$

ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면
 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

① $\neg$

② $\neg, \neg$

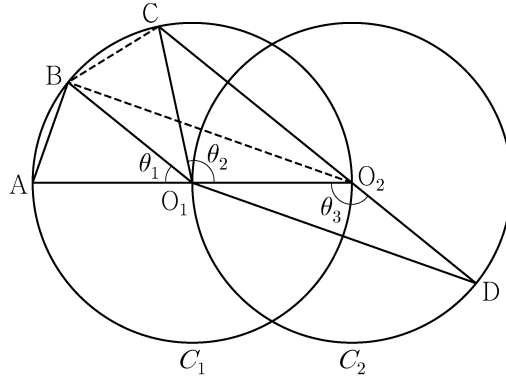
③ $\neg, \neg$

④ $\neg, \neg$

⑤ $\neg, \neg, \neg$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 공통 15번 홀수형

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 원 C_2 위의 점 D 가 주어졌고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB 와 선분 CD 의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.
 $\overline{AB} = k$ 라 할 때
 $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{(가)}$ 이고,
 $\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{(나)}$ 이다.
 삼각형 O_2BC 에서
 $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로
 코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{(다)}$ 이다.
 $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{(가)}}{2} + \boxed{(다)} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고,
 (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 공통 21번 홀수형

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |a_1| = 2$$

$$(나) \quad \text{모든 자연수 } n \text{에 대하여 } |a_{n+1}| = 2|a_n| \text{이다.}$$

$$(다) \quad \sum_{n=1}^{10} a_n = -14$$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 공통 22번 홀수형

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여

방정식 $f'(x) = 0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \text{모든 실수 } a \text{에 대하여 } \lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) \leq 2 \text{이다.}$$

$$(나) \quad g(f(1)) = g(f(4)) = 2, \quad g(f(0)) = 1$$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 28번 홀수형

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여
다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \geq \sqrt{x}$ 이다.
(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 128 ② 138 ③ 148 ④ 158 ⑤ 168

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 30번 홀수형

30. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와
비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음
시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
나온 눈의 수가 5 이상이면
바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고,
나온 눈의 수가 4 이하이면
바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \leq n \leq 5)$ 번째 시행 후
주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n 이라
하자. $a_5 + b_5 \geq 7$ 일 때, $a_k = b_k$ 인 자연수 $k(1 \leq k \leq 5)$ 가

존재할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

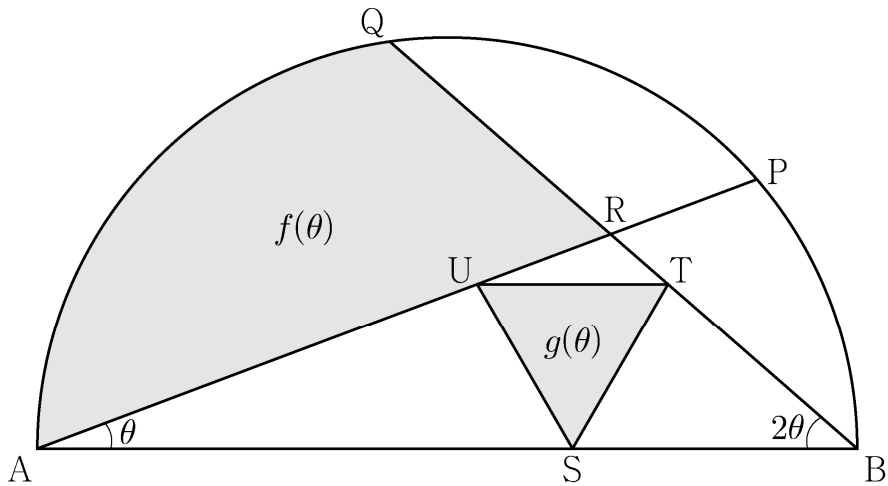
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 29번 홀수형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자. 선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번 홀수형

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(1) = 1, \int_1^2 f(x) dx = \frac{5}{4}$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
 $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(2x) = 2f(x)$ 이다.

$$\int_1^8 xf'(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 기하 29번 홀수형

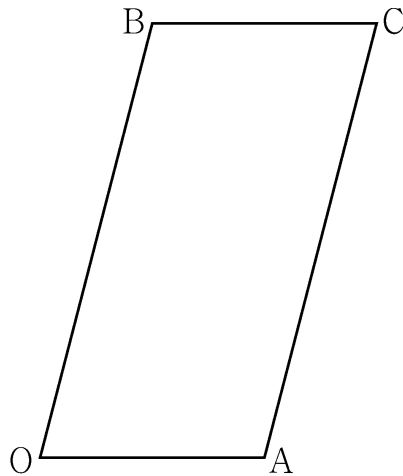
29. 좌표평면에서 $\overline{OA} = \sqrt{2}$, $\overline{OB} = 2\sqrt{2}$ 이고

$\cos(\angle AOB) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 OACB에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \quad (0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1)$$

$$(나) \quad \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$$

점 O를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M \times m = a\sqrt{6} + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 기하 30번 홀수형

30. 좌표공간에 중심이 $C(2, \sqrt{5}, 5)$ 이고 점 $P(0, 0, 1)$ 을
지나는 구

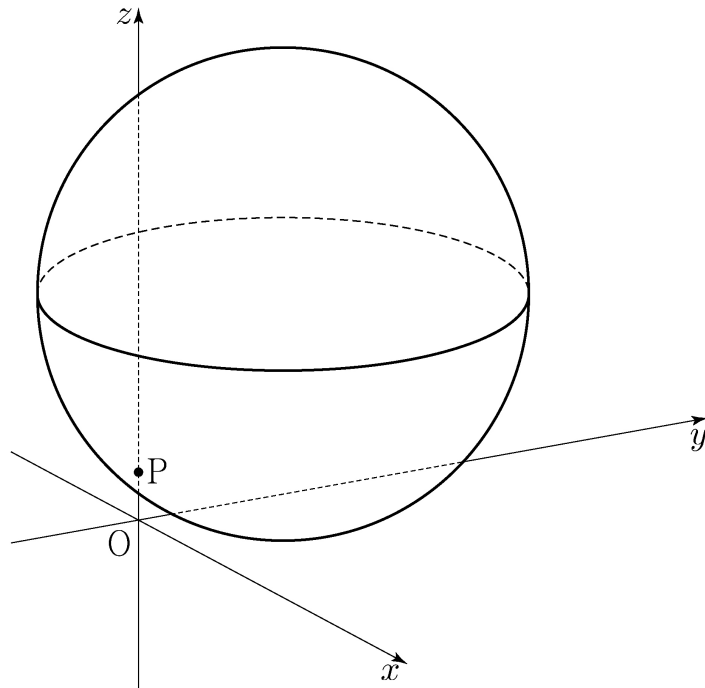
$$S: (x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 + (z-5)^2 = 25$$

가 있다. 구 S 가 평면 OPC 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는
점 Q , 구 S 위를 움직이는 점 R 에 대하여 두 점 Q, R 의 xy 평면
위로의 정사영을 각각 Q_1, R_1 이라 하자.

삼각형 OQ_1R_1 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R 에
대하여 삼각형 OQ_1R_1 의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{q}{p}\sqrt{6}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고 세 점 O, Q_1, R_1 은 한 직선 위에 있지
않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 공통 14번

14. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여
 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의
 개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 공통 15번

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right) \left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을
 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을
 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.
 ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
 ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여
 $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}$ 이면 $t_1 \times t_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 공통 21번

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

- (가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

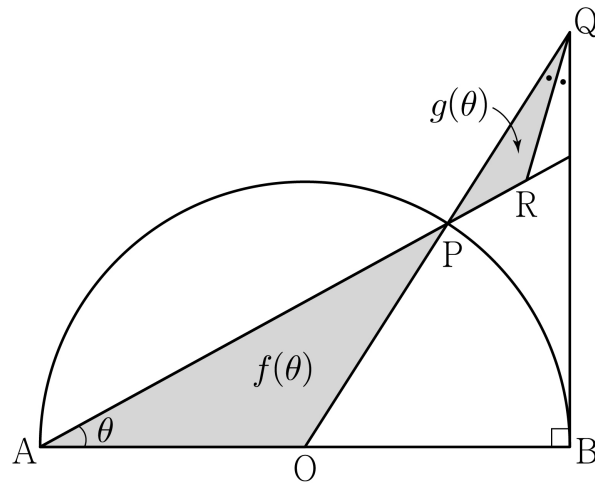
- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4$, $f'(1) = 1$, $f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 미적분 30번

30. $t > \frac{1}{2} \ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1 + e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 6월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$, $D(0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $ABCD$ 의 네 변 위의 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $(\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB})(\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AD}) = 0$
 (나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} \geq -2$ 이고 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} \geq 0$ 이다.
 (다) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} \geq -2$ 이고 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0$ 이다.

점 $R(4, 4)$ 에 대하여 $\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 13번

13. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

- (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 14번

14. 최고차항의 계수가 1 이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인
삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1)=0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는
양수 p 의 개수는 1 이다.

ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x) dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 15번

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 20번

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

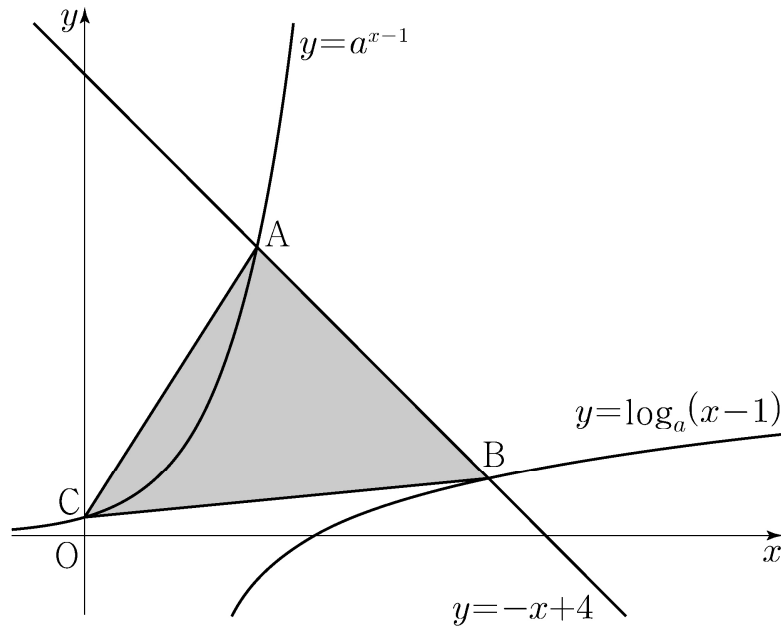
의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 21번

21. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 공통 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 1$, $\overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다.

$\angle AD_1C_1$ 을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중 점 B_1 에 가까운 점을 E_1 , 점 C_1 에 가까운 점을 F_1 이라 하자.

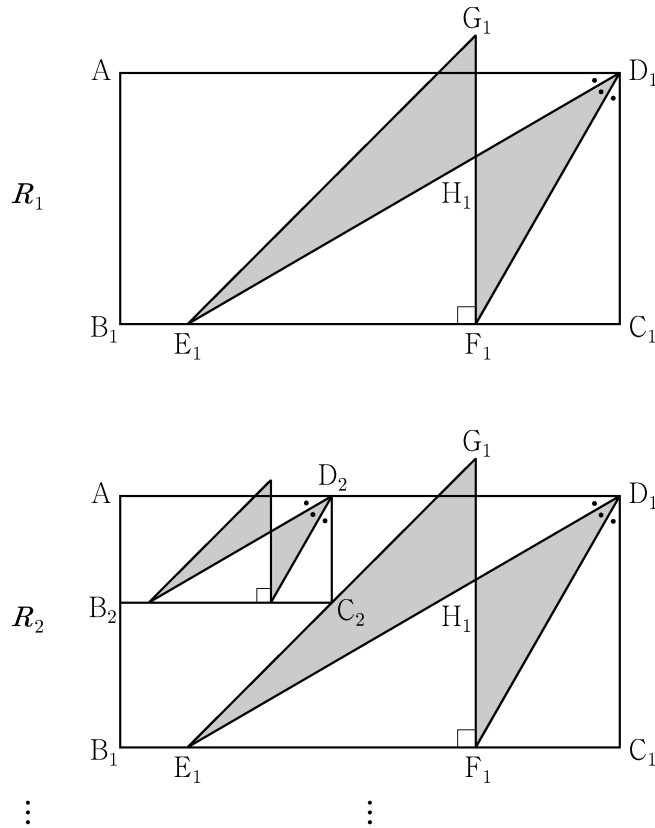
$\overline{E_1F_1} = \overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1 = \frac{\pi}{2}$ 이고 선분 AD_1 과 선분 F_1G_1 이 만나도록 점 G_1 을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$ 을 그린다.

선분 E_1D_1 과 선분 F_1G_1 이 만나는 점을 H_1 이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$ 로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1G_1 위의 점 C_2 , 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{AB_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{18}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \times f(x))}{x} = 0$$

(나) $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

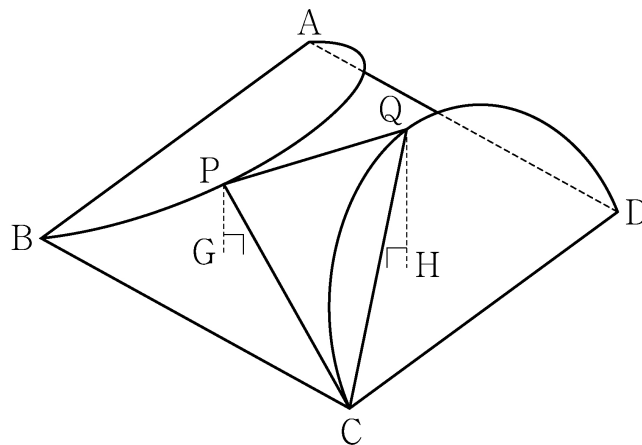
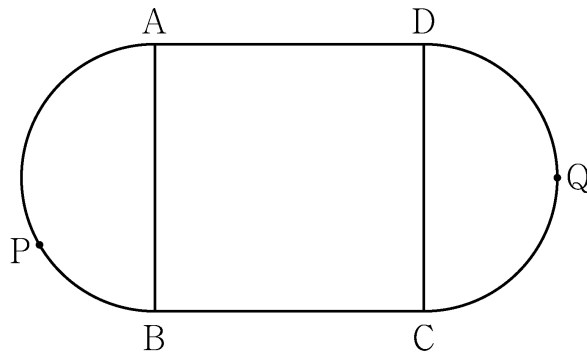
함수 $g(x)$ 는 $0 \leq x < 1$ 일 때 $g(x) = f(x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = g(x)$ 이다.

$g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자.
- 이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG} = \sqrt{3}$, $\overline{QH} = 2\sqrt{3}$ 이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $70 \times \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오.
- (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에서 세 점 $A(-3, 1)$, $B(0, 2)$, $C(1, 0)$ 에 대하여
두 점 P , Q 가

$$|\overrightarrow{AP}| = 1, \quad |\overrightarrow{BQ}| = 2, \quad \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OC} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는
두 점 P , Q 를 각각 P_0 , Q_0 이라 하자.

선분 AP_0 위의 점 X 에 대하여 $\overrightarrow{BX} \cdot \overrightarrow{BQ_0} \geq 1$ 일 때,

$|\overrightarrow{Q_0X}|^2$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 공통 12번 홀수형

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
만족시킨다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } |f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)| \text{ 이다.}$$

(단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_x^4 f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 공통 14번 홀수형

14. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2+} g(x+t)$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $h(1) = 3$

ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고
 $g(-1) = -2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서
 최솟값을 갖는다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 공통 15번 홀수형

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 공통 21번 홀수형

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 공통 22번 홀수형

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

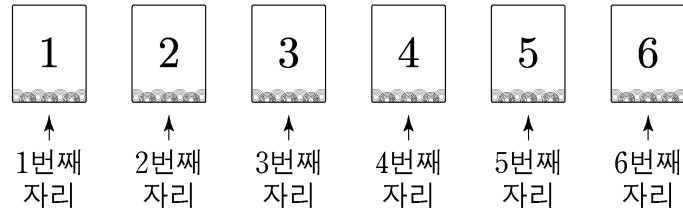
$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x)) \text{ 이다.}$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

(다) $f(0) = -3$, $f(g(1)) = 6$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 29번 홀수형

29. 앞면에는 1 부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고
 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다.
 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k 에 대하여
 k 번째 자리에 자연수 k 가 보이도록 놓여 있다.



이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 이면
 k 번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에
 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이
 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 30번 홀수형

30. 집합 $X = \{x \mid x \text{ 는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 9 이하의 모든 자연수 x 에 대하여

$$f(x) \leq f(x+1) \text{ 이다.}$$

(나) $1 \leq x \leq 5$ 일 때 $f(x) \leq x$ 이고,

$$6 \leq x \leq 10 \text{ 일 때 } f(x) \geq x \text{ 이다.}$$

(다) $f(6) = f(5) + 6$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 28번 홀수형

28. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를

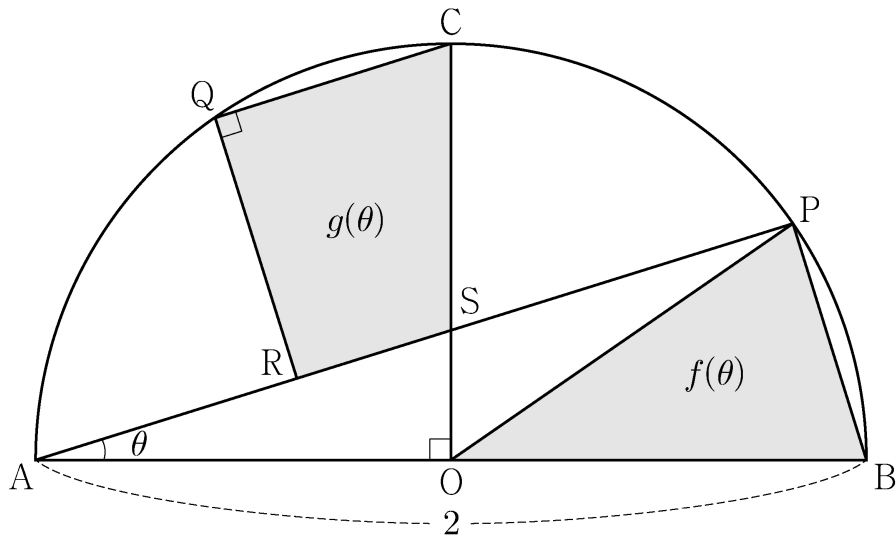
지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C 가 있다.

호 BC 위에 점 P 와 호 CA 위에 점 Q 를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록

잡고, 선분 AP 위에 점 R 를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다.

선분 AP 와 선분 CO 의 교점을 S 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB 의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 $CQRS$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라

하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번 홀수형

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = e^{\sin \pi x} - 1$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된
합성함수 $h(x) = g(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.

(나) 열린구간 $(0, 3)$ 에서 방정식 $h(x) = 1$ 의 서로 다른
실근의 개수는 7이다.

$f(3) = \frac{1}{2}$, $f'(3) = 0$ 일 때, $f(2) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 기하 28번 홀수형

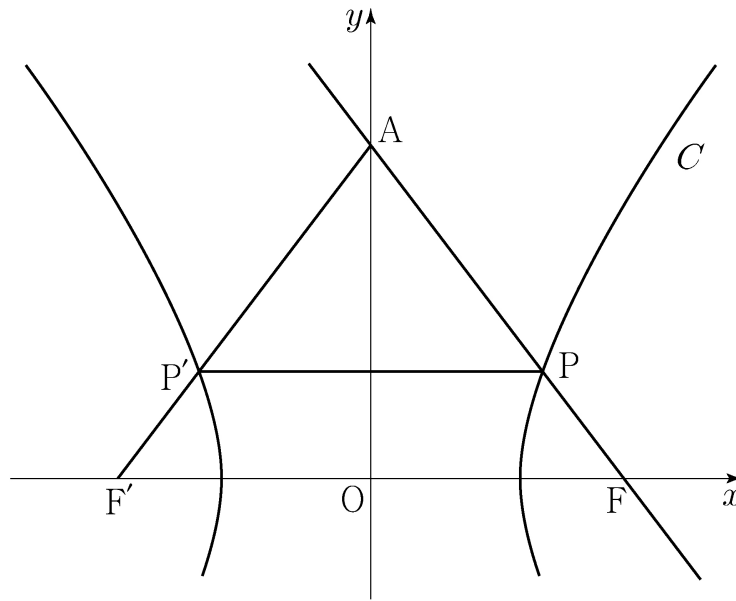
28. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 C 와 y 축 위의 점 A 가 있다. 쌍곡선 C 가 선분 AF 와 만나는 점을 P , 선분 AF' 과 만나는 점을 P' 이라 하자.

직선 AF 는 쌍곡선 C 의 한 점근선과 평행하고

$$\overline{AP} : \overline{PP'} = 5 : 6, \quad \overline{PF} = 1$$

일 때, 쌍곡선 C 의 주축의 길이는? [4점]

- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 기하 29번 홀수형

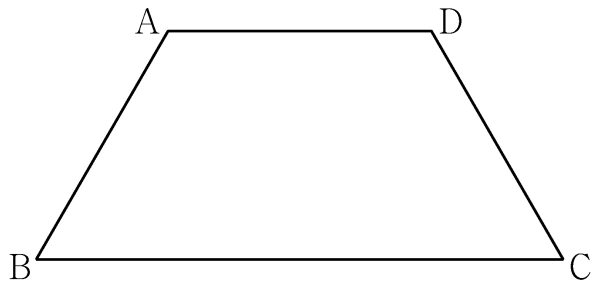
29. 평면 α 위에 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{AD} = 2$, $\angle ABC = \angle BCD = \frac{\pi}{3}$ 인

사다리꼴 ABCD가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 위의
두 점 P, Q에 대하여 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BP})$

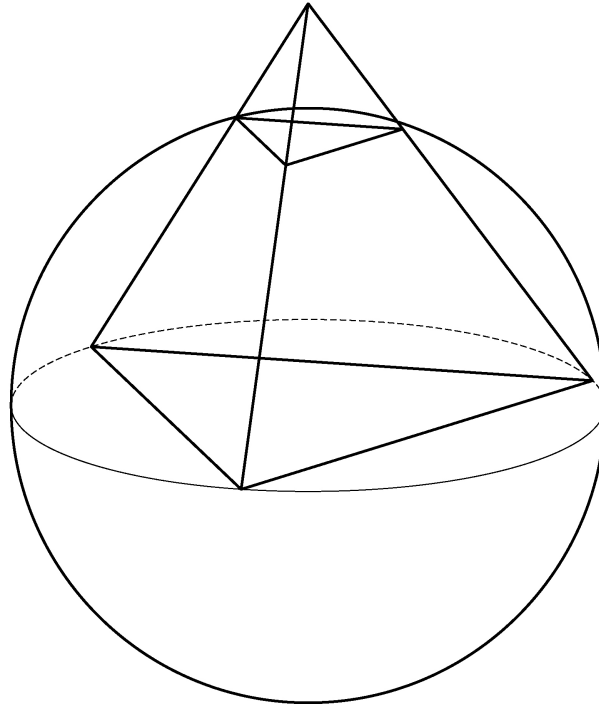
(나) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{PQ} = 6$

(다) $2 \times \angle BQA = \angle PBQ < \frac{\pi}{2}$



한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 기하 30번 홀수형

- 30.** 좌표공간에 정사면체 $ABCD$ 가 있다. 정삼각형 BCD 의 외심을 중심으로 하고 점 B 를 지나는 구를 S 라 하자.
 구 S 와 선분 AB 가 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 P ,
 구 S 와 선분 AC 가 만나는 점 중 C 가 아닌 점을 Q ,
 구 S 와 선분 AD 가 만나는 점 중 D 가 아닌 점을 R 라 하고,
 점 P 에서 구 S 에 접하는 평면을 α 라 하자.
 구 S 의 반지름의 길이가 6일 때, 삼각형 PQR 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 공통 14번

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $f(0) = 0$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 공통 15번

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 공통 22번

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \text{의 값이 존재하지 않는}$$

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 확률과 통계 29번

29. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

$$(가) \ f(f(1)) = 4$$

$$(나) \ f(1) \leq f(3) \leq f(5)$$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 미적분 26번

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1A_2} = 3$ 이고 $\angle A_1B_1A_2 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 $A_1A_2B_1$ 과 이 삼각형의 외접원 O_1 이 있다.

점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 원 O_1 과 만나는

점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 두 선분 A_1B_2 , B_1A_2 가

만나는 점을 C_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$ 로

만들어진 $\bowtie$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 B_1A_2 에 평행한 직선이

직선 A_1A_2 와 만나는 점을 A_3 이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$ 의

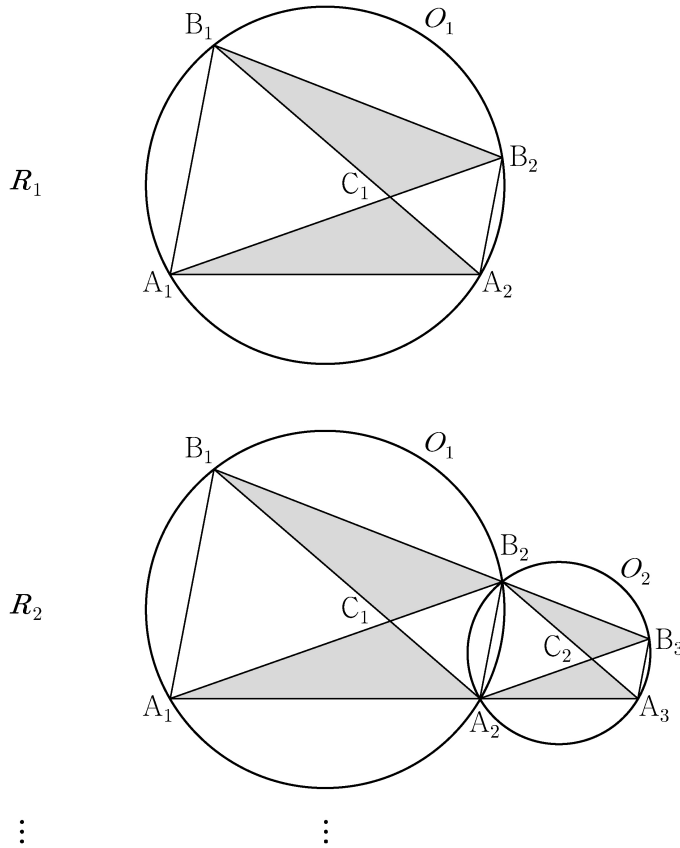
외접원을 O_2 라 하자. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로

두 점 B_3 , C_2 를 잡아 원 O_2 에 $\bowtie$ 모양의 도형을 그리고

색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$

② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$

④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$

⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극대이고,
함수 $|g(x)|$ 는 $x = 2$ 에서 극소이다.

(다) 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

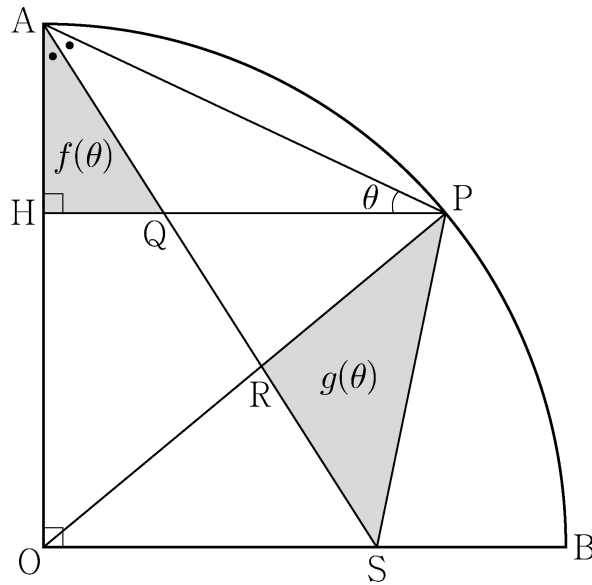
한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점]



한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow k-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k+} g(t)$ 를 만족시키는

모든 실수 k 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 기하 28번

28. 좌표평면에서 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직이는 점 P 가 있다.

두 점 $A(c, 0)$, $B(-c, 0)$ ($c > 0$)에 대하여 $\overline{PB} - \overline{PA}$ 의 값이
최대가 되도록 하는 점 P 의 좌표가 $(3, 3)$ 일 때, 상수 c 의 값은?
[4점]

① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

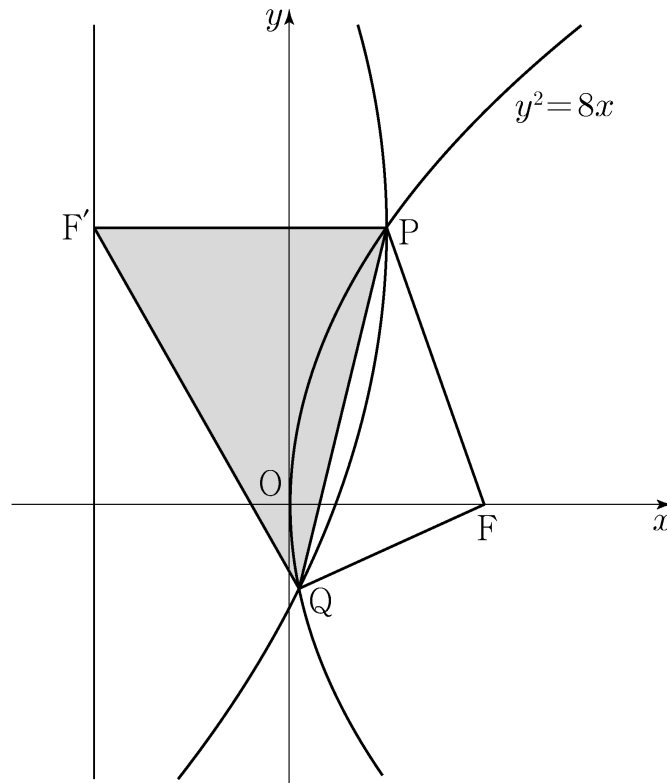
③ $3\sqrt{2}$

④ $\frac{9}{2}$

⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 기하 29번

29. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 포물선 $y^2 = 8x$ 의 준선과 만나는 점을 F' 이라 하자. 점 F' 을 초점, 점 P 를 꼭짓점으로 하는 포물선이 포물선 $y^2 = 8x$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 사각형 $PF'QF$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, 삼각형 $PF'Q$ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P 의 x 좌표는 2 보다 작고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



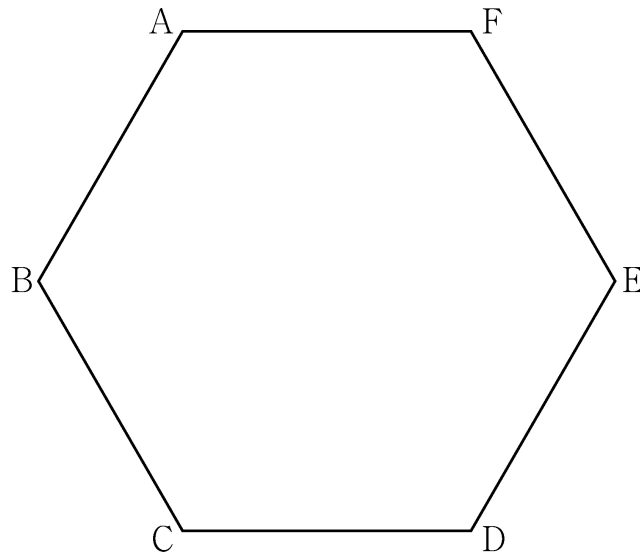
한국교육과정평가원 · 2023학년도 6월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에서 한 변의 길이가 4인 정육각형 ABCDEF의 변 위를 움직이는 점 P가 있고, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위를 움직이는 점 Q가 있다. 두 점 P, Q와 실수 k 에 대하여 점 X가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{CX}|$ 의 값이 최소가 되도록 하는 k 의 값을 α , $|\overrightarrow{CX}|$ 의 값이 최대가 되도록 하는 k 의 값을 β 라 하자.

(가) $\overrightarrow{CX} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ}$

(나) $\overrightarrow{XA} + \overrightarrow{XC} + 2\overrightarrow{XD} = k\overrightarrow{CD}$

$\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

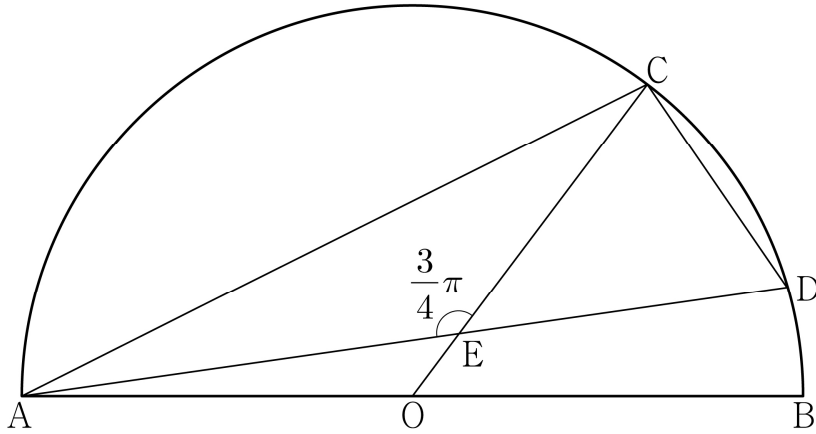


한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 13번

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE} = 4, \quad \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \quad \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
 ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 14번

14. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) = 0$, $f(1) = 0$ 인

삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx - \int_0^1 |f(x)| dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $g(0) = 0$ 이면 $g(-1) < 0$ 이다.

ㄴ. $g(-1) > 0$ 이면 $f(k) = 0$ 을 만족시키는 $k < -1$ 인
실수 k 가 존재한다.

ㄷ. $g(-1) > 1$ 이면 $g(0) < -1$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 15번

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값은? [4점]

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 20번

20. 상수 k ($k < 0$)에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때,

두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자.

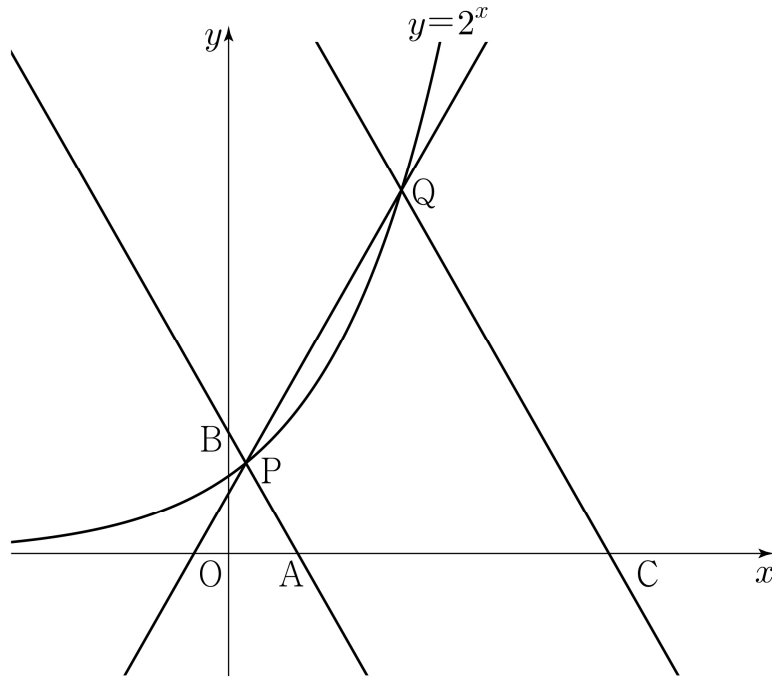
$30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 21번

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AB}$$

일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$) [4점]



한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 공통 22번

22. 최고차항의 계수가 1 이고 $x=3$ 에서 극댓값 8 을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 함수 f 의 치역을 A , 합성함수 $f \circ f$ 의 치역을 B 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $n(A) \leq 3$

(나) $n(A) = n(B)$

(다) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 이다.

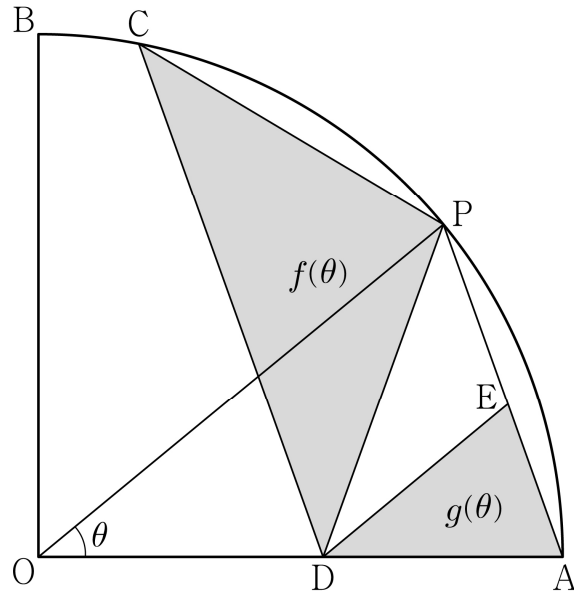
한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여

$\overline{PA} = \overline{PC} = \overline{PD}$ 가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$ 인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \geq f(-3) \text{이다.}$$

(나) $x > -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2=f'(x) \text{이다.}$$

$$\int_4^5 g(x) dx = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

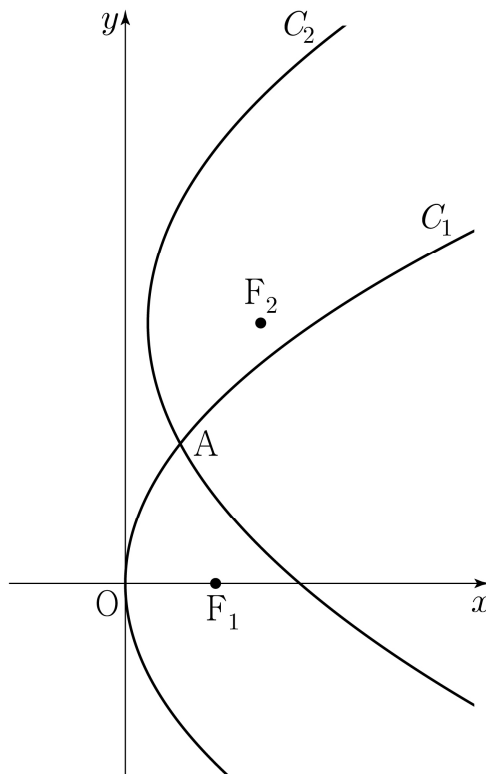
한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 기하 28번

28. 실수 p ($p \geq 1$)과 함수 $f(x) = (x+a)^2$ 에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2 = 4x, \quad C_2 : (y-3)^2 = 4p\{x - f(p)\}$$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때, $\overline{AF_1} = \overline{AF_2}$ 를 만족시키는 p 가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$



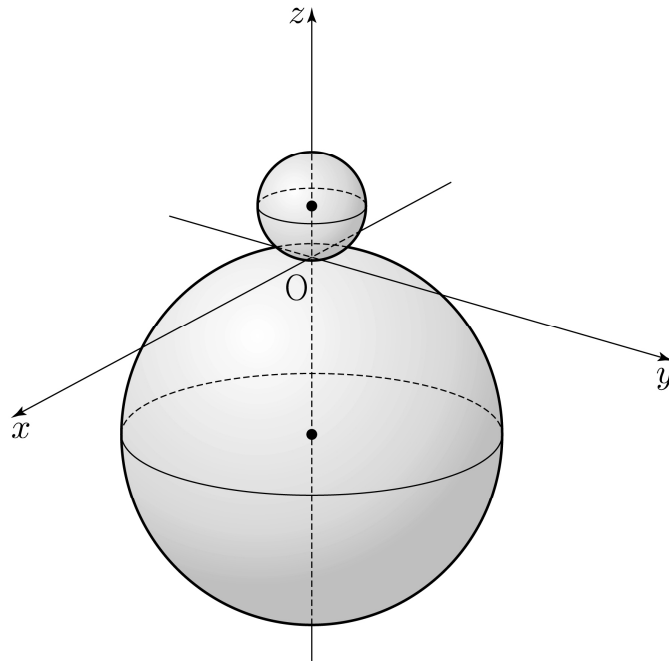
한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 기하 29번

29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+7)^2 = 49$$

가 있다. 점 $A(\sqrt{5}, 0, 0)$ 을 지나고 zx 평면에 수직이며,
구 S_1 과 z 좌표가 양수인 한 점에서 접하는 평면을 α 라 하자.
구 S_2 가 평면 α 와 만나서 생기는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의
점 중 z 좌표가 최소인 점을 B 라 하고 구 S_2 와 점 B 에서 접하는
평면을 β 라 하자.

원 C 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때,
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면 위에 두 점 $A(-2, 2)$, $B(2, 2)$ 가 있다.

$$(|\overrightarrow{AX}| - 2)(|\overrightarrow{BX}| - 2) = 0, \quad |\overrightarrow{OX}| \geq 2$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형 위를 움직이는 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{u} = (1, 0)$ 에 대하여 $(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{u})(\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{u}) \geq 0$ 이다.

(나) $|\overrightarrow{PQ}| = 2$

$\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ 를 만족시키는 점 Y 의 집합이 나타내는 도형의 길이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 공통 14번 홀수형

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가
만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수
 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 공통 15번 홀수형

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의
합은? [4점]

- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 공통 21번 홀수형

21. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 공통 22번 홀수형

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$, $f'\left(\frac{1}{4}\right) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 28번 홀수형

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.
 모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.
 두 함수 $g(t)$, $h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 29번 홀수형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열

$\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을

구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번 홀수형

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

이다. 양수 a 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하자. 함수

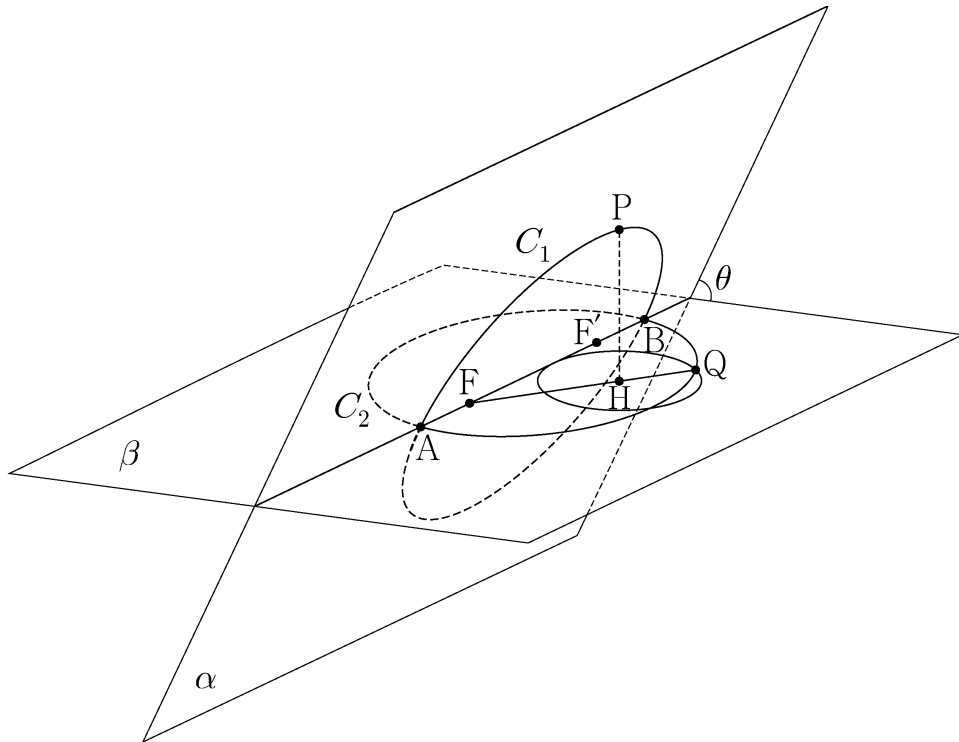
$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 $x = a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 기하 28번 홀수형

28. 그림과 같이 서로 다른 두 평면 α , β 의 교선 위에 $\overline{AB} = 18$ 인 두 점 A, B가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1 이 평면 α 위에 있고, 선분 AB를 장축으로 하고 두 점 F, F'을 초점으로 하는 타원 C_2 가 평면 β 위에 있다. 원 C_1 위의 한 점 P에서 평면 β 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{HF'} < \overline{HF}$ 이고 $\angle HFF' = \frac{\pi}{6}$ 이다. 직선 HF와 타원 C_2 가 만나는 점 중 점 H와 가까운 점을 Q라 하면, $\overline{FH} < \overline{FQ}$ 이다. 점 H를 중심으로 하고 점 Q를 지나는 평면 β 위의 원은 반지름의 길이가 4이고 직선 AB에 접한다. 두 평면 α , β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?
(단, 점 P는 평면 β 위에 있지 않다.) [4점]



- | | | |
|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| ① $\frac{2\sqrt{66}}{33}$ | ② $\frac{4\sqrt{69}}{69}$ | ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ |
| ④ $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ | ⑤ $\frac{2\sqrt{78}}{39}$ | |

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 기하 29번 홀수형

29. 양수 c 에 대하여 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위에 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 두 점 P , Q 가 존재하도록 하는 모든 c 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 점 P 는 제1사분면 위에 있고,
점 Q 는 직선 PF' 위에 있다.
- (나) 삼각형 $PF'F$ 는 이등변삼각형이다.
- (다) 삼각형 PQF 의 둘레의 길이는 28이다.

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 공통 12번

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고, 두 집합 A , B 를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 공통 14번

14. 실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을
한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지
점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 공통 15번

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이
있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 공통 22번

22. 정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 확률과 통계 28번

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) $f(1) \times f(3) \times f(5)$ 는 홀수이다.

(나) $f(2) < f(4)$

(다) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 128

② 132

③ 136

④ 140

⑤ 144

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 두 상수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은?
[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$

이다.

(나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 6월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 공통 13번

13. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$ 에서 증가할 때,
 $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은?
 [4점]

- ① $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$
 ④ $6 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 공통 14번

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 공통 22번

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고 $g(x)$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 할 때,
이 함수들은 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x f(t) dt = xf(x) - 2x^2 - 1$$

$$(나) f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$$

$\int_1^3 g(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 실수 a ($0 < a < 2$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|$$

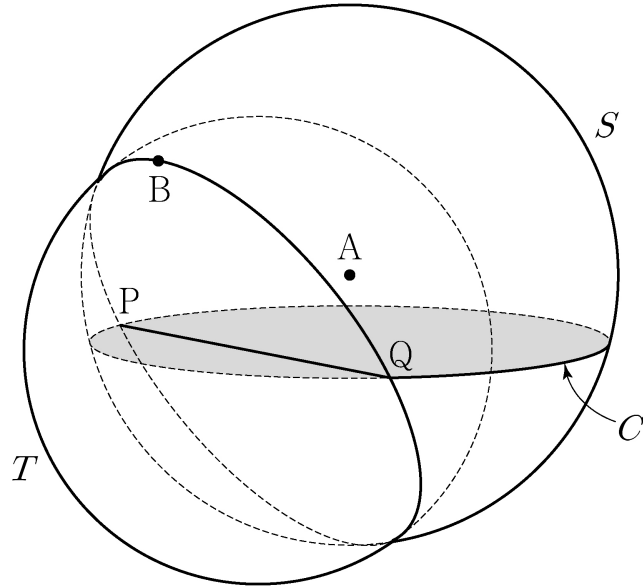
가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 기하 28번

28. 좌표공간에 중심이 $A(0, 0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 4인 구 S 가 있다. 구 S 가 xy 평면과 만나서 생기는 원을 C 라 하고, 점 A 에서 선분 PQ 까지의 거리가 2가 되도록 원 C 위에 두 점 P, Q 를 잡는다. 구 S 가 선분 PQ 를 지름으로 하는 구 T 와 만나서 생기는 원 위에서 점 B 가 움직일 때, 삼각형 BPQ 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은? (단, 점 B 의 z 좌표는 양수이다.) [4점]

- ① 6 ② $3\sqrt{6}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $6\sqrt{3}$



한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 APQ 는 정삼각형이고,

$$9|\overrightarrow{PQ}|^2 = 4|\overrightarrow{AB}|^2 \text{ 이다.}$$

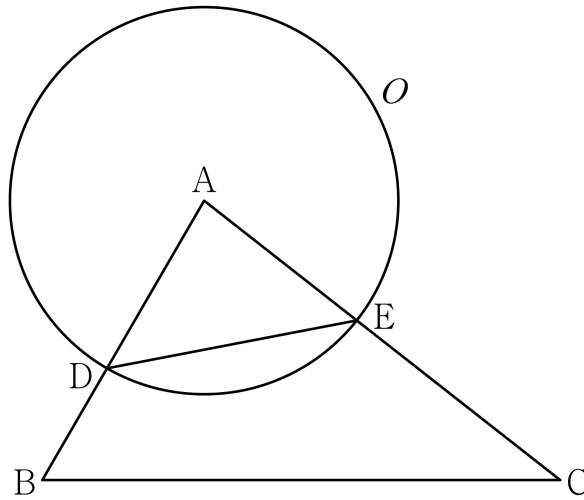
(나) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ} < 0$

(다) $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{CB} = 24$

선분 AQ 위의 점 X 에 대하여 $|\overrightarrow{XA} + \overrightarrow{XB}|$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 공통 14번 홀수형

14. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자.
- $\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9 : 35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은?
(단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
 ④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 공통 15번 홀수형

15. 상수 a ($a \neq 3\sqrt{5}$)와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 공통 21번 홀수형

21. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 공통 22번 홀수형

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{ 이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{ 이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 29번 홀수형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번 홀수형

30. 두 상수 $a(1 \leq a \leq 2)$, b 에 대하여 함수 $f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(0) = 0, \ f(2\pi) = 2\pi a + b$$

$$(나) \ f'(0) = f'(t) \text{인 양수 } t \text{의 최솟값은 } 4\pi \text{이다.}$$

함수 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대인 α 의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합 A 의 원소 중 가장 작은 값을 α_1 이라 하면,

$$n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 기하 29번 홀수형

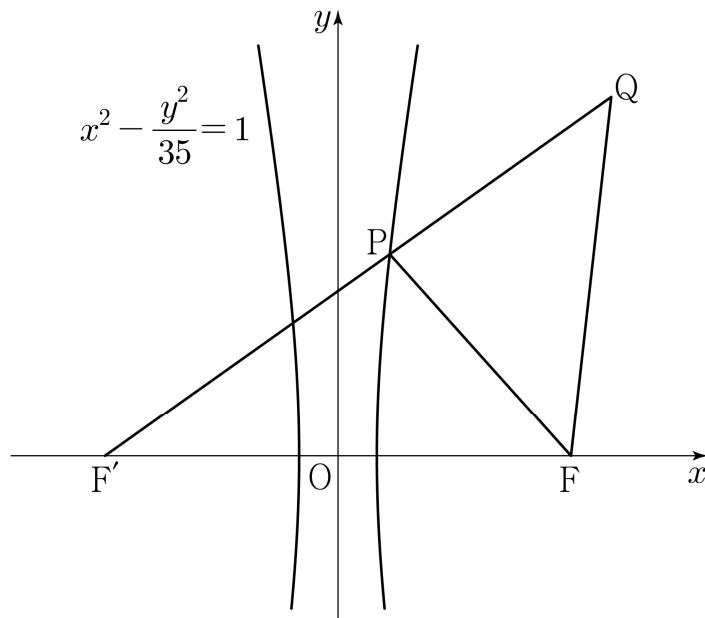
29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{35} = 1$ 이

있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여
직선 PF' 위에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 인 점 Q 를 잡자.

삼각형 $QF'F$ 와 삼각형 $FF'P$ 가 서로 닮음일 때,

삼각형 PFQ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $\overline{PF'} < \overline{QF'}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x - k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0 \text{ 이고}$$

$$\int_3^x g(t) \{ |(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

$g(k+1)$ 의 최솟값은? [4점]

① $4 - \sqrt{6}$

② $5 - \sqrt{6}$

③ $6 - \sqrt{6}$

④ $7 - \sqrt{6}$

⑤ $8 - \sqrt{6}$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 공통 21번

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) \leq 0$ 인 실수 a 의 최댓값은 2이다.
 (나) 집합 $\{x \mid f(x) = k\}$ 의 원소의 개수가 3 이상이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은 $\frac{8}{3}$ 이다.

$f(0) = 0$, $f'(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 공통 22번

22. 수열 $\{a_n\}$ 은

$$a_2 = -a_1$$

이고, $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{이 자연수이고 } a_n > 0 \text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15} = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} (x-a-2)^2 e^x & (x \geq a) \\ e^{2a}(x-a) + 4e^a & (x < a) \end{cases}$$

일 때, 실수 t 에 대하여 $f(x) = t$ 를 만족시키는 x 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 가 $t=12$ 에서만 불연속일 때, $\frac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $6e^4$ ② $9e^4$ ③ $12e^4$ ④ $8e^6$ ⑤ $10e^6$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 함수 $y = \frac{\sqrt{x}}{10}$ 의 그래프와 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가

만나는 모든 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$$\frac{1}{\pi^2} \times \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^3 \tan^2(a_{n+1} - a_n)$$

의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 6월 모의평가 수학 기하 30번

30. 두 초점이 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 이고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 인 점 P 에 대하여 점 Q 가

$$(|\overrightarrow{FP}| + 1)\overrightarrow{F'Q} = 5\overrightarrow{QP}$$

를 만족시킨다. 점 $A(-9, -3)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 9월 모의평가 수학 공통 22번

22. 양수 k 에 대하여 $a_1 = k$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0 \text{ 이다.}$$

$a_5 = 0$ 이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k 에 대하여 k^2 의 값의 합을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2025학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (k - |x|)e^{-x}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$ 에 대하여 $F(0)$ 의 최솟값을 $g(k)$ 라 하자.

모든 실수 x 에 대하여 $F'(x) = f(x)$ 이고 $F(x) \geq f(x)$ 이다.

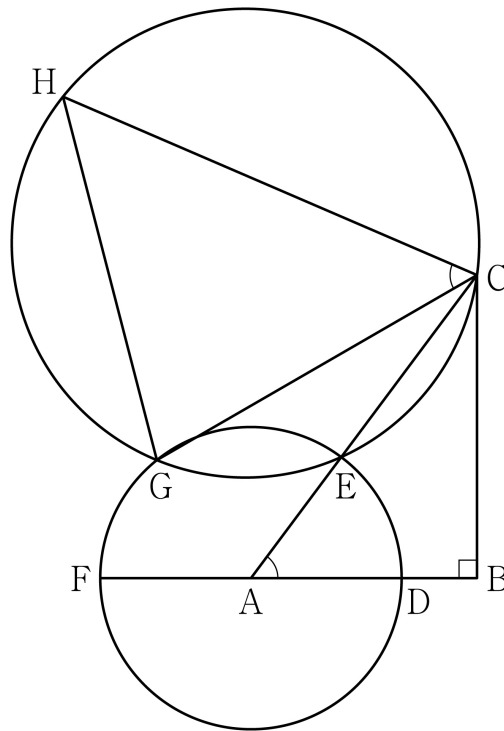
$g\left(\frac{1}{4}\right) + g\left(\frac{3}{2}\right) = pe + q$ 일 때, $100(p + q)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ 이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 공통 14번 홀수형

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC 가 있다. 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점을 D ,
 점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$ 인 원이 선분 AC 와
 만나는 점을 E , 직선 AB 가 이 원과 만나는 점 중 D 가 아닌 점을
 F 라 하고, 호 EF 위의 점 G 를 $\overline{CG} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡는다.
 세 점 C, E, G 를 지나는 원 위의 점 H 가 $\angle HCG = \angle BAC$ 를
 만족시킬 때, 선분 GH 의 길이는? [4점]



- | | | |
|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| ① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ | ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ | ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$ |
| ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ | ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$ | |

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 공통 15번 홀수형

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값을 k 라 하자. $a = k$ 일 때,
 $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 공통 21번 홀수형

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이

존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

$g(-5)$ 의 값을 구하시오. (단, $g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)$) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 공통 22번 홀수형

22. 곡선 $y = \log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $A(a, b)$ 와

곡선 $y = 4^{x-1} - \frac{1}{2}$ 위의 점 B 가 제1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에

있고 선분 AB 의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$ 일 때,

$a \times b = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

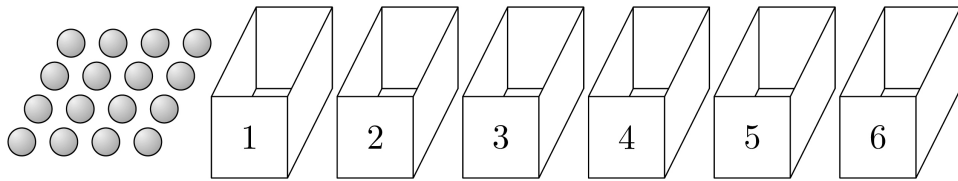
한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 28번 홀수형

28. 16 개의 공과 1 부터 6 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 여섯 개의 빈 상자가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 k 가 홀수이면
 1, 3, 5 가 적힌 상자에 공을 각각 1 개씩 넣고,
 k 가 짝수이면
 k 의 약수가 적힌 상자에 공을 각각 1 개씩 넣는다.

이 시행을 4 번 반복한 후 여섯 개의 상자에 들어 있는 모든 공의 개수의 합이 홀수일 때, 3 이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 2 가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수보다 1 개 더 많을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$



한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 확률과 통계 30번 홀수형

30. 비어 있는 주머니 10 개가 일렬로 놓여 있고, 공 8 개가 있다.
 각 주머니에 들어 있는 공의 개수가 2 이하가 되도록
 공을 주머니에 남김없이 나누어 넣을 때,
 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.
 (단, 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 들어 있는 공의 개수가 1 인 주머니는 4 개 또는 6 개이다.
 (나) 들어 있는 공의 개수가 2 인 주머니와 이웃한
 주머니에는 공이 들어 있지 않다.

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 29번 홀수형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 이
 다음 조건을 만족시킨다.

어떤 자연수 k 에 대하여

$$b_{k+i} = \frac{1}{a_i} - 1 \quad (i = 1, 2, 3)$$

이다.

부등식

$$0 < \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right) < 30$$

이 성립할 때, $a_2 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_1 \neq 0$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번 홀수형

30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|x| \leq 1$ 일 때, $4 \times (f^{-1}(x))^2 = x^2(x^2 - 5)^2$ 이다.

(나) $|x| > 1$ 일 때, $|f^{-1}(x)| = e^{|x|-1} + 1$ 이다.

실수 m 에 대하여 기울기가 m 이고 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자.

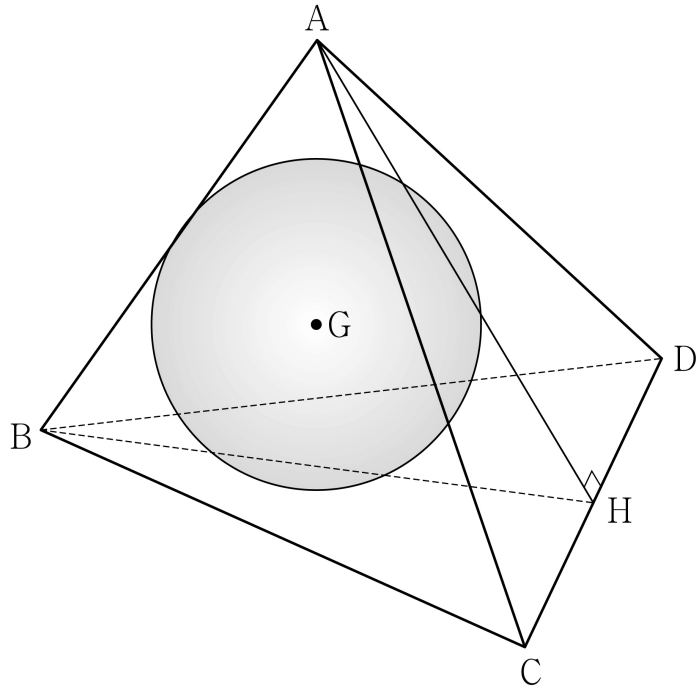
함수 $g(m)$ 이 $m = a, m = b (a < b)$ 에서 불연속일 때,

$g(a) \times \left(\lim_{m \rightarrow a+} g(m) \right) + g(b) \times \left(\frac{\ln b}{b} \right)^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 기하 28번 홀수형

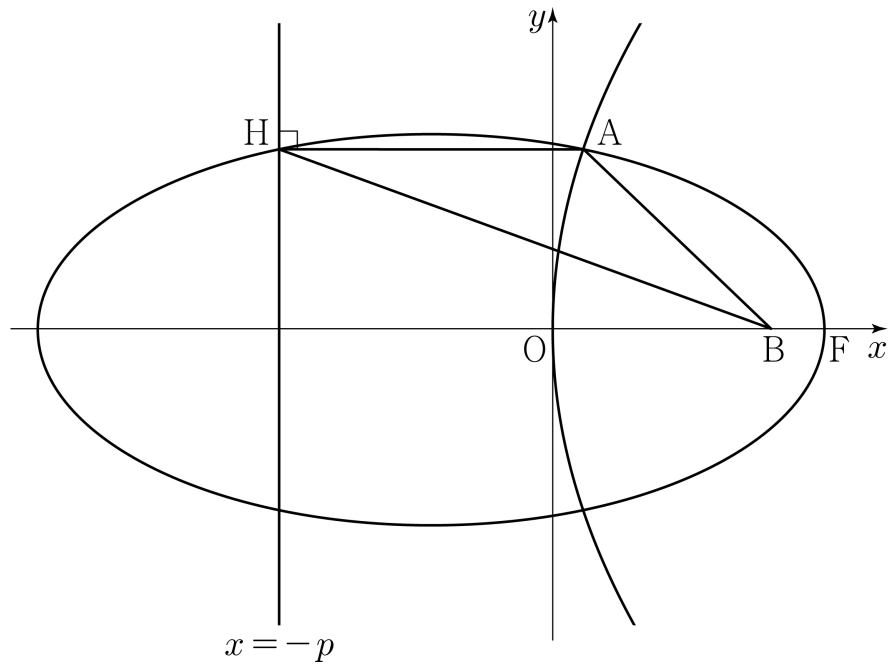
28. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{CD} = 4$, $\overline{BC} = \overline{BD} = 2\sqrt{5}$ 인
 사면체 $ABCD$ 가 있고, 점 A 에서 직선 CD 에 내린 수선의 발 H 에
 대하여 두 평면 ABH 와 BCD 는 서로 수직이고 $\overline{AH} = 4$ 이다.
 삼각형 ABH 의 무게중심을 G 라 하고,
 점 G 를 중심으로 하고 평면 ACD 에 접하는 구를 S 라 하자.
 $\angle APG = \frac{\pi}{2}$ 인 구 S 위의 모든 점 P 가 나타내는 도형을 T 라 할 때,
 도형 T 의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{\pi}{7}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 기하 29번 홀수형

29. 그림과 같이 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)이고 준선이 $x = -p$ 인 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 두 초점이 x 축 위에 있고 세 점 F, A, H 를 지나는 타원의 x 좌표가 양수인 초점을 B 라 하자. 삼각형 AHB 의 둘레의 길이가 $p + 27$, 넓이가 $2p + 12$ 일 때, 선분 HF 의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 기하 30번 홀수형

30. 좌표평면에서 길이가 $10\sqrt{2}$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q가

$$(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) \cdot (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PB}) = 2|\overrightarrow{PQ}|^2$$

을 만족시킨다. $|\overrightarrow{PB}| = 14$ 일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{QB}| = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, $|\overrightarrow{QB}| > 0$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

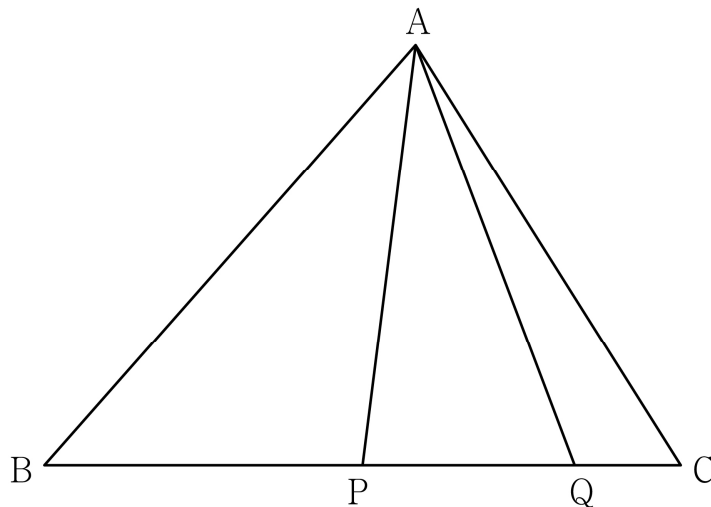
한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 공통 14번

14. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5:1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 공통 15번

15. 상수 k 와 $f'(0) = 6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이

존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의

개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 공통 21번

21. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이

모두 존재한다.

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 공통 22번

22. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, 0은 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x = 1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1) + 3 \geq f(x) + x$ 이다.
 (나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와
두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\left(f(x)\right)^5 + \left(f(x)\right)^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3) < 0, f'(2) > 0$

① $-3e^{-\frac{4}{3}}$

② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

④ $e^{-\frac{4}{3}}$

⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 미적분 29번

29. 두 정수 α, β ($\alpha > \beta$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.

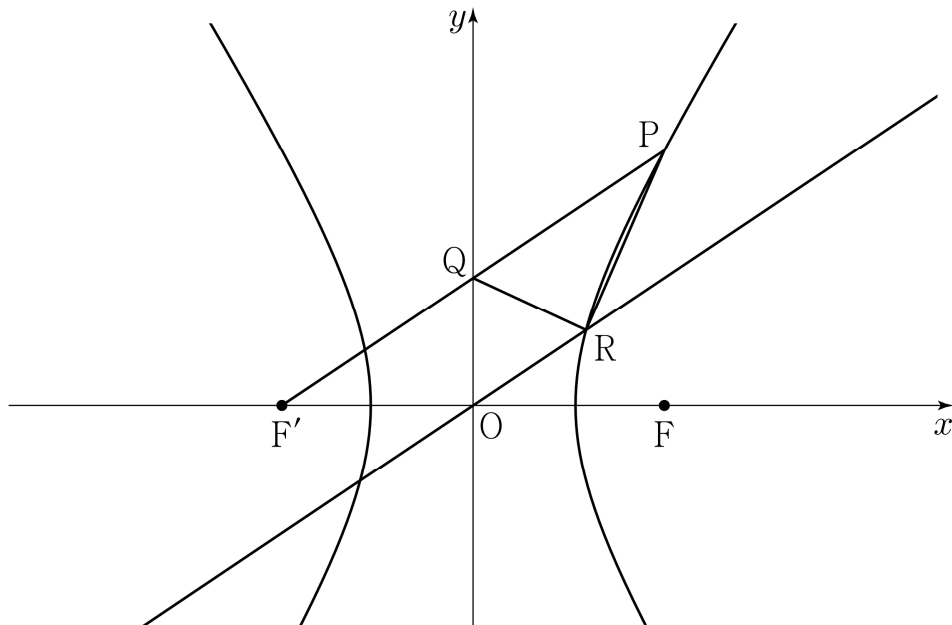
(나) $g'(\ln 3) < 0$, $|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} g(-\ln 3)$

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 원점 O 를 지나고 선분 $F'P$ 와 평행한 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R 이라 하자.
- $\overline{F'Q} = \overline{QP}$, $\overline{OQ} = 2$ 이고 삼각형 PQR 의 넓이가 3일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는 $p + q\sqrt{13}$ 이다.
- $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

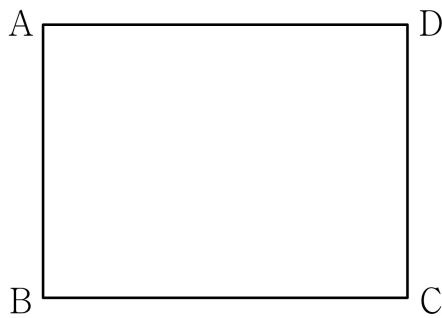


한국교육과정평가원 · 2026학년도 6월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 인 직사각형 ABCD 와 $2\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$ 를 만족시키는 점 E가 있다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q가

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) = 0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 공통 13번

13. 함수 $f(x) = x^2 + 6x + 12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)} \text{의 값이 존재한다.}$$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x = 2$, $x = 6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 공통 21번

21. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

0 이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 공통 22번

22. 곡선 $y = \log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다.

점 A에서 직선 $y = x$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고,
점 B를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때,
네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \text{ (직선 AP의 } y \text{절편)} - \text{(직선 BQ의 } y \text{절편)} = \frac{13}{2}$$

(나) 직선 AB의 기울기는 $\frac{6}{7}$ 이다.

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 확률과 통계 28번

28. 빨간색 카드 1장, 파란색 카드 1장, 노란색 카드 3장,
보라색 카드 3장이 있다. 이 8장의 카드를 세 학생 A, B, C에게
다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 두 학생 A, B는 각각 1장 이상의 카드를 받고,
학생 C는 카드를 받지 못할 수 있다.

(나) 학생 A가 받는 카드의 색의 가짓수는 3 이하이다.

- ① 730 ② 746 ③ 762 ④ 778 ⑤ 794

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = g(x) - \tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0, f''(\pi) = 0$

(나) $\sin g(\pi) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$

- ① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 미적분 29번

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고,
이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

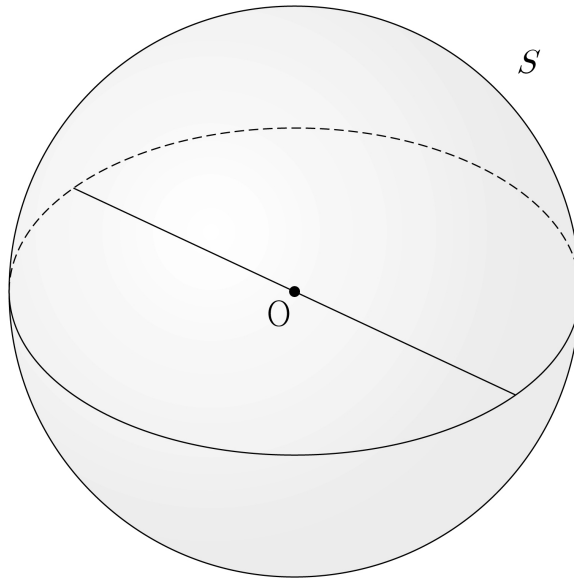
한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 기하 28번

28. 좌표공간의 구 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 36$ 위의 점 A 에 대하여
구 S 위의 점 B 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 OA 위의 $\overline{OC} = 4$ 인 점 C 에 대하여
직선 BC 와 xy 평면이 서로 평행하다.
(나) 두 직선 OA , AB 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기를
각각 α , β 라 하면 $\sin \alpha = 3 \sin \beta$ 이다.

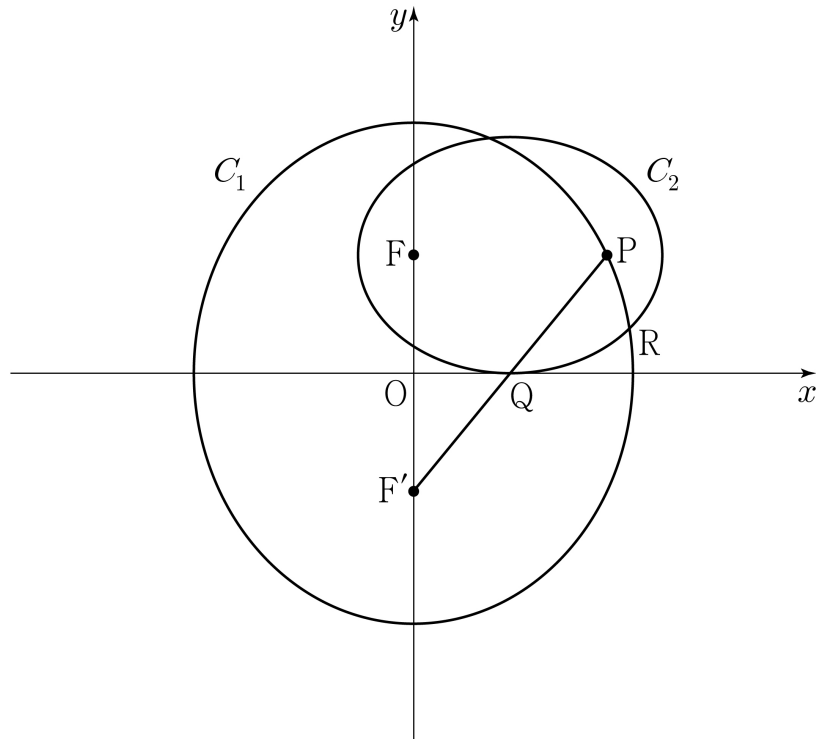
삼각형 OAB 의 xy 평면 위로의 정사영이 직각삼각형일 때,
평면 OAB 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.
 $\cos \theta$ 의 값은? (단, O 는 원점이고, 점 A 의 z 좌표는 6이 아닌
양수이다.) [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$



한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 기하 29번

29. 두 점 $F(0, 6)$, $F'(0, -6)$ 을 초점으로 하는 타원 C_1 에 대하여 점 F 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 타원 C_1 과 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 P , 선분 PF' 과 x 축이 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 P , F 를 초점으로 하고 점 Q 가 꼭짓점인 타원 C_2 에 대하여 두 타원 C_1 , C_2 가 만나는 점 중 x 축에 가까운 점을 R 이라 하자.
 $\overline{F'R} - \overline{PR} = 7\sqrt{2}$ 일 때, 두 타원 C_1 , C_2 의 장축의 길이의 곱을 구하시오. [4점]



한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\sqrt{5}$, $\overline{BC} = 16$ 인 삼각형 ABC가 있다.
 선분 AB 위의 점 P, 선분 BC 위의 점 Q, 선분 CA 위의 점 R이
 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PQ}) \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{RC} + \overrightarrow{RQ}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$(나) \overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QR} = |\overrightarrow{QP}|^2$$

$|3\overrightarrow{XP} + \overrightarrow{XR}| = |\overrightarrow{PR}|$ 을 만족시키는 점 X에 대하여
 $|\overrightarrow{BX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때,
 $M \times m$ 의 값을 구하시오. (단, $|\overrightarrow{PQ}| > 0$) [4점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수 k 에 대하여 두 곡선

$y = \log_2 |kx|$ 와 $y = \log_2(x+4)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을

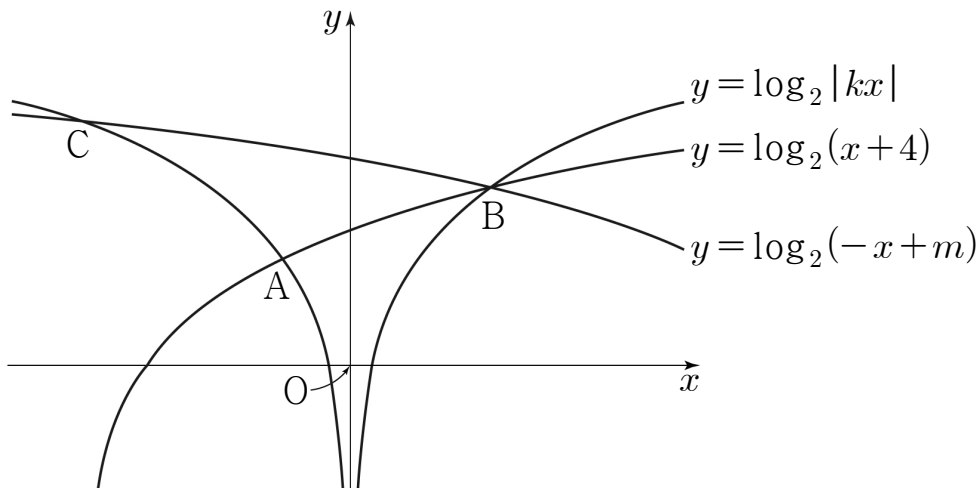
A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선 $y = \log_2(-x+m)$ 이

곡선 $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

세 점 A, B, C의 x 좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $x_1 < x_2$ 이고, m 은 실수이다.) [4점]



〈 보 기 〉

ㄱ. $x_2 = -2x_1$ 이면 $k=3$ 이다.

ㄴ. $x_2^2 = x_1x_3$

ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때,
 $m+k^2=19$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, \quad g(x) = \int_2^x (t + a)f(t)dt$$

라 하자. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

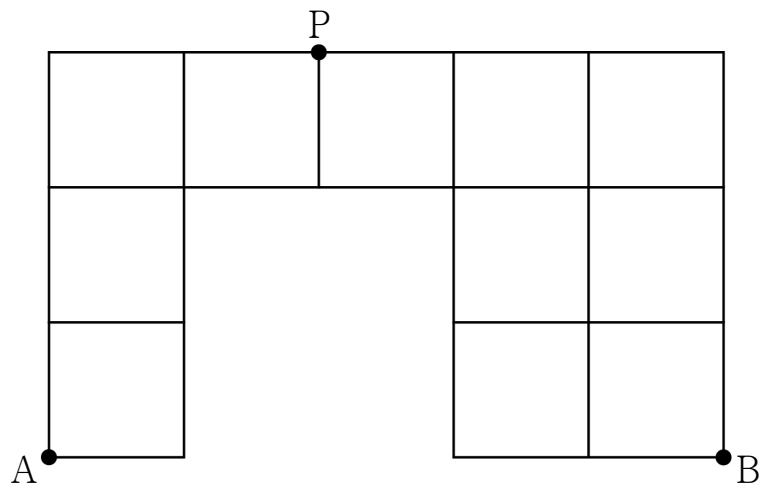
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 어떤 점에서의 접선이 x 축이다.
 (나) 곡선 $y = |h(x)|$ 가 x 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점으로 갈 때, 한 번 지난 도로는 다시 지나지 않으면서 최단거리로 가는 경우의 수는? [4점]

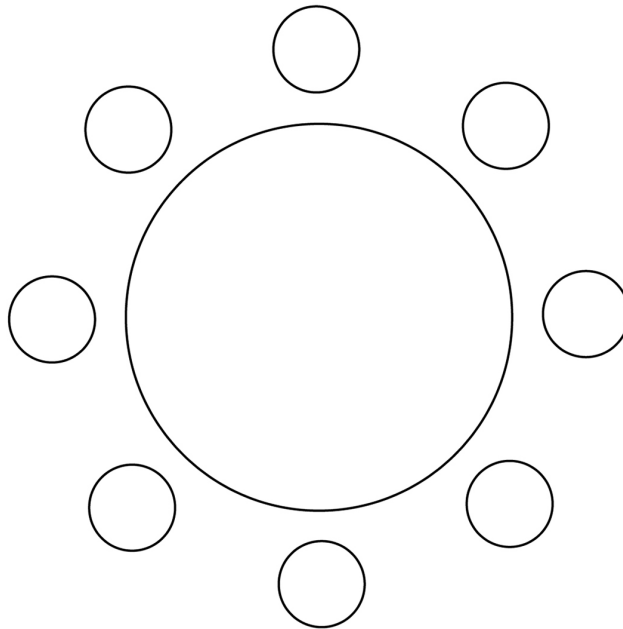


- ① 78 ② 82 ③ 86 ④ 90 ⑤ 94

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) A와 B는 이웃한다.
(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다.



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 다음 조건을 만족시키는 14 이하의 네 자연수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 34$
(나) x_1 과 x_3 은 홀수이고 x_2 와 x_4 는 짝수이다.

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

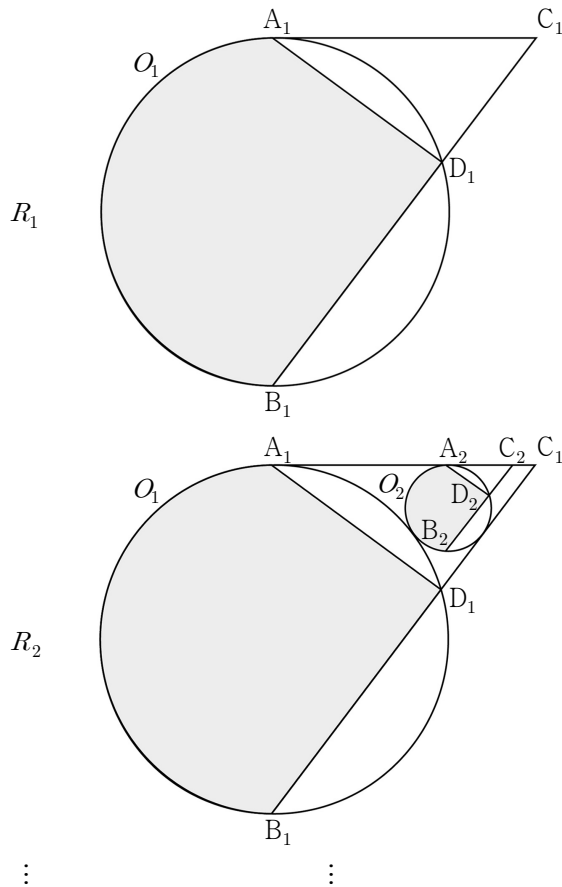
28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원 O_1 이

있다. 원 O_1 의 외부에 $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$, $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이

되도록 점 C_1 을 잡고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 을 그린다. 원 O_1 과 선분 B_1C_1 의 교점 중 B_1 이 아닌 점을 D_1 이라 하고, 점 D_1 을 포함하지 않는 호 A_1B_1 과 두 선분 A_1D_1 , B_1D_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 A_1D_1 과 두 선분 A_1C_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원 O_2 를 그리고 선분 A_1C_1 과 원 O_2 의 교점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 과 평행한 직선이 원 O_2 와 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2 , D_2 를 잡고, 점 D_2 를 포함하지 않는 호 A_2B_2 와 두 선분 A_2D_2 , B_2D_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

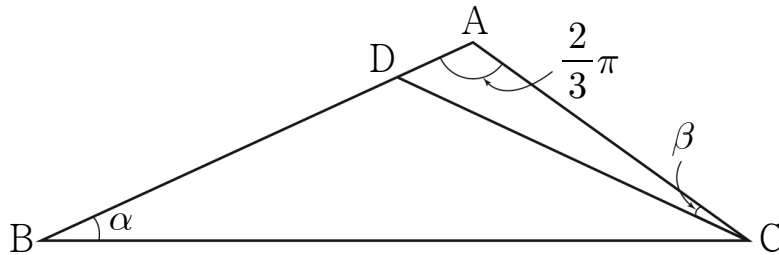
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$ ② $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$ ③ $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$
 ④ $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 이고 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle CBD = \alpha$, $\angle ACD = \beta$ 라 하자. $\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$ 일 때, $54\sqrt{3} \times \tan \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + bx^{2n-1} + x}{x^{2n} + 2} \quad (a, b \text{는 양의 상수})$$

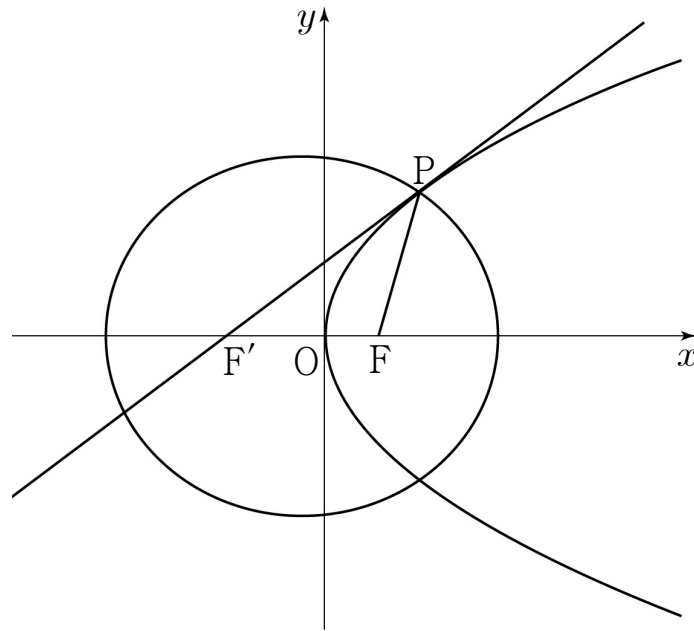
라 하자. 자연수 m 에 대하여 방정식 $f(x) = 2(x-1) + m$ 의 실근의 개수를 c_m 이라 할 때, $c_k = 5$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$$k + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m - 1) \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

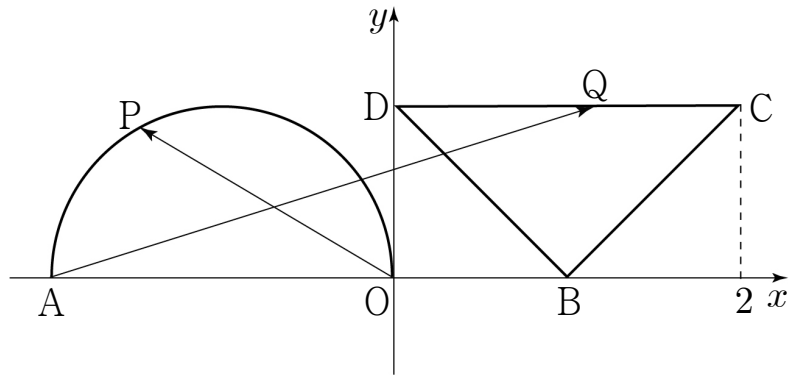
28. 좌표평면에서 두 점 $F\left(\frac{9}{4}, 0\right)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원과 포물선 $y^2 = 9x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\overline{PF} = \frac{25}{4}$ 이고 포물선 $y^2 = 9x$ 위의 점 P에서의 접선이 점 F' 을 지날 때, 타원의 단축의 길이는? [4점]

- ① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 좌표평면 위에 네 점 $A(-2, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$, $D(0, 1)$ 이 있다. 반원의 호 $(x+1)^2 + y^2 = 1 (0 \leq y \leq 1)$ 위를 움직이는 점 P 와 삼각형 BCD 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M^2 + m^2 = p + 2\sqrt{q}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

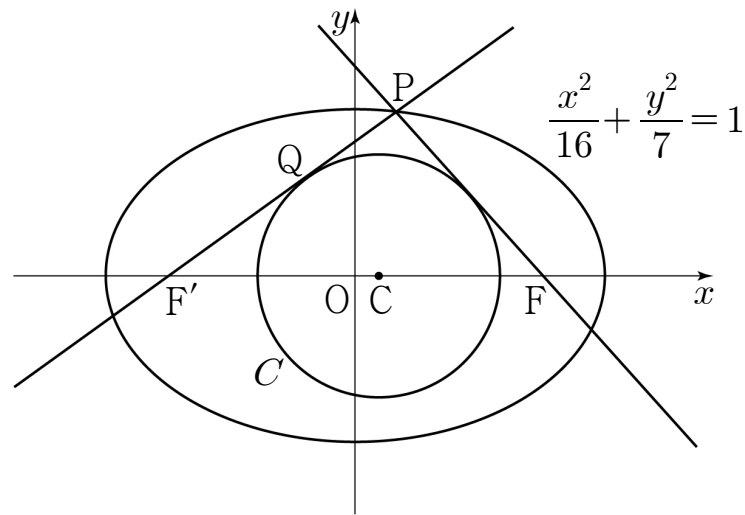
타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 과 직선 $F'P$ 에

동시에 접하고 중심이 선분 $F'F$ 위에 있는 원 C 가 있다.

원 C 의 중심을 C , 직선 $F'P$ 가 원 C 와 만나는 점을 Q 라 할 때,

$2\overline{PQ} = \overline{PF}$ 이다. $24 \times \overline{CP}$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$)가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
 (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x) dx$ 의 값은?
 [4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 \leq d$
 (나) 어떤 자연수 k ($k \geq 3$)에 대하여
 세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여

$x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 과 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

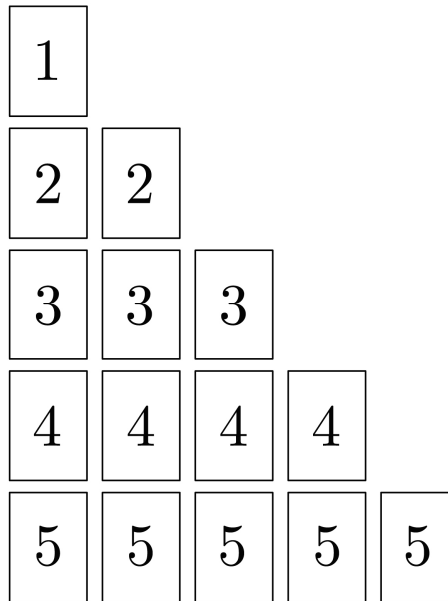
29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각

1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다.

이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일

확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 4개, 흰 공 5개, 빨간 공 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다.
- (나) 학생 A는 흰 공과 검은 공을 받으며 흰 공보다 검은 공을 더 많이 받는다.
- (다) 학생 A가 받는 공의 개수는 홀수이며 학생 A가 받는 공의 개수 이상의 공을 받는 학생은 없다.

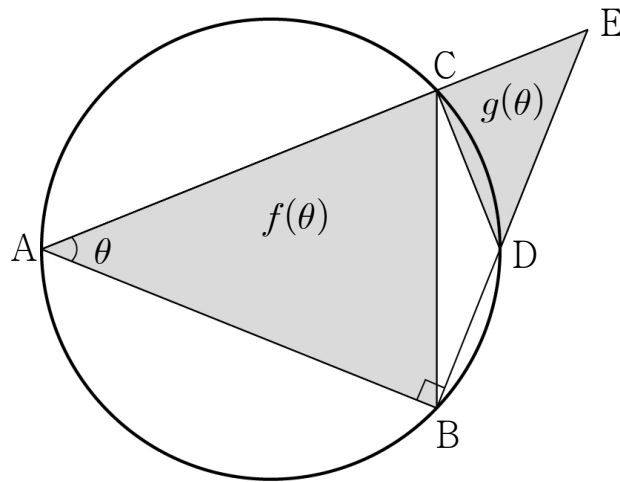
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고,

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고,
점 B 를 지나고 직선 AB 에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중
 B 가 아닌 점을 D , 직선 BD 와 직선 AC 가 만나는 점을 E 라
하자. 삼각형 ABC 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE 의 넓이를

$g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x)=x^3-x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한
 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=ax^3+x^2+bx+1$ 이 있다.
 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x < 0 \text{ 또는 } x > 1) \\ \frac{1}{\pi} \sin \pi x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
 $g(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 있다.
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \ln f(x) - \frac{1}{10} \{f(x) - 1\}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 $y = |g(t)|$ 와
함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라
하자. 두 함수 $g(x), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값을 갖는다.
(나) 함수 $h(t)$ 가 $t = k$ 에서 불연속인 k 의 값의 개수는
7이다.

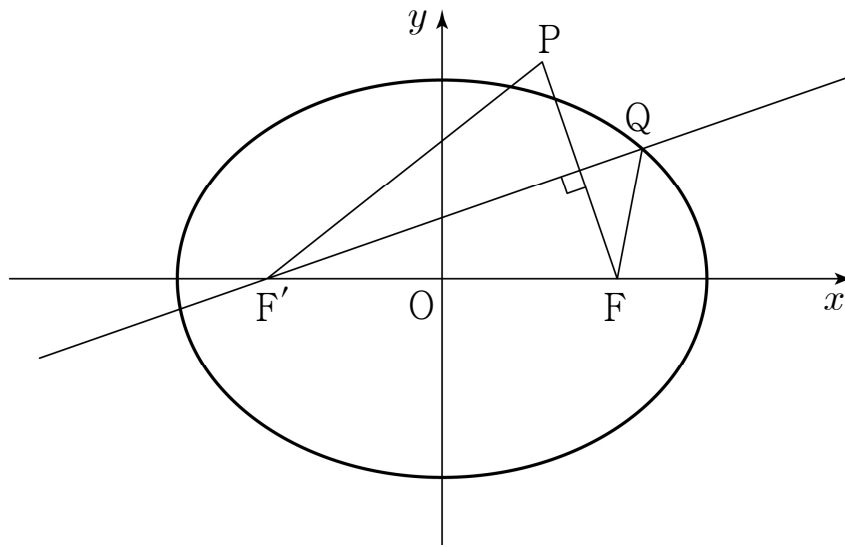
$\int_0^a e^x f(x) dx = me^a - 19$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오.

[4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 두 점 $F(\sqrt{7}, 0)$, $F'(-\sqrt{7}, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다.

$\overline{FF'} = \overline{PF'}$, $\overline{FP} = 2\sqrt{3}$ 을 만족시키는 점 P에 대하여 점 F' 을 지나고 선분 FP에 수직인 직선이 타원과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 Q라 할 때, 선분 FQ의 길이는?
(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

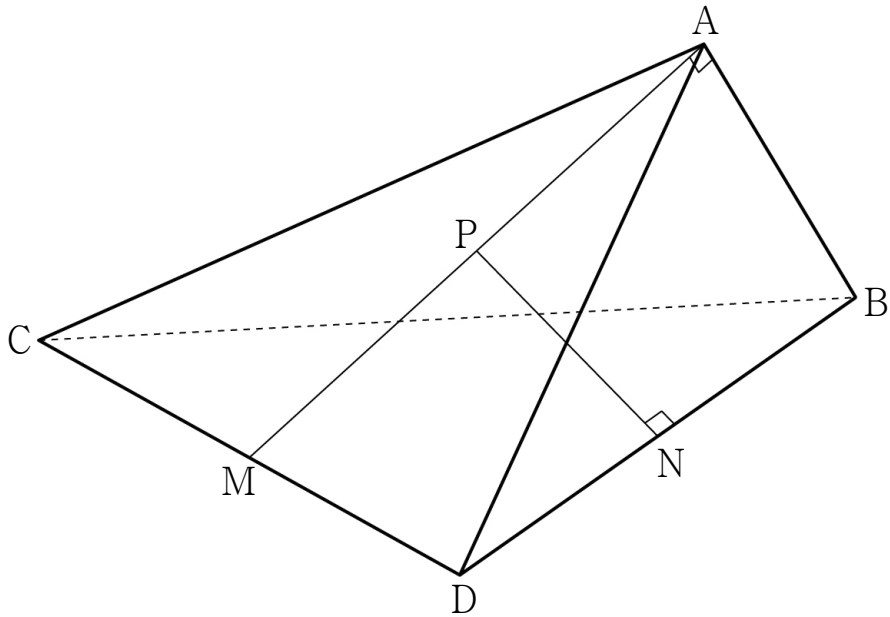


- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

29. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4, \overline{CD}=8, \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

인 사면체 ABCD 에 대하여 직선 AB 와 평면 ACD 는 서로 수직이다. 두 선분 CD , DB 의 중점을 각각 M , N 이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P 에 대하여 선분 DB 와 선분 PN 은 서로 수직이다. 두 평면 PDB 와 CDB 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $40\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



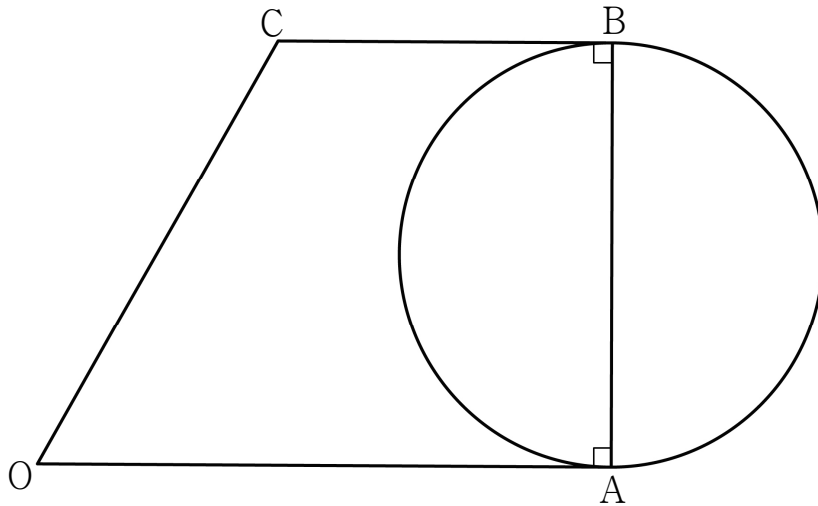
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 평면 위에

$$\overline{OA} = 2 + 2\sqrt{3}, \overline{AB} = 4, \angle COA = \frac{\pi}{3}, \angle A = \angle B = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 $OABC$ 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 할 때, 직선 OQ 가 원과 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 D 라 하자. 원 위의 점 R 에 대하여 $\overrightarrow{DQ} \cdot \overrightarrow{AR}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

[4점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 3보다 작은 실수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |(x-a)f(x)|$ 가 $x=3$ 에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 32일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

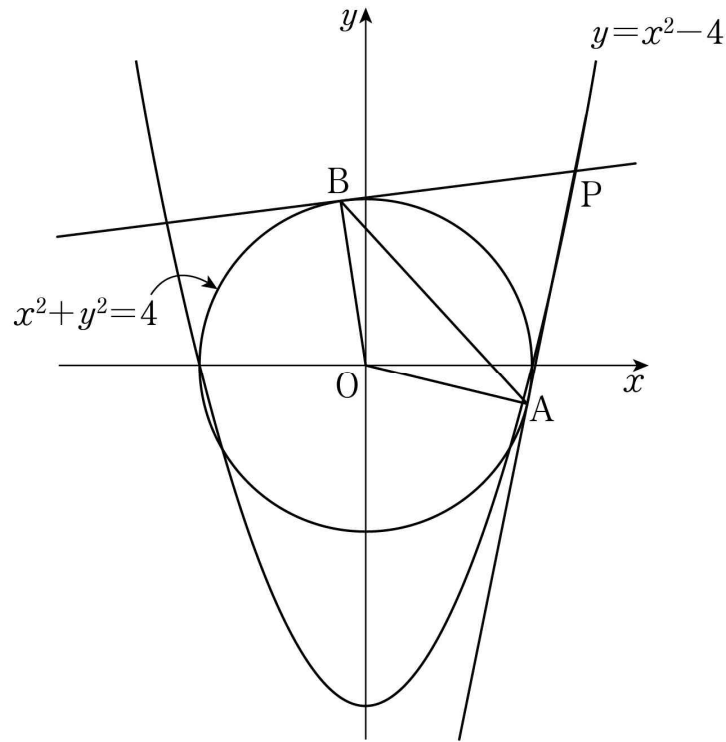
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 곡선 $y = x^2 - 4$ 위의 점 $P(t, t^2 - 4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2+} \frac{T(t)}{(t-2)S(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t > 2$ 이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $2f(x) = g(x) - g(-x)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

㉠. $a^2 \leq 3b$

㉡. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉢. 방정식 $f'(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g'(1) = 1$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0) = f'(0) = 0$ 을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt + 5 & (x < c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt - \frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c 의 개수가 1일 때, $g(1)$ 의 최댓값은? [4점]

① 2

② $\frac{8}{3}$

③ $\frac{10}{3}$

④ 4

⑤ $\frac{14}{3}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x)=-f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=-6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)|-a)$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 집합 $X=\{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f 가 4 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 $f(2n-1) < f(2n)$ 일 때, $f(1)=f(5)$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 X 라 할 때, 확률변수 X 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X=4)=16 \times P(X=16)=\frac{1}{81}$$

$$(나) E(X)=9$$

$V(X)=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x)=\sin(ax)$ ($a \neq 0$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{a}} f(x)dx \geq \frac{1}{2}$$

(나) $0 < t < 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^{3\pi} |f(x)+t|dx = \int_0^{3\pi} |f(x)-t|dx$$

이다.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -\frac{ax^3 + bx}{x^2 + 1}$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \neq 0$ 이고, 두 함수 $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$, $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(2) = h(0)$$

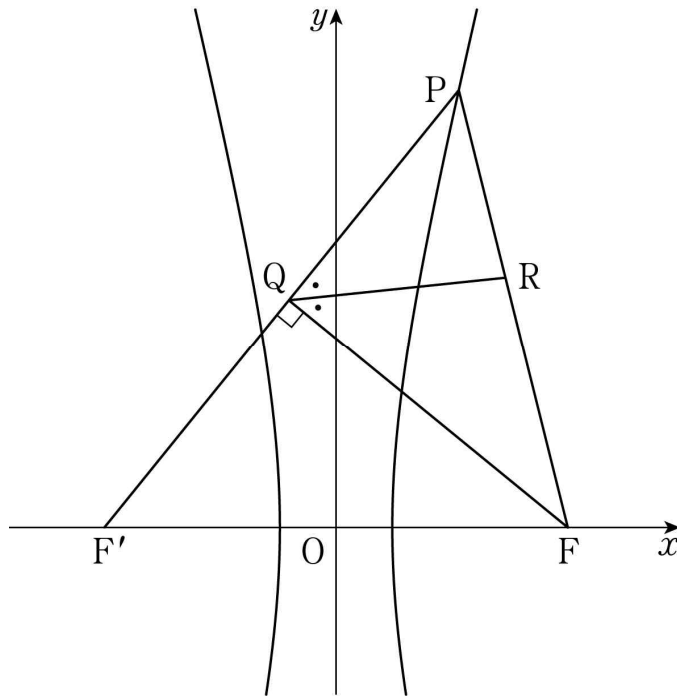
$$(나) \quad g'(2) = -5h'(2)$$

$4(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다.

쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 점 F 에서 선분 PF' 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, $\angle FQP$ 의 이등분선이 선분 PF 와 만나는 점을 R 라 하자. $4\overline{PR} = 3\overline{RF}$ 일 때, 삼각형 $PF'F$ 의 넓이를 구하시오. (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이고, $\angle F'PF < 90^\circ$ 이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

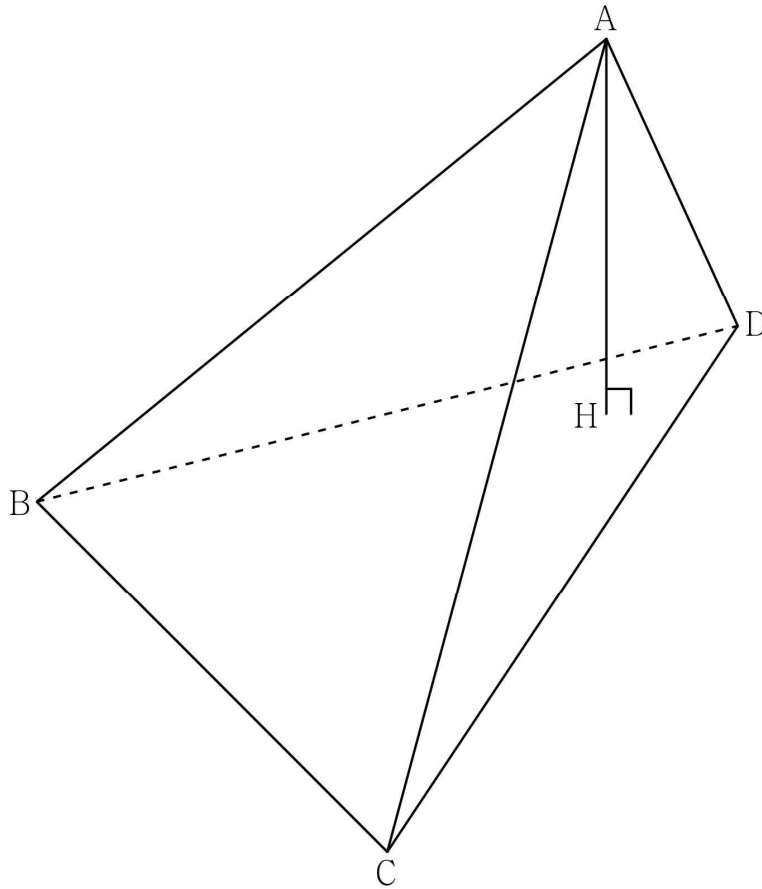
30. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 직선 DH가 선분 BC와 만나는 점을 E라 할 때, 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle AEH = \angle DAH$

(나) 점 E는 선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $\overline{DE} = 4$ 이다.

삼각형 AHD의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



14. 정수 k 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

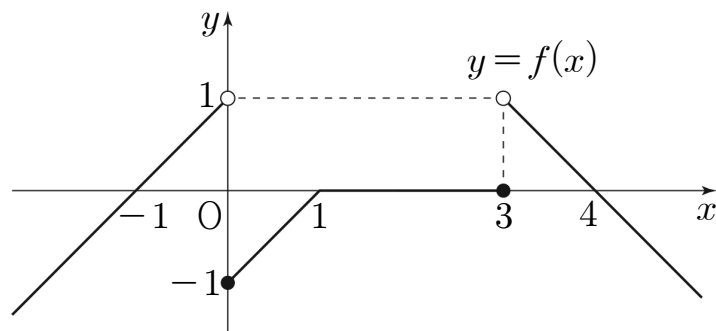
① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

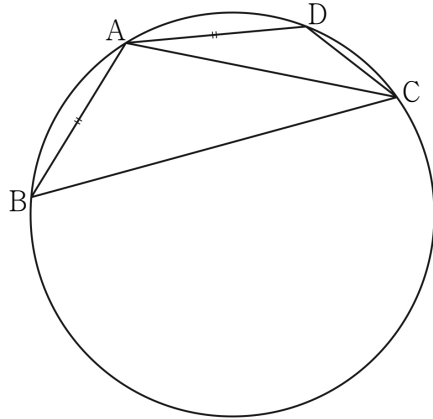
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

$\overline{AB} = \overline{AD} = k$ 라 할 때

두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.

이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이는

두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$\overline{BD} : R = \boxed{\text{(다)}} : 1$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를

각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② 15 ③ $\frac{35}{2}$ ④ 20 ⑤ $\frac{45}{2}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0)$, $(0, 2t)$,

$(-t, 0)$, $(0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t = \alpha$, $t = 8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음

조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

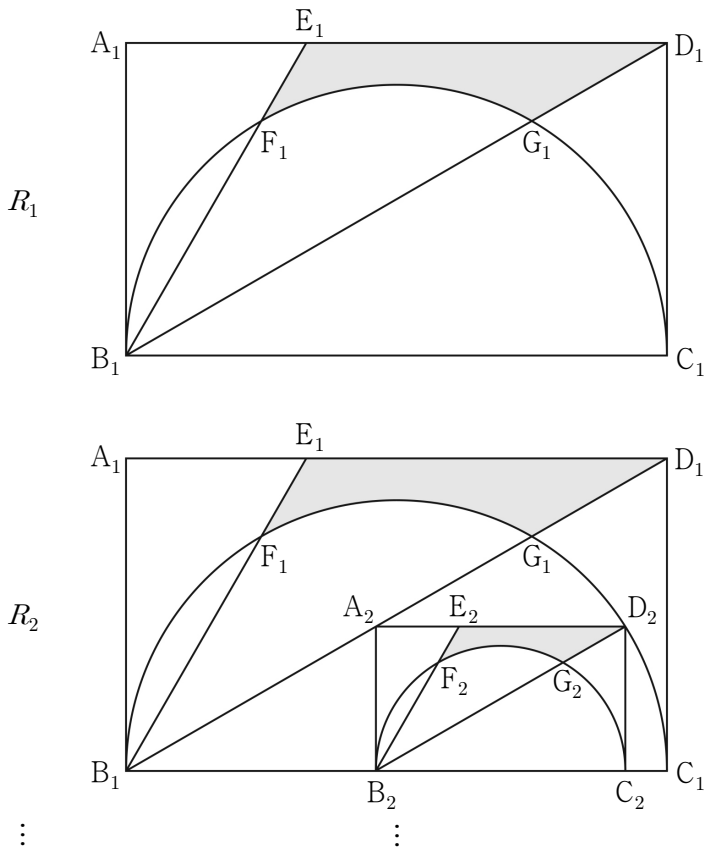
경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 는 짝수이다.
(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 1:2로 내분하는 점을 E_1 이라 하고 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원의 호 B_1C_1 이 두 선분 B_1E_1 , B_1D_1 과 만나는 점 중 점 B_1 이 아닌 점을 각각 F_1 , G_1 이라 하자. 세 선분 F_1E_1 , E_1D_1 , D_1G_1 과 호 F_1G_1 로 둘러싸인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 호 G_1C_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{169}{864}(8\sqrt{3}-3\pi)$ ② $\frac{169}{798}(8\sqrt{3}-3\pi)$
 ③ $\frac{169}{720}(8\sqrt{3}-3\pi)$ ④ $\frac{169}{864}(16\sqrt{3}-3\pi)$
 ⑤ $\frac{169}{798}(16\sqrt{3}-3\pi)$

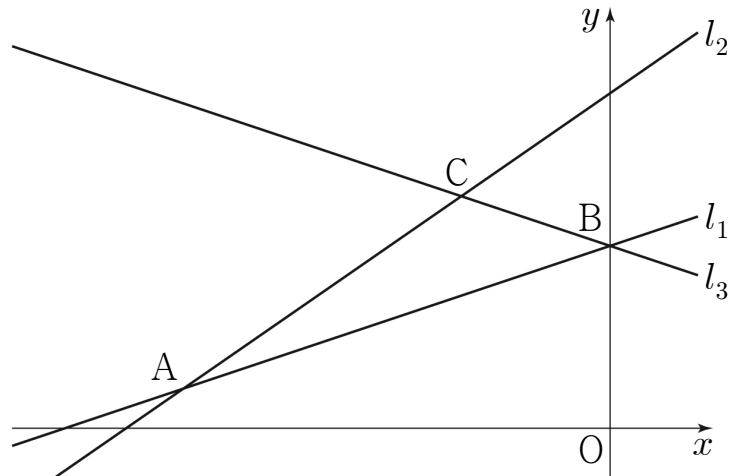
경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 제2사분면에 있는 점 A를 지나고
기울기가 각각 $m_1, m_2 (0 < m_1 < m_2 < 1)$ 인 두 직선을 l_1, l_2 라
하고, 직선 l_1 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_3 이라 하자.
직선 l_3 이 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 B, C라 하면
삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 12, \overline{AC} = 9$

(나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ 이다.

$78 \times m_1 \times m_2$ 의 값을 구하시오. [4점]



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수 $f(x) = a \cos x + x \sin x + b$ 와

$-\pi < \alpha < 0 < \beta < \pi$ 인 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$$

$$(나) \ \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\beta - \alpha} + \frac{1}{\beta} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = c$ 일 때, $f\left(\frac{\beta - \alpha}{3}\right) + c = p + q\pi$ 이다.

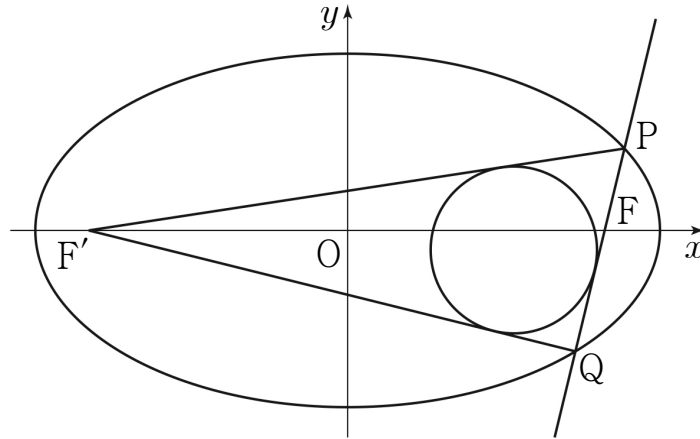
두 유리수 p, q 에 대하여 $120 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이고, $a < 1$ 이다.) [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 있다. 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PF 가 타원과 만나는 점 중 점 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. $\overline{OQ} = \overline{OF}$, $\overline{FQ} : \overline{F'Q} = 1 : 4$ 이고 삼각형 $PF'Q$ 의 내접원의 반지름의 길이가 2일 때, 양수 c 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점]



- ① $\frac{17}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{17}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$
 ④ $\frac{51}{8}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{17}}{5}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)에 대하여 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에서의 접선이 직선 $x = -p$ 와 만나는 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 지나고 직선 $x = -p$ 에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 R 라 하자.

$\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 사각형 $PQRF$ 의 둘레의 길이가 140이

되도록 하는 상수 p 의 값을 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위의 점 중

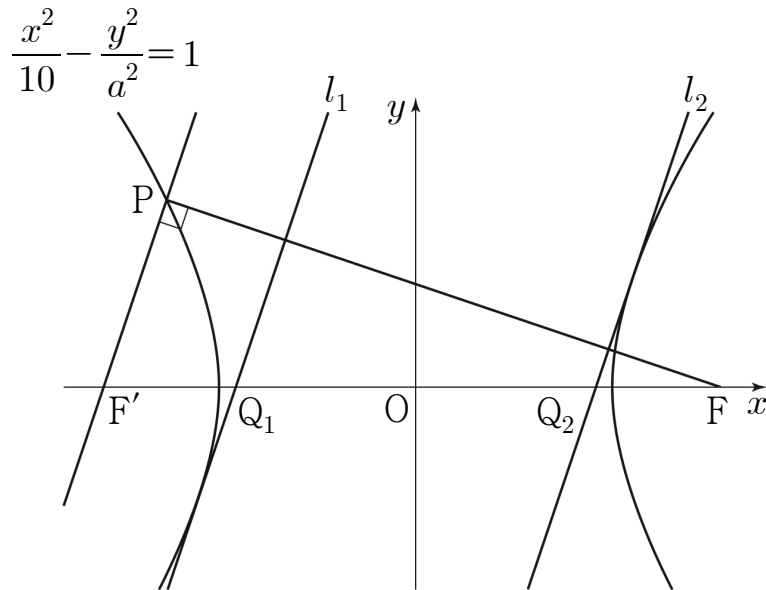
제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 삼각형 $F'FP$ 는 넓이가 15이고

$\angle F'PF = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다. 직선 PF' 과 평행하고 쌍곡선에

접하는 두 직선을 각각 l_1 , l_2 라 하자. 두 직선 l_1 , l_2 가 x 축과

만나는 점을 각각 Q_1 , Q_2 라 할 때, $\overline{Q_1Q_2} = \frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, a 는 양수이다.) [4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에
대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때,
함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB

위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의
점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $\sin(\angle CBA) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD} = -3 + 2\sqrt{30}$

ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

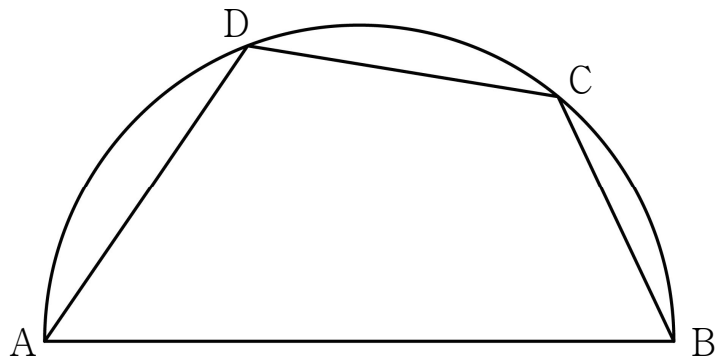
① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$

③ $-\sqrt{3}$

④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$

⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n \\ \text{(나)} \quad & |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1 \end{aligned}$$

$$a_2 = 9 \text{ 일 때, } \sum_{n=1}^{10} a_{2n} \text{ 의 값을 구하시오. [4점]}$$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- $$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \text{곡선 } y=h(x) \text{ 위의 점 } (k, 0) \ (k \neq 0) \text{ 에서의} \\ & \text{접선의 방정식은 } y=0 \text{ 이다.} \\ \text{(나)} \quad & \text{방정식 } h(x)=0 \text{ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 } 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$h(3) = -\frac{9}{2} \text{ 일 때, } k \times \{h(6) - h(11)\} \text{ 의 값을 구하시오.}$$

(단, k 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) $\sqrt{f(1) \times f(2) \times f(3)}$ 의 값은 자연수이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① 84 ② 87 ③ 90 ④ 93 ⑤ 96

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, n ($1 \leq n \leq 6$) 번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3 > a_4 + a_5 + a_6$ 일 때, $a_1 = a_4 = 1$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(-x) = f(x)$$

$$(나) \ f(x+2) = f(x)$$

$$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}, \quad \int_0^1 f(x) dx = 2 \text{ 일 때,}$$

$$\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx \text{의 값은? [4점]}$$

① $\frac{\pi}{6}$

② $\frac{\pi}{4}$

③ $\frac{\pi}{3}$

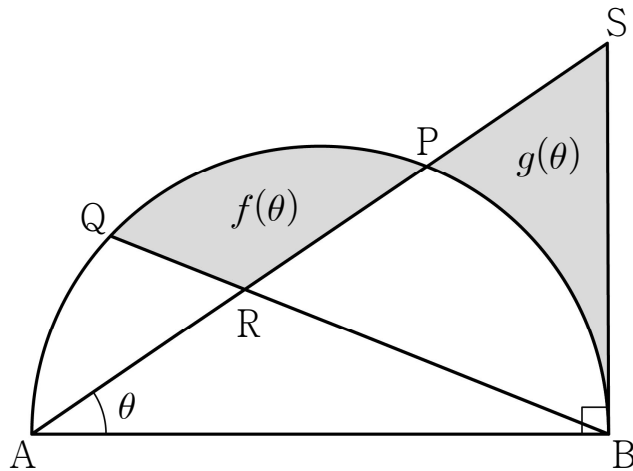
④ $\frac{5}{12}\pi$

⑤ $\frac{\pi}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 3 보다 크고 실수 전체의 집합에서
 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = e^x f(x)$$

이다. 양수 k 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = k, x \text{는 실수}\}$ 의
 모든 원소의 합을 $h(k)$ 라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서
 정의된 함수 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(k)$ 가 $k=t$ 에서 불연속인 t 의 개수는 1이다.

(나) $\lim_{k \rightarrow 3e^+} h(k) - \lim_{k \rightarrow 3e^-} h(k) = 2$

$g(-6) \times g(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$) [4점]

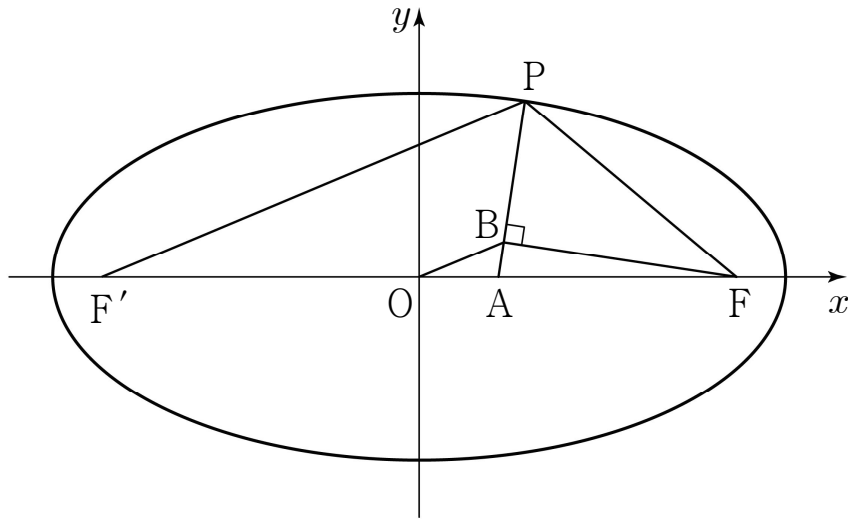
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 $F(6, 0)$, $F'(-6, 0)$ 을 두 초점으로 하는

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에 대하여

$\angle FPA = \angle F'PA$ 를 만족시키는 타원의 제1사분면 위의
점을 P 라 할 때, 점 F 에서 직선 AP 에 내린 수선의 발을
 B 라 하자. $\overline{OB} = \sqrt{3}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

(단, $a > 0$, $b > 0$ 이고 O 는 원점이다.) [4점]



- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

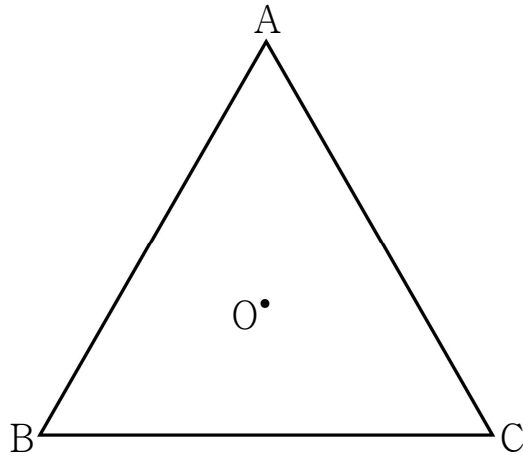
29. 평면 위에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC 의 무게중심

O 에 대하여 $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ 를 만족시키는 점을 D 라

하자. 선분 CD 위의 점 P 에 대하여 $|2\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PD}|$ 의 값이
최소가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 하자. $|\overrightarrow{OR}| = |\overrightarrow{OA}|$ 를
만족시키는 점 R 에 대하여 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QR}$ 의 최댓값이

$p + q\sqrt{93}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



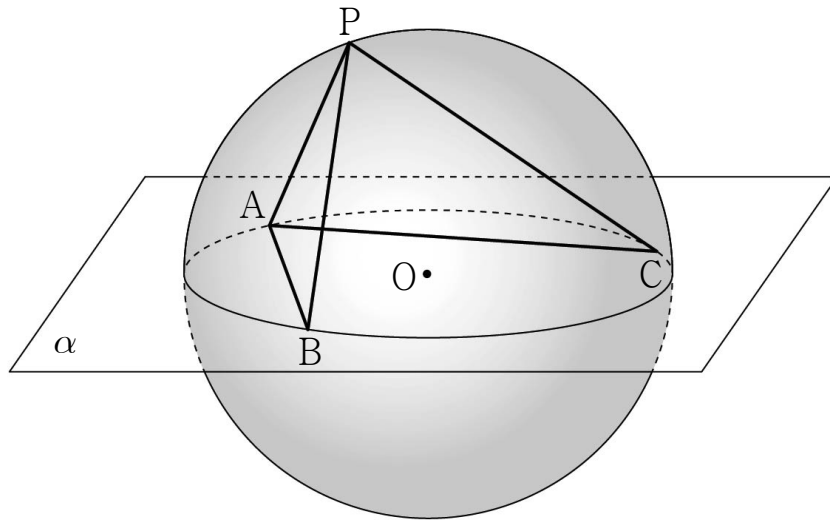
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 공간에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 4인 구와 점 O 를 지나는 평면 α 가 있다. 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 에 대하여 두 직선 OA, BC 가 서로 수직일 때, 구 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \angle PAO = \frac{\pi}{3}$$

(나) 점 P 의 평면 α 위로의 정사영은 선분 OA 위에 있다.

$\cos(\angle PAB) = \frac{\sqrt{10}}{8}$ 일 때, 삼각형 PAB 의 평면 PAC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. $30 \times S^2$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 < \angle BAC < \frac{\pi}{2}$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 두 함수

$$f(x) = x^3 - kx + 6, \quad g(x) = 2x^2 - 2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $k=0$ 일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.
- ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.
- ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

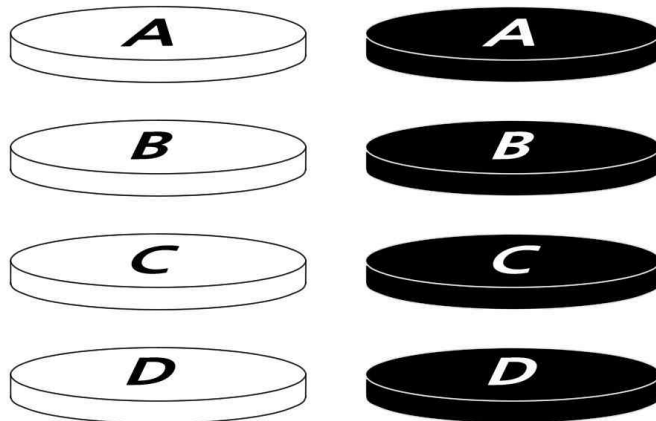
- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $x|g(x)| = \int_{2a}^x (a-t)f(t)dt$ 이다.
- (나) 방정식 $g(f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\int_{-2a}^{2a} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 흰색 원판 4개와 검은색 원판 4개에 각각 A, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있다. 이 8개의 원판 중에서 4개를 택하여 다음 규칙에 따라 원기둥 모양으로 쌓는 경우의 수를 구하시오. (단, 원판의 크기는 모두 같고, 원판의 두 밑면은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 있으면 같은 문자가 적힌 원판끼리는 검은색 원판이 흰색 원판보다 아래쪽에 놓이도록 쌓는다.
- (나) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 없으면 D가 적힌 원판이 맨 아래에 놓이도록 쌓는다.



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 실수 t 에 대하여 직선 $y = tx - 2$ 가 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+1} - 1}{x^{2n} + 1}$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1, a_2, \dots, a_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $m \times a_m$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

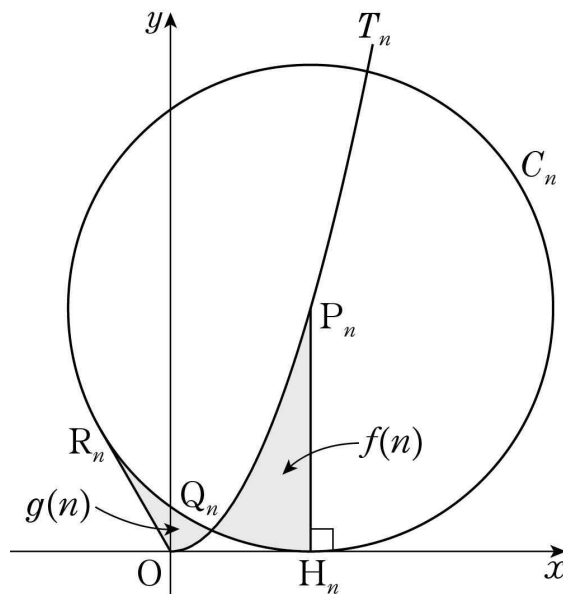
30. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선

$$T_n : y = \frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2 \quad (x \geq 0)$$

위에 있고 원점 O 와의 거리가 $2n+2$ 인 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 하자.

중심이 P_n 이고 점 H_n 을 지나는 원을 C_n 이라 할 때, 곡선 T_n 과 원 C_n 의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n , 원점에서 원 C_n 에 그은 두 접선의 접점 중 H_n 이 아닌 점을 R_n 이라 하자.

점 R_n 을 포함하지 않는 호 Q_nH_n 과 선분 P_nH_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n 을 포함하지 않는 호 R_nQ_n 과 선분 OR_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) - g(n)}{n^2} = \frac{\pi}{2} + k$ 이다. $60k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]



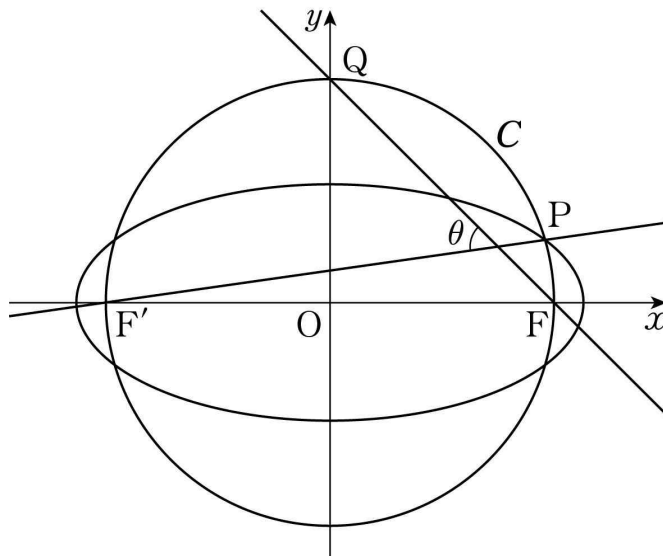
서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 F, F' 에 대하여

선분 FF' 을 지름으로 하는 원을 C 라 하자. 원 C 가 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 원 C 가 y 축과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자. 두 직선 $F'P, QF$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 일 때, $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값은?

(단, a, b 는 $a > b > 0$ 인 상수이고, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)

[4점]



- ① $\frac{11}{64}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{13}{64}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 꼭짓점이 A_1 이고 초점이 F_1 인 포물선 P_1 과 꼭짓점이 A_2 이고 초점이 F_2 인 포물선 P_2 가 있다. 두 포물선의 준선은 모두 직선 F_1F_2 와 평행하고, 두 선분 A_1A_2 , F_1F_2 의 중점은 서로 일치한다.

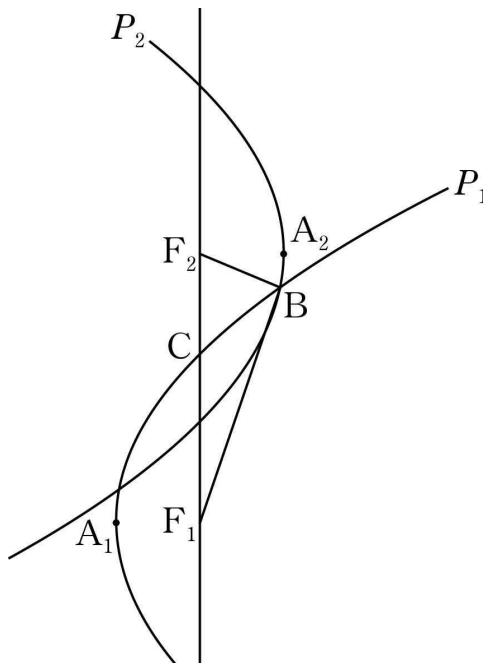
두 포물선 P_1 , P_2 가 서로 다른 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 A_2 에 가까운 점을 B 라 하자. 포물선 P_1 이 선분 F_1F_2 와 만나는 점을 C 라 할 때, 두 점 B , C 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overline{A_1C} = 5\sqrt{5}$$

$$(나) \overline{F_1B} - \overline{F_2B} = \frac{48}{5}$$

삼각형 BF_2F_1 의 넓이가 S 일 때, $10S$ 의 값을 구하시오.

(단, $\angle F_1F_2B < 90^\circ$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\int_t^x f(s)ds = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $f(x) = x^2(x-1)$ 일 때, $g(1) = 1$ 이다.
- ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이면 $g(a) = 3$ 인 실수 a 가 존재한다.
- ㄷ. $\lim_{t \rightarrow b} g(t) + g(b) = 6$ 을 만족시키는 실수 b 의 값이 0과 3뿐이면 $f(4) = 12$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 두 자연수 p, q 에 대하여 $S_n = pn^2 - 36n + q$ 일 때, S_n 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 p 의 최솟값을 p_1 이라 하자.

임의의 두 자연수 i, j 에 대하여 $i \neq j$ 이면 $S_i \neq S_j$ 이다.

$p = p_1$ 일 때, $|a_k| < a_1$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수가 3이 되도록 하는 모든 q 의 값의 합은? [4점]

- ① 372 ② 377 ③ 382 ④ 387 ⑤ 392

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)-1|}{x}$ 의 값이 존재한다.

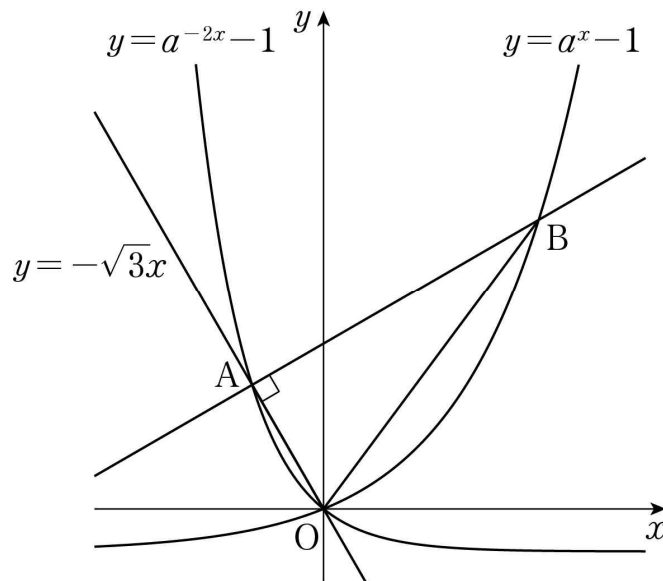
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $xf(x) \geq -4x^2 + x$ 이다.

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 그림과 같이 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 곡선

$$y = a^{-2x} - 1, \quad y = a^x - 1$$

이 있다. 곡선 $y = a^{-2x} - 1$ 과 직선 $y = -\sqrt{3}x$ 가 서로 다른 두 점 O, A 에서 만난다. 점 A 를 지나고 직선 OA 에 수직인 직선이 곡선 $y = a^x - 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 B 라 하자. $\overline{OA} : \overline{OB} = \sqrt{3} : \sqrt{19}$ 일 때, 선분 AB 의 길이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여
구간 $(-\infty, t]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_1 이라 하고,
구간 $[t, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_2 라 할 때,

$$g(t) = m_1 - m_2$$

라 하자. $k > 0$ 인 상수 k 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid 0 \leq t \leq 2\}$ 이다.

$g(4) = 0$ 일 때, $k + g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

[실행 1] 한 개의 동전을 던져

앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고,

뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다.

[실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을

확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

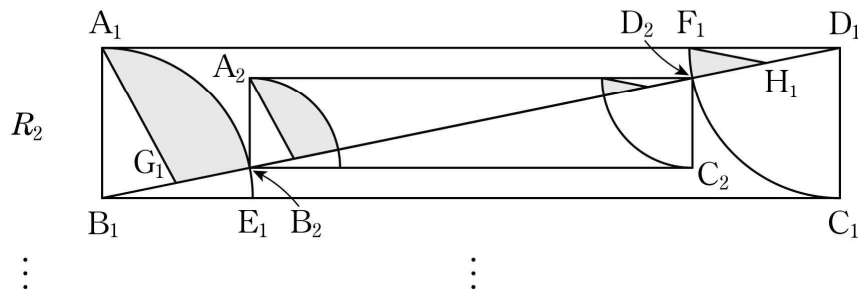
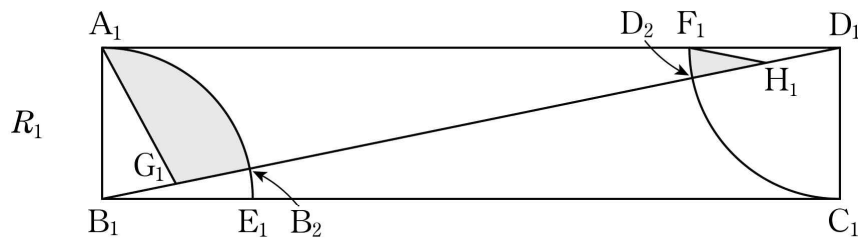
27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{6}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 B_1 이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 E_1 이라 하고, 중심이 D_1 이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분 A_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 선분 B_1D_1 이 호 A_1E_1 , 호 C_1F_1 과 만나는 점을 각각 B_2 , D_2 라 하고, 두 선분 B_1B_2 , D_1D_2 의 중점을 각각 G_1 , H_1 이라 하자.

두 선분 A_1G_1 , G_1B_2 와 호 B_2A_1 로 둘러싸인 부분인 ∇ 모양의 도형과 두 선분 D_2H_1 , H_1F_1 과 호 F_1D_2 로 둘러싸인 부분인 $\triangleright$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_2D_2 가 대각선이고 모든 변이 선분 A_1B_1 또는 선분 B_1C_1 에 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.

직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 ∇ 모양의 도형과 $\triangleright$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ① $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 5}{64}$ | ② $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 4}{64}$ |
| ③ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 6}{64}$ | ④ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 5}{64}$ |
| ⑤ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 4}{64}$ | |

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 닫힌구간 $[0, 4\pi]$ 에서 연속이고 다음 조건을 만족시키는 모든

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^{4\pi} |f(x)| dx$ 의 최솟값은? [4점]

(가) $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $f(x) = 1 - \cos x$ 이다.

(나) $1 \leq n \leq 3$ 인 각각의 자연수 n 에 대하여

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) + f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

또는

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) - f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

이다.

(다) $0 < x < 4\pi$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점의 개수는 6 이다.

① 4π

② 6π

③ 8π

④ 10π

⑤ 12π

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

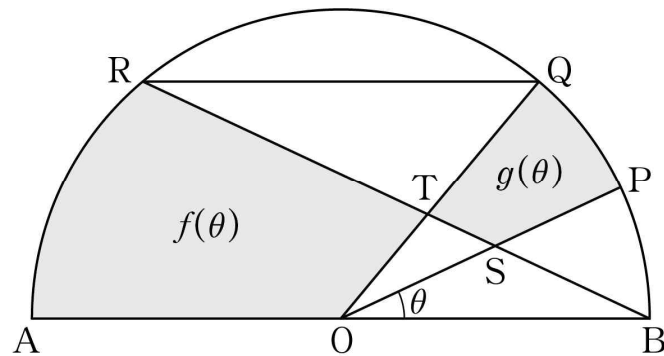
$$\angle BOP = \theta, \angle BOQ = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.

세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인

부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{f(\theta)} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을

구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \ln \{f(x) + f'(x) + 1\}$$

이 있다. 상수 a 와 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) > 0$ 이고

$$\int_{2a}^{3a+x} g(t) dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t) dt$$

이다.

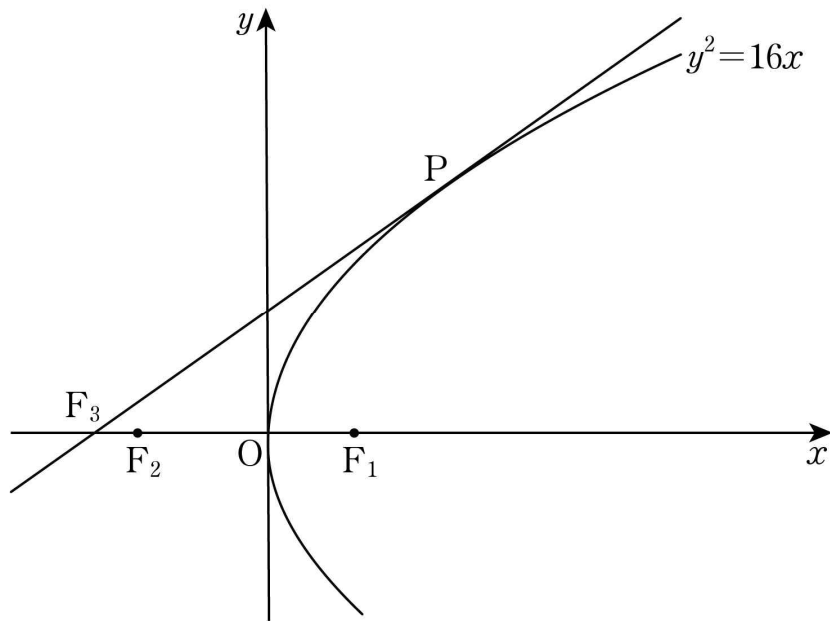
(나) $g(4) = \ln 5$

$\int_3^5 \{f'(x) + 2a\}g(x) dx = m + n \ln 2$ 일 때, $m + n$ 의 값을

구하시오. (단, m, n 은 정수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 두 점 $F_1(4, 0)$, $F_2(-6, 0)$ 에 대하여 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 가 $\overline{PF_2} - \overline{PF_1} = 6$ 을 만족시킨다.
 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 F_3 이라 하면 두 점 F_1 , F_3 을 초점으로 하는 타원의 한 꼭짓점은 선분 PF_3 위에 있다. 이 타원의 장축의 길이가 $2a$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

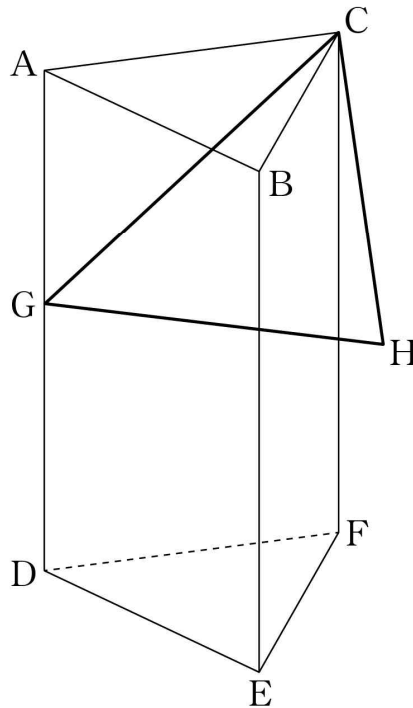


서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고
높이가 $4+2\sqrt{3}$ 인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 와 $\overline{DG}=4$ 인 선분
 AD 위의 점 G 가 있다. 점 H 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 CGH 의 평면 $ADEB$ 위로의 정사영은
정삼각형이다.
- (나) 삼각형 CGH 의 평면 DEF 위로의 정사영의 내부와
삼각형 DEF 의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

삼각형 CGH 의 평면 $ADFC$ 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할
때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]



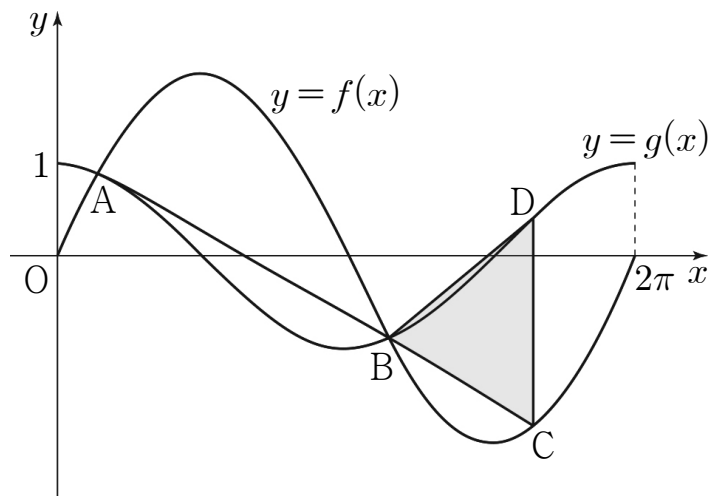
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 그림과 같이 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$f(x)=k\sin x$, $g(x)=\cos x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와
곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는
곡선 $y=f(x)$ 위에 있다. 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이
곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는?
(단, k 는 양수이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)

[4점]



① $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$

② $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$

③ $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$

④ $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 3t^2x$$

라 할 때, 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 두 함수 $f(x)$, $|f(x)|$ 의
최댓값을 각각 $M_1(t)$, $M_2(t)$ 라 하자. 함수

$$g(t) = M_1(t) + M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $g(2) = 32$

ㄴ. $g(t) = 2f(-t)$ 를 만족시키는 t 의 최댓값과 최솟값의 합은
3이다.

ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} = 5$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

a_1 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_5 + a_6 = 1$

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

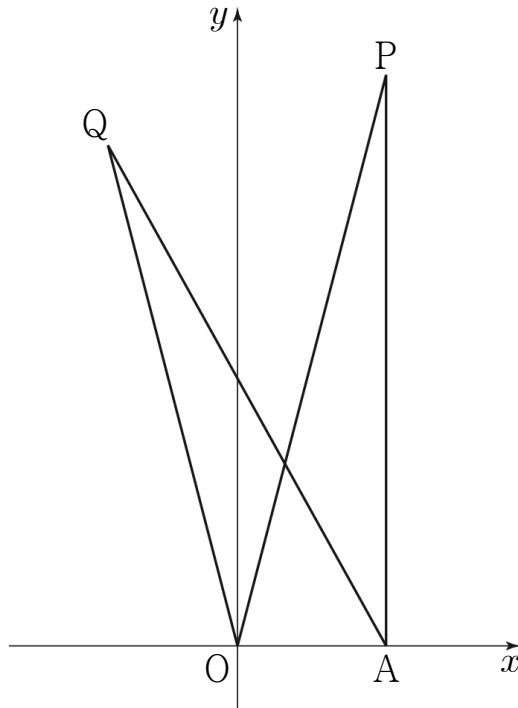
21. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 과 y 좌표가 양수인 서로 다른 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2\sqrt{15}$ 이고 $\overline{OP} > \overline{OQ}$ 이다.

(나) $\cos(\angle OPA) = \cos(\angle OQA) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

사각형 $OAPQ$ 의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{15}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 두 상수 $a, b(b \neq 1)$ 과 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고,
도함수 $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) $|x| < 2$ 일 때, $g(x) = \int_0^x (-t + a)dt$ 이고

$|x| \geq 2$ 일 때, $|g'(x)| = f(x)$ 이다.

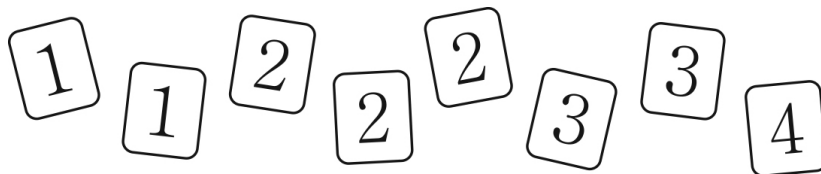
(다) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1, x = b$ 에서 극값을 갖는다.

$g(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합이 $p + q\sqrt{3}$ 일 때,
 $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드 중에서 7장을 택하여 이 7장의 카드 모두를 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱 모두가 짝수가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 264 ② 268 ③ 272 ④ 276 ⑤ 280



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(4) = f(1) + f(2) + f(3)$
 (나) $2f(4) = f(5) + f(6) + f(7) + f(8)$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 각각 5개 이하씩 모두 7개를 택해 다음 조건을 만족시키는 7자리의 문자열을 만들려고 한다.

- (가) 한 문자가 연달아 3개 이어지고 그 문자는 a 뿐이다.
 (나) 어느 한 문자도 연달아 4개 이상 이어지지 않는다.

예를 들어, $baaacca, ccbbaaa$ 는 조건을 만족시키는 문자열이고 $aabbcca, aaabccc, ccbaaaa$ 는 조건을 만족시키지 않는 문자열이다. 만들 수 있는 모든 문자열의 개수를 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=\sqrt{3}$, $\overline{C_1D_1}=1$ 이고

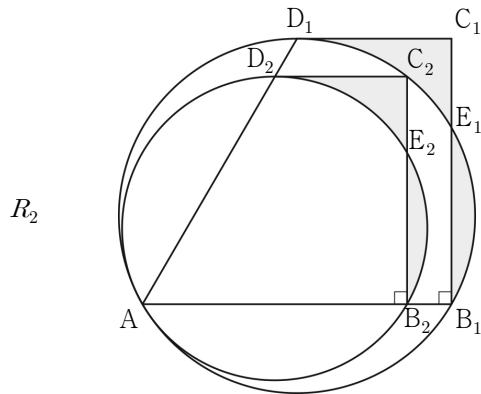
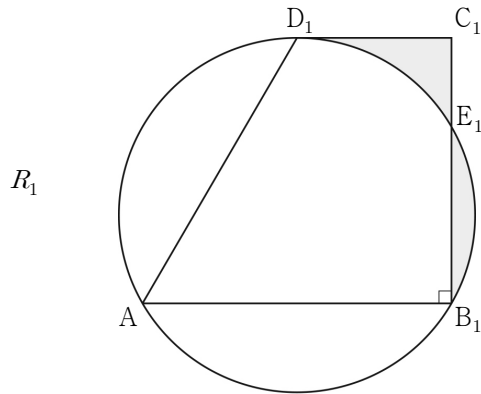
$\angle C_1B_1A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 세 점 A , B_1 , D_1 을
지나는 원이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중 B_1 이 아닌 점을 E_1 이라
할 때, 두 선분 C_1D_1 , C_1E_1 과 호 E_1D_1 로 둘러싸인 부분과
선분 B_1E_1 과 호 B_1E_1 로 둘러싸인 부분인 $\cap$ 모양의 도형에
색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 호 E_1D_1 위의 점 C_2 ,
선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{B_2C_2}:\overline{C_2D_2}=\sqrt{3}:1$ 이고 $\angle C_2B_2A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴

$AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 점 E_2 를
잡고, 사다리꼴 $AB_2C_2D_2$ 에 $\cap$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여
얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는
부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

① $\frac{49}{144} \sqrt{3}$

② $\frac{49}{122} \sqrt{3}$

③ $\frac{49}{100} \sqrt{3}$

④ $\frac{49}{78} \sqrt{3}$

⑤ $\frac{7}{8} \sqrt{3}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

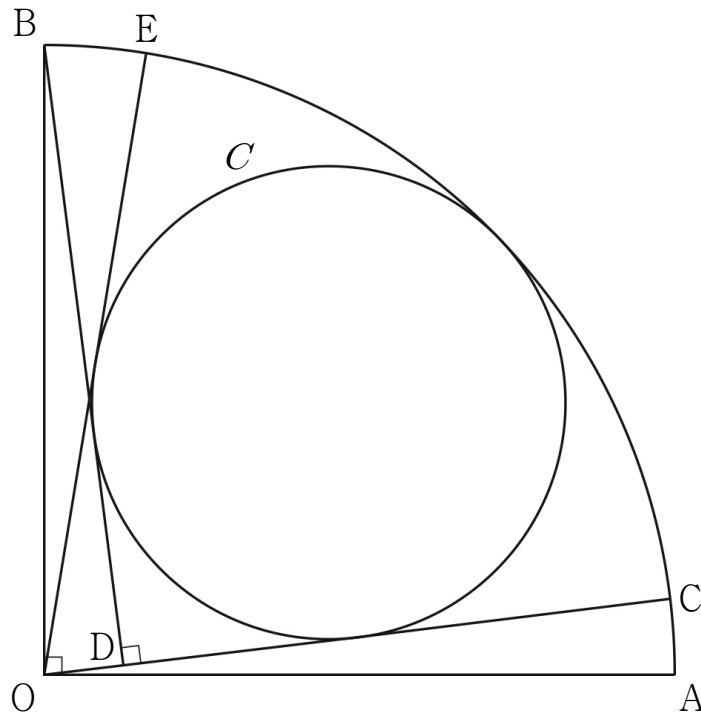
29. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가

$\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 B에서

선분 OC에 내린 수선의 발을 D라 하고, 두 선분 BD, CD와 호 BC에 동시에 접하는 원을 C라 하자. 점 O에서 원 C에 그은 접선 중 점 C를 지나지 않는 직선이 호 AB와 만나는 점을

E라 할 때, $\cos(\angle COE) = \frac{7}{25}$ 이다.

$\sin(\angle AOE) = p + q\sqrt{7}$ 일 때, $200 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 유리수이고, 점 C는 점 B가 아니다.) [4점]



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

$$(나) \text{ 모든 양의 실수 } x \text{에 대하여 } f(x+2) = -\frac{1}{2}f(x) \text{이다.}$$

$x > 0$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$$

라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \{g(n+t) - g(n-t)\} + 2g(n) = \frac{\ln 2}{2^{24}}$$

를 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

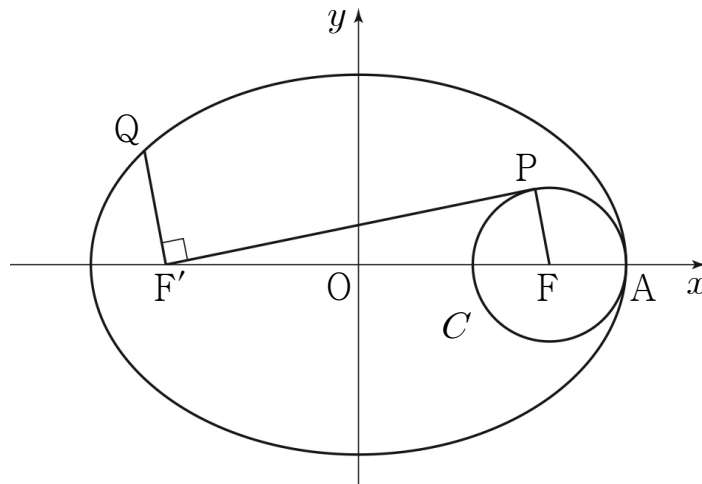
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 그림과 같이 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 점 F 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의 점 중 y 좌표가 양수인 점 P 와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PF' 은 원 C 에 접한다.
 (나) 두 직선 PF' , QF' 은 서로 수직이다.

$\overline{QF'} = \frac{3}{2}\overline{PF}$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단, $\overline{AF} < \overline{FF'}$)

[3점]



- ① $\frac{25}{2}$ ② 13 ③ $\frac{27}{2}$ ④ 14 ⑤ $\frac{29}{2}$

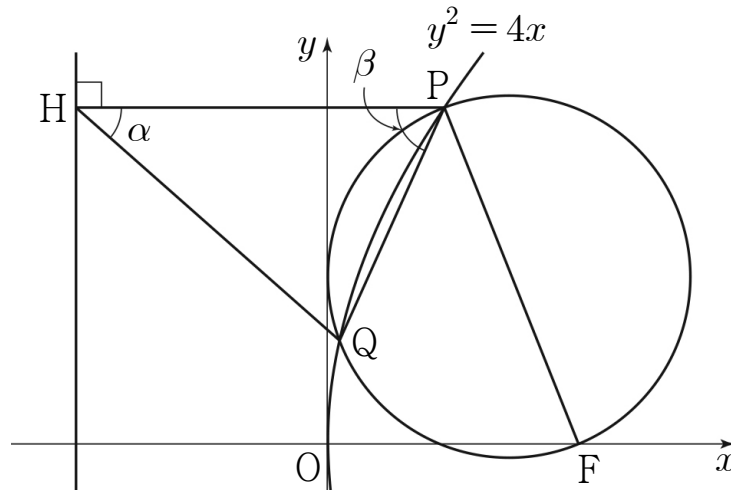
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 초점이 F인 포물선 $C: y^2 = 4x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 있다. 선분 PF를 지름으로 하는 원을 O 라 할 때, 원 O 는 포물선 C 와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O 가 포물선 C 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q, 점 P에서 포물선 C 의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle QHP = \alpha$, $\angle HPQ = \beta$ 라 할 때, $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = 3$ 이다.

$\frac{\overline{QH}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{102}}{7}$
 ④ $\frac{\sqrt{105}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

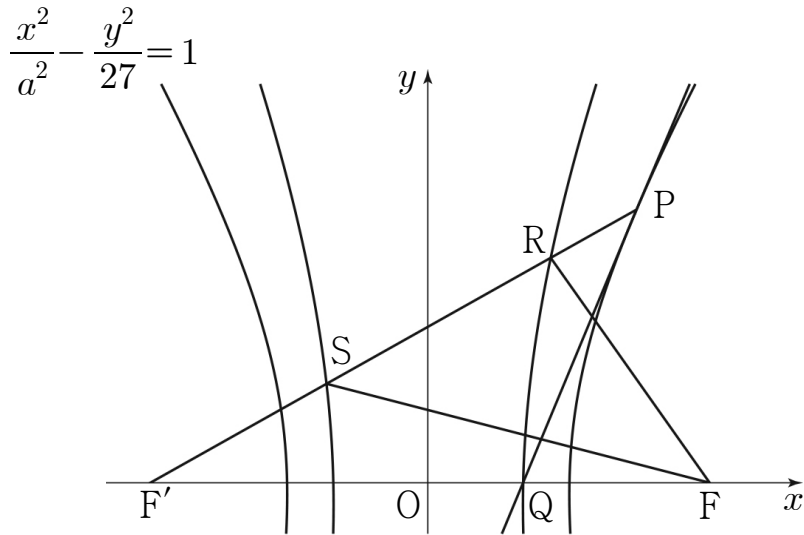
쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 위의 점 $P\left(\frac{9}{2}, k\right)$ ($k > 0$)에서의 접선이

x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 F , F' 을 초점으로 하고

점 Q 를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분 PF' 과 만나는 두 점을

R , S 라 하자. $\overline{RS} + \overline{SF} = \overline{RF} + 8$ 일 때, $4 \times (a^2 + k^2)$ 의 값을

구하시오. (단, a 는 양수이고, 점 R 의 x 좌표는 점 S 의 x 좌표보다 크다.) [4점]



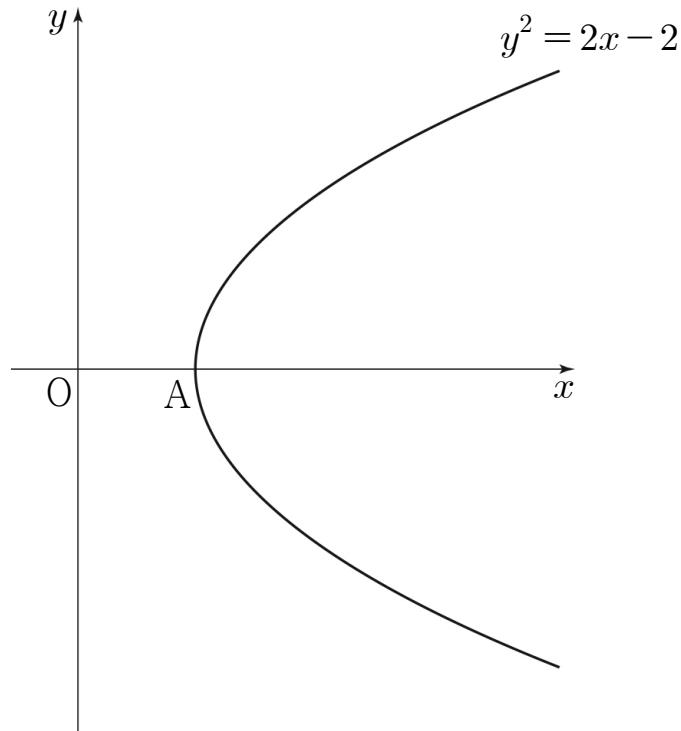
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을 A라 하자.
이 포물선 위를 움직이는 점 P와 양의 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 C 라 하자.

도형 C 가 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록
하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 두 함수

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = \sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이고, $0 \leq a \leq 2$ 이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2 = 1$

(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의
모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$ 이다.

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 세 양수 a, b, k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < k) \\ -x^2 + 4bx - 3b^2 & (x \geq k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —————
- ㄱ. $a=1$ 이면 $f'(k)=1$ 이다.
ㄴ. $k=3$ 이면 $a=-6+4\sqrt{3}$ 이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$ 이면 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로
둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

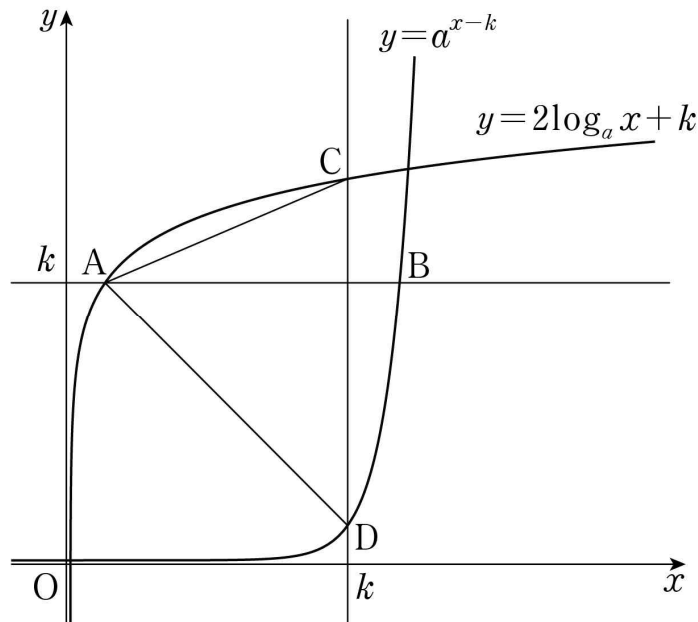
$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} + a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) & (a_{n+1} + a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, $a_6 = 34$ 가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여 직선 $y = k$ 가 두 곡선 $y = 2\log_a x + k$, $y = a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 직선 $x = k$ 가 두 곡선 $y = 2\log_a x + k$, $y = a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} \times \overline{CD} = 85$ 이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a + k$ 의 값을 구하시오. [4점]



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x) - t|$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x) - g(k)}{|x - k|}$ 의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k 의 개수를

$h(t)$ 라 하자.

함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow 4+} h(t) = 5$

(나) 함수 $h(t)$ 는 $t = -60$ 과 $t = 4$ 에서만 불연속이다.

$f(2) = 4$ 이고 $f'(2) > 0$ 일 때, $f(4) + h(4)$ 의 값을 구하시오.

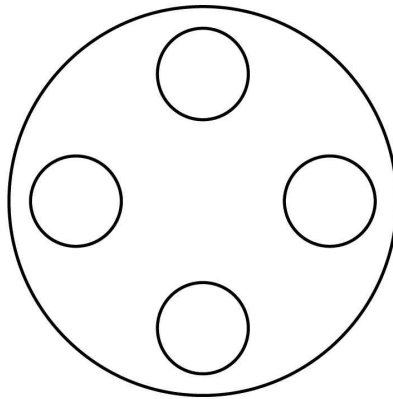
[4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가
일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로
다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을
만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은
3 이하이다.

- ① 420 ② 450 ③ 480 ④ 510 ⑤ 540



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는
함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
(나) $f(2) \neq 1$ 이고 $f(4) \times f(5) < 20$ 이다.

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 부등식 $x^2 - 4nx - n < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 a_n 이라 하자. 두 상수 p, q 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{na_n} - pn) = q$$

일 때, $100pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - x}{x^{2n} + 1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$2k-2 \leq |x| < 2k$ 일 때,

$$g(x) = (2k-1) \times f\left(\frac{x}{2k-1}\right)$$

이다. (단, k 는 자연수이다.)

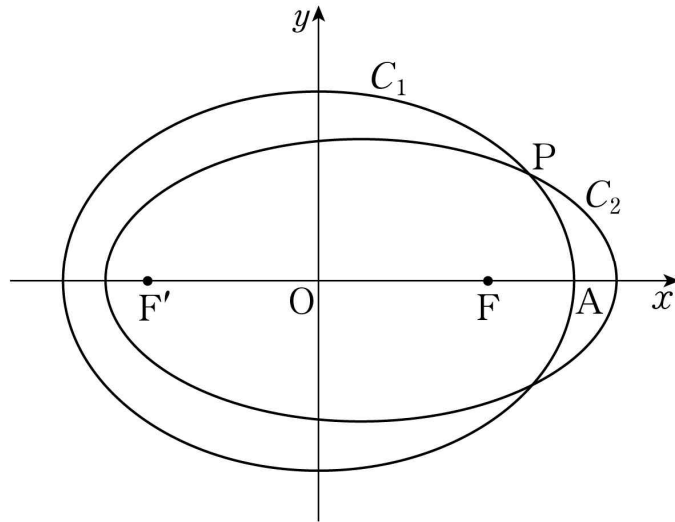
$0 < t < 10$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

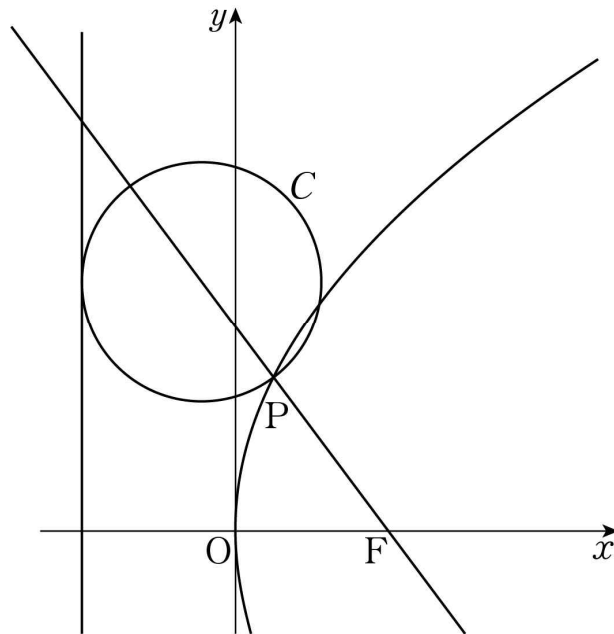
28. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원을 C_1 이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $A(3, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\cos(\angle AFP) = \frac{3}{8}$ 일 때, 삼각형 PFA 의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{11}{2}$



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 점 F 를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 C 가 점 P 를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 C 의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$ 의 값을 구하시오. (단, 원 C 의 중심의 x 좌표는 점 P 의 x 좌표보다 작다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 C 가 있다. 타원 C 가 두 직선 $x=c$, $x=-c$ 와 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 각각 A , B 라 하자.

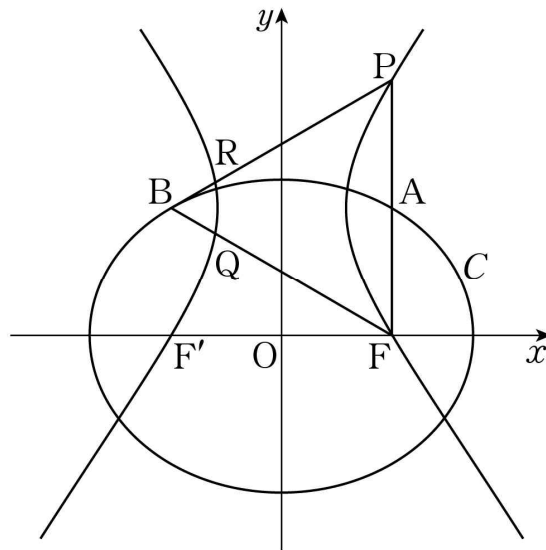
두 초점이 A , B 이고 점 F 를 지나는 쌍곡선이 직선 $x=c$ 와 만나는 점 중 F 가 아닌 점을 P 라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF , BP 와 만나는 점 중 x 좌표가 음수인 점을 각각 Q , R 라 하자.

세 점 P , Q , R 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BFP 는 정삼각형이다.

(나) 타원 C 의 장축의 길이와 삼각형 BQR 의 둘레의 길이의 차는 3이다.

$60 \times \overline{AF}$ 의 값을 구하시오. [4점]



정답을 확인해요

2022학년도 대학수학능력시험 수학

공통 · 12번 ③ 14번 ③ 15번 ② 21번 678 22번 9

확률과 통계 · 28번 ① 30번 191

미적분 · 29번 11 30번 143

기하 · 29번 100 30번 23

2022학년도 6월 모의평가 수학

공통 · 14번 ③ 15번 ② 21번 24 22번 61

미적분 · 28번 ① 30번 11

기하 · 30번 48

2022학년도 9월 모의평가 수학

공통 · 13번 ② 14번 ⑤ 15번 ① 20번 21 21번 192 22번 108

미적분 · 27번 ③ 30번 115

기하 · 29번 40 30번 45

2023학년도 대학수학능력시험 수학

공통 · 12번 ② 14번 ① 15번 ⑤ 21번 33 22번 13

확률과 통계 · 29번 49 30번 100

미적분 · 28번 ② 30번 31

기하 · 28번 ② 29번 12 30번 24

2023학년도 6월 모의평가 수학

공통 · 14번 ④ 15번 ② 20번 13 22번 19

확률과 통계 · 29번 115

미적분 · 26번 ② 28번 ⑤ 29번 50 30번 16

기하 · 28번 ① 29번 23 30번 8

2023학년도 9월 모의평가 수학

공통 · 13번 ⑤ 14번 ⑤ 15번 ③ 20번 80 21번 220 22번 58

확률과 통계 · 30번 260

미적분 · 28번 ④ 30번 283

기하 · 28번 ① 29번 127 30번 17

2024학년도 대학수학능력시험 수학

공통 · 14번 ① 15번 ③ 21번 10 22번 483

미적분 · 28번 ② 29번 162 30번 125

기하 · 28번 ⑤ 29번 11

2024학년도 6월 모의평가 수학

공통 · 12번 ⑤ 14번 ③ 15번 ② 22번 380

확률과 통계 · 28번 ⑤

미적분 · 28번 ② 30번 24

2024학년도 9월 모의평가 수학

공통 · 13번 ③ 14번 ② 15번 ④ 22번 10

미적분 · 28번 ②

기하 · 28번 ① 30번 27

2025학년도 대학수학능력시험 수학

공통 · 14번 ④ 15번 ② 21번 16 22번 64

미적분 · 29번 25 30번 17

기하 · 29번 107

2025학년도 6월 모의평가 수학

공통 · 15번 ② 21번 15 22번 231

미적분 · 28번 ④ 30번 25

기하 · 30번 10

2025학년도 9월 모의평가 수학

공통 · 22번 8

미적분 · 30번 25

2026학년도 대학수학능력시험 수학

공통 · 14번 ④ 15번 ④ 21번 65 22번 457

확률과 통계 · 28번 ② 30번 262

미적분 · 29번 97 30번 11

기하 · 28번 ④ 29번 360 30번 221

2026학년도 6월 모의평가 수학

공통 · 14번 ② 15번 ① 21번 42 22번 38

확률과 통계 · 30번 115

미적분 · 28번 ① 29번 109 30번 25

기하 · 29번 20 30번 36

2026학년도 9월 모의평가 수학

공통 · 13번 ④ 15번 ⑤ 21번 296 22번 73

확률과 통계 · 28번 ②

미적분 · 28번 ② 29번 91

기하 · 28번 ④ 29번 396 30번 69

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 15번 ③ 22번 251

확률과 통계 · 28번 ⑤ 29번 288 30번 206

미적분 · 28번 ③ 29번 18 30번 13

기하 · 28번 ⑤ 29번 115 30번 63

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 15번 ② 21번 117 22번 64

확률과 통계 · 29번 25 30번 51

미적분 · 28번 ② 29번 15 30번 586

기하 · 26번 ① 29번 25 30번 108

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 10번 ① 12번 ② 13번 ① 15번 ⑤ 20번 2 22번 108

확률과 통계 · 28번 ② 30번 23

미적분 · 29번 14 30번 10

기하 · 29번 32 30번 7

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 14번 ④ 15번 ⑤ 20번 240 21번 170 22번 30

확률과 통계 · 30번 720

미적분 · 28번 ② 29번 18 30번 135

기하 · 28번 ③ 29번 21 30번 13

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 13번 ③ 14번 ⑤ 15번 ① 21번 180 22번 121

확률과 통계 · 28번 ② 30번 133

미적분 · 28번 ① 29번 4 30번 129

기하 · 28번 ③ 29번 15 30번 50

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 14번 ② 22번 4

확률과 통계 · 30번 708

미적분 · 29번 28 30번 80

기하 · 28번 ④ 30번 384

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 14번 ② 15번 ① 20번 226 21번 8 22번 82

심화 단계 수학 기출

확률과 통계 · 30번 17

미적분 · 27번 ④ 28번 ② 29번 20 30번 12

기하 · 29번 54 30번 48

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 13번 ③ 14번 ③ 15번 ④ 21번 22 22번 32

확률과 통계 · 28번 ① 29번 523 30번 188

미적분 · 28번 ④ 29번 79 30번 107

기하 · 27번 ④ 28번 ④ 29번 171 30번 24

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

공통 · 13번 ④ 14번 ⑤ 15번 ③ 21번 12 22번 729

확률과 통계 · 28번 ⑤ 30번 45

미적분 · 29번 50 30번 25

기하 · 28번 ④ 29번 96 30번 100