Aldus Libris

치환적분과 부분적분 기출 모음

문제만 · 수능형

30문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

이 책은 문제와 정답에 집중해요. 풀이가 필요하면 같은 문항을 담은 「개념과 풀이」 또는 「문제와 팁」을 이용해 보세요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2022학년도 대학수학능력시험 수학

2022학년도 9월 모의평가 수학

2023학년도 대학수학능력시험 수학

2023학년도 9월 모의평가 수학

2024학년도 대학수학능력시험 수학

2024학년도 9월 모의평가 수학

2025학년도 대학수학능력시험 수학

2025학년도 9월 모의평가 수학

2026학년도 대학수학능력시험 수학

2026학년도 9월 모의평가 수학

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 26번
홀수형

26. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2+2kn}{k^3+3k^2n+n^3}$ 의 값은? [3점]

① $\ln 5$ ② $\frac{\ln 5}{2}$ ③ $\frac{\ln 5}{3}$ ④ $\frac{\ln 5}{4}$ ⑤ $\frac{\ln 5}{5}$

한국교육과정평가원 · 2022학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 30번
홀수형

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

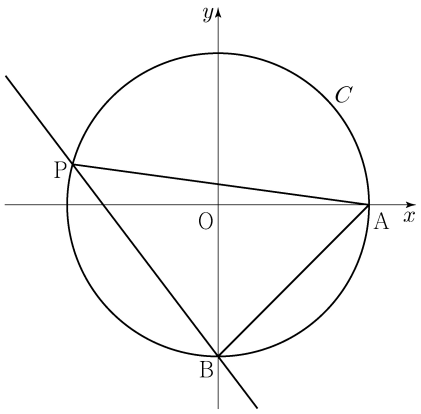
> (가) $f(1)=1$, $\int_1^2 f(x)\,dx=\frac{5}{4}$
>
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,
> $x\geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\int_1^8 xf'(x)\,dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{PAB}=\theta$라 하자.
점 $\mathrm{Q}(0,\ 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)\,d\theta$의 값은? [4점]

① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$



한국교육과정평가원 · 2022학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$

(나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다.
$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)\,dx=\frac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 24번
홀수형

24. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{3k}{n}}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{13}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 29번
홀수형

29. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$

(나) $f(\ln 2)=0$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_{0}^{14}g(x)dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 미적분 24번

24. $\int_{0}^{\pi}x\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

한국교육과정평가원 · 2023학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0,\infty)$에서 $g(x)\ge 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x\le -3$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x)\ge f(-3)$이다.

(나) $x>-3$인 모든 실수 x에 대하여
$g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^{2}=f'(x)$이다.

$\int_{4}^{5}g(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 25번
홀수형

25. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 있다. $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이고, $g'(x)$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.
모든 양수 a에 대하여

$$\int_{1}^{a}\frac{1}{g'(f(x))f(x)}dx=2\ln a+\ln(a+1)-\ln 2$$

이고 $f(1)=8$일 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

한국교육과정평가원 · 2024학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 28번
홀수형

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge 0$이고, $x<0$일 때 $f(x)=-4xe^{4x^{2}}$이다.
모든 양수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$라 하자.
두 함수 $g(t)$, $h(t)$는 모든 양수 t에 대하여

$$2g(t)+h(t)=k\ (k\text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_{0}^{7}f(x)dx=e^{4}-1$일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}e^{5}$ ② $\frac{4}{3}e^{7}$ ③ $\frac{5}{4}e^{9}$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

한국교육과정평가원 · 2024학년도 9월 모의평가 수학 미적분 25번

25. 함수 $f(x)=x+\ln x$에 대하여 $\int_1^e \left(1+\frac{1}{x}\right)f(x)\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{e^2}{2}+\frac{e}{2}$ ② $\frac{e^2}{2}+e$ ③ $\frac{e^2}{2}+2e$
④ e^2+e ⑤ e^2+2e

한국교육과정평가원 · 2025학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 24번 홀수형

24. $\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1}\,dx$의 값은? [3점]

① $10+\ln 5$ ② $10+\ln 7$ ③ $10+2\ln 3$
④ $10+\ln 11$ ⑤ $10+\ln 13$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 9월 모의평가 수학 미적분 24번

24. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 기울기는 $\frac{1}{t}+4e^{2t}$이다. $f(1)=2e^2+1$일 때, $f(e)$의 값은? [3점]

① $2e^{2e}-1$ ② $2e^{2e}$ ③ $2e^{2e}+1$
④ $2e^{2e}+2$ ⑤ $2e^{2e}+3$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 9월 모의평가 수학 미적분 28번

28. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f'(2x)\sin \pi x+x$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 역함수 $g^{-1}(x)$를 갖고,

$$\int_0^1 g^{-1}(x)\,dx=2\int_0^1 f'(2x)\sin \pi x\,dx+\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx$의 값은? [4점]

① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

한국교육과정평가원 · 2025학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=(k-|x|)e^{-x}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$에 대하여 $F(0)$의 최솟값을 $g(k)$라 하자.

모든 실수 x에 대하여 $F'(x)=f(x)$이고 $F(x)\ge f(x)$이다.

$g\left(\frac{1}{4}\right)+g\left(\frac{3}{2}\right)=pe+q$일 때, $100(p+q)$의 값을 구하시오.
(단, $\lim_{x\to\infty} xe^{-x}=0$이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 24번 홀수형

24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x-\sin^3 x}\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 대학수학능력시험 수학 미적분 28번 홀수형

28. 함수

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln(1+x)$$

와 양수 t에 대하여 점 $(s,\ f(s))\ (s>0)$에서 y축에 내린 수선의 발과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s,\ f(s))$에서의 접선이 y축과 만나는 점 사이의 거리가 t가 되도록 하는 s의 값을 $g(t)$라 하자. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)\,dt$의 값은? [4점]

① $\frac{161}{12}+\ln 3$ ② $\frac{40}{3}+\ln 3$ ③ $\frac{53}{4}+\ln 2$
④ $\frac{79}{6}+\ln 2$ ⑤ $\frac{157}{12}+\ln 2$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 미적분 24번

24. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

① $e-2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ $e-1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 미적분 26번

26. 곡선 $y=\frac{3}{x-1}\ (x>1)$이 두 직선 $y=1$, $y=3$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=\frac{3}{x-1}\ (x>1)$과 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $4-3\ln 3$ ② $3-3\ln 2$ ③ $4-2\ln 3$
④ $3+3\ln 2$ ⑤ $3+3\ln 3$

한국교육과정평가원 · 2026학년도 9월 모의평가 수학 미적분 30번

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$$

를 만족시킨다. $f(1)=4\ln 2$이고

$$\int_1^2 g(x)\,dx=34,\quad \int_1^2 xg(x)\,dx=53$$

일 때, $\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^2 2x \, dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\int_{2}^{4} \frac{6}{x^2} dx$ 의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) > f(x_2)$이다.

(나) 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이고 최솟값은 -2이다.

$\int_{-1}^{3} f(x)dx = 3$일 때, $\int_{-2}^{1} f^{-1}(x)dx$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x) = \sin(ax)\,(a \neq 0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\int_{0}^{\frac{\pi}{a}} f(x)dx \geq \frac{1}{2}$

(나) $0 < t < 1$인 모든 실수 t에 대하여

$$\int_{0}^{3\pi} |f(x)+t|dx = \int_{0}^{3\pi} |f(x)-t|dx$$

이다.

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분
24번

24. $\int_1^e \left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)\ln x\,dx - \int_1^e \frac{2}{x^2}\ln x\,dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분
28번

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$ (나) $f(x+2)=f(x)$

$\int_{-1}^{5} f(x)(x+\cos 2\pi x)dx = \frac{47}{2}$, $\int_0^1 f(x)dx = 2$ 일 때,
$\int_0^1 f'(x)\sin 2\pi x\,dx$ 의 값은? [4점]

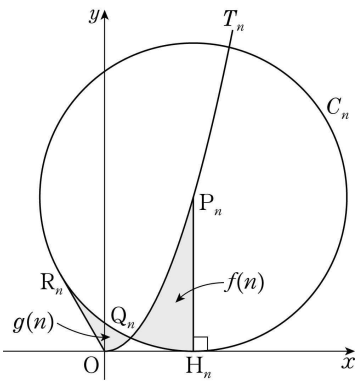
① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5}{12}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 곡선

$$T_n : y = \frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2 \ (x \geq 0)$$

위에 있고 원점 O와의 거리가 $2n+2$인 점을 P_n이라 하고, 점 P_n에서 x축에 내린 수선의 발을 H_n이라 하자.
중심이 P_n이고 점 H_n을 지나는 원을 C_n이라 할 때, 곡선 T_n과 원 C_n의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n, 원점에서 원 C_n에 그은 두 접선의 접점 중 H_n이 아닌 점을 R_n이라 하자.
점 R_n을 포함하지 않는 호 $\mathrm{Q}_n\mathrm{H}_n$과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n$, 곡선 T_n으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n을 포함하지 않는 호 $\mathrm{R}_n\mathrm{Q}_n$과 선분 OR_n, 곡선 T_n으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2} = \frac{\pi}{2}+k$이다. $60k^2$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{(2n-k)^2}$ 의 값은? [3점]

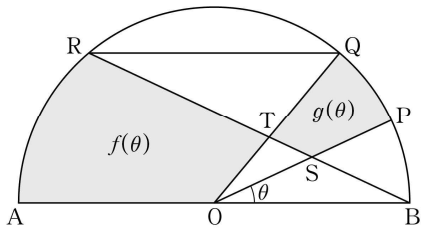
① $\frac{3}{2}-2\ln 2$ ② $1-\ln 2$ ③ $\frac{3}{2}-\ln 3$
④ $\ln 2$ ⑤ $2-\ln 3$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

$$\angle\mathrm{BOP} = \theta,\ \angle\mathrm{BOQ} = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.
세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)} = a$일 때, $80a$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \ln\{f(x)+f'(x)+1\}$$

이 있다. 상수 a와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x) > 0$이고
> $$\int_{2a}^{3a+x} g(t)\,dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t)\,dt$$
> 이다.
> (나) $g(4) = \ln 5$

$\int_3^5 \{f'(x)+2a\}g(x)\,dx = m+n\ln 2$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

정답을 확인해요

2022학년도 대학수학능력시험 수학

미적분 · 26번 ③ 30번 143

2022학년도 9월 모의평가 수학

미적분 · 28번 ① 30번 115

2023학년도 대학수학능력시험 수학

미적분 · 24번 ③ 29번 26

2023학년도 9월 모의평가 수학

미적분 · 24번 ② 30번 283

2024학년도 대학수학능력시험 수학

미적분 · 25번 ④ 28번 ②

2024학년도 9월 모의평가 수학

미적분 · 25번 ②

2025학년도 대학수학능력시험 수학

미적분 · 24번 ④

2025학년도 9월 모의평가 수학

미적분 · 24번 ④ 28번 ③ 30번 25

2026학년도 대학수학능력시험 수학

미적분 · 24번 ④ 28번 ⑤

2026학년도 9월 모의평가 수학

미적분 · 24번 ④ 26번 ① 30번 31

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

미적분 · 24번 ⑤

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

미적분 · 23번 ① 27번 ⑤ 29번 14

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

미적분 · 24번 ③ 28번 ①

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

미적분 · 30번 80

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

미적분 · 26번 ② 29번 20 30번 12