# Aldus Libris

# 서울특별시교육청 수학 기출 모음

## 문제와 팁 · 수능형

184문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

# 출처와 이용 안내

## Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

### 수록 시험

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

*1.* $\log_3 x = 3$일 때, $x$의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

*2.* $\int_0^3 (x+1)^2 dx$의 값은? [2점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

*3.* 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$의 주기는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

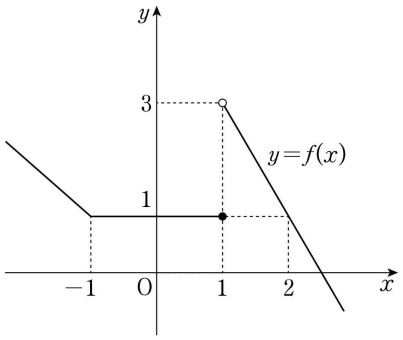
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

*4.* 공차가 $d$인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합이 $n^2 - 5n$일 때, $a_1 + d$의 값은? [3점]

① $-4$ ② $-2$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

*5.* 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.




함수 $(x^2 + ax + b)f(x)$가 $x = 1$에서 연속일 때, $a + b$의 값은? (단, $a$, $b$는 실수이다.) [3점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

*6.* 곡선 $y = 6^{-x}$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(a, 6^{-a})$, $\mathrm{B}(a+1, 6^{-a-1})$에 대하여 선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. $6^{-a}$의 값은? [3점]

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

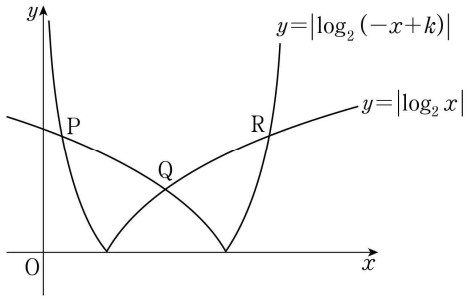
*7.* 두 함수 $f(x) = |x+3|$, $g(x) = 2x + a$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 $a$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

*8.* 2보다 큰 상수 $k$에 대하여 두 곡선 $y = |\log_2(-x+k)|$, $y = |\log_2 x|$가 만나는 세 점 P, Q, R의 $x$좌표를 각각 $x_1$, $x_2$, $x_3$이라 하자. $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$일 때, $x_1 + x_3$의 값은? (단, $x_1 < x_2 < x_3$) [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$




서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

*9.* 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{22}$의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
10번

*10.* 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 3보다 작은 실수 $a$에 대하여 함수 $g(x)=|(x-a)f(x)|$가 $x=3$에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 32일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
11번

*11.* 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} \sin x & \left(0 \le x \le \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)-\sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \le 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$의 교점의 개수를 $a_k$라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

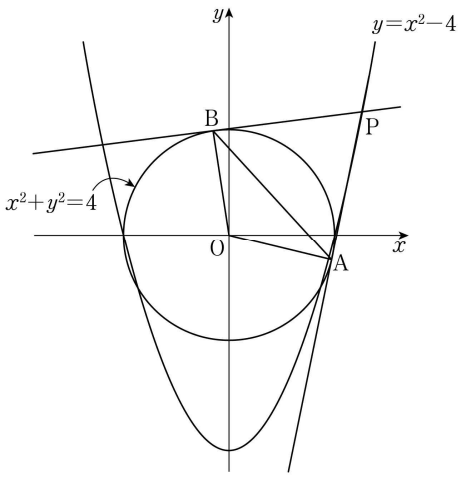
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
12번

*12.* 곡선 $y=x^2-4$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, t^2-4)$에서 원 $x^2+y^2=4$에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$라 할 때,

$$\lim_{t\to 2+}\frac{T(t)}{(t-2)S(t)}+\lim_{t\to\infty}\frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t>2$이다.) [4점]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2




서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
13번

*13.* 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| 모든 실수 $x$에 대하여 $2f(x)=g(x)-g(-x)$이다. |

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a$, $b$, $c$는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a^2 \le 3b$
ㄴ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $f'(x)=0$이 실근을 가지면 $g'(1)=1$이다.

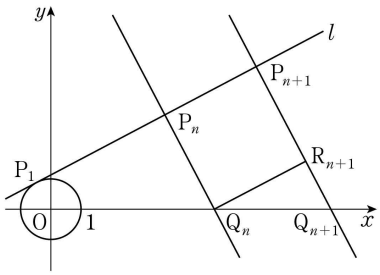
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
14번

*14.* 모든 자연수 $n$에 대하여 직선 $l: x-2y+\sqrt{5}=0$ 위의 점 $\mathrm{P}_n$과 $x$축 위의 점 $\mathrm{Q}_n$이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$과 직선 $l$이 서로 수직이다.
- $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이고 점 $\mathrm{P}_{n+1}$의 $x$좌표는 점 $\mathrm{P}_n$의 $x$좌표보다 크다.

다음은 점 $\mathrm{P}_1$이 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $l$의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수 $n$에 대하여 삼각형 $\mathrm{OQ}_n\mathrm{P}_n$의 넓이를 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)




자연수 $n$에 대하여 점 $\mathrm{Q}_n$을 지나고 직선 $l$과 평행한 직선이 선분 $\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}$과 만나는 점을 $\mathrm{R}_{n+1}$이라 하면 사각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$은 정사각형이다.

직선 $l$의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$$\overline{\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}}=\boxed{\text{(가)}}\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고

$$\overline{\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}}=\left(1+\boxed{\text{(가)}}\right)\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$$

이다. 이때, $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1}=1$이므로 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\boxed{\text{(나)}}$이다.

그러므로 2 이상의 자연수 $n$에 대하여

$$\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_n}=\sum_{k=1}^{n-1}\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{P}_{k+1}}=\boxed{\text{(다)}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 $n$에 대하여 삼각형 $\mathrm{OQ}_n\mathrm{P}_n$의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}\times\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_n}=\frac{1}{2}\times\boxed{\text{(나)}}\times\left(\boxed{\text{(다)}}\right)$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 $p$, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(6p)+g(8p)$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
15번

*15.* 최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=f'(0)=0$을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)dt+5 & (x<c)\\ \left|\displaystyle\int_0^x f(t)dt-\frac{13}{3}\right| & (x\geq c)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 $c$의 개수가 1일 때, $g(1)$의 최댓값은? [4점]

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
16번

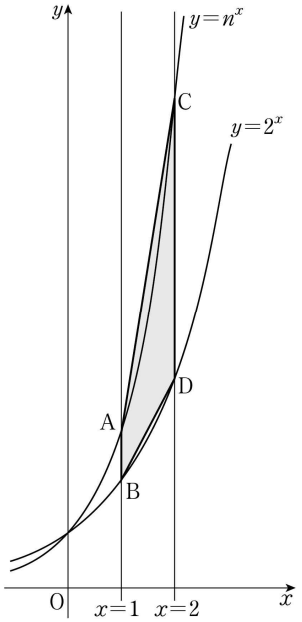
*16.* 함수 $f(x)=2x^2+ax+3$에 대하여 $x=2$에서의 미분계수가 18일 때, 상수 $a$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
17번

*17.* 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=12-4t$일 때, 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

*18.* 그림과 같이 3 이상의 자연수 $n$에 대하여 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$이 직선 $x=1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$이 직선 $x=2$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 $n$의 값의 합을 구하시오. [3점]




서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

*19.* 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2}=\begin{cases} a_n-3 & (n=1,\ 3) \\ a_n+3 & (n=2,\ 4) \end{cases}$

(나) 모든 자연수 $n$에 대하여 $a_n=a_{n+6}$이 성립한다.

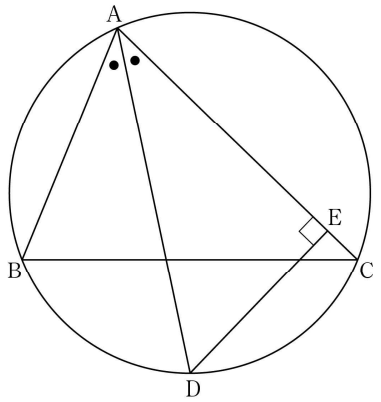
$\sum_{k=1}^{32} a_k=112$일 때, $a_1+a_2$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

*20.* 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고, 모든 실수 $x$에 대하여 $f(1-x)=-f(1+x)$를 만족시킨다. 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=-6x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S$라 할 때, $4S$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

*21.* $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$인 예각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 D, 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. 선분 AE의 길이를 $k$라 할 때, $12k$의 값을 구하시오. [4점]




서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

*22.* 양수 $a$에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 $x$에 대하여
$$|x(x-2)|g(x)=x(x-2)(|f(x)|-a)$$
이다.

(나) 함수 $g(x)$는 $x=0$과 $x=2$에서 미분가능하다.

$g(3a)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

*23.* 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{5}{12}\right)$를 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

*24.* 두 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, $A^C$은 $A$의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

*25.* 같은 종류의 공책 10권을 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 줄 때, A와 B가 각각 2권 이상의 공책을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

*26.* 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 $a$, $b$라 할 때, 두 수 $a$, $b$의 최대공약수가 홀수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

*27.* 확률변수 $X$는 정규분포 $\mathrm{N}(8, 2^2)$, 확률변수 $Y$는 정규분포 $\mathrm{N}(12, 2^2)$을 따르고, 확률변수 $X$와 $Y$의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$와 $g(x)$이다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 $x$좌표를 $a$라 할 때, $\mathrm{P}(8\le Y\le a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0\le Z\le z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

① 0.1359 ② 0.1587 ③ 0.2417
④ 0.2857 ⑤ 0.3085

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

*28.* 집합 $X=\{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$에 대하여 $X$에서 $X$로의 함수 $f$ 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 $f$가 4 이하의 모든 자연수 $n$에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$일 때, $f(1)=f(5)$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

*29.* 숫자 1, 2, 3 중에서 모든 숫자가 한 개 이상씩 포함되도록 중복을 허락하여 6개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 같은 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

*30.* 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 $X$라 할 때, 확률변수 $X$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X=4)=16\times\mathrm{P}(X=16)=\frac{1}{81}$
(나) $\mathrm{E}(X)=9$

$\mathrm{V}(X)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

*23.* $\int_2^4 \frac{6}{x^2}dx$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

**24.** 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n-4n}{n}=1$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{5n+a_n}{3n-1}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

**25.** 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>2)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x=t\ln t,\ \ y=\frac{4t}{\ln t}$$

이다. 시각 $t=e^2$에서 점 P의 속력은? [3점]

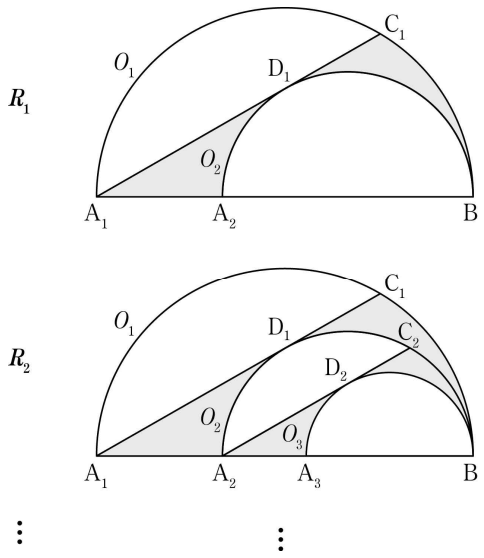
① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

**26.** 그림과 같이 길이가 2인 선분 $A_1B$를 지름으로 하는 반원 $O_1$이 있다. 호 $BA_1$ 위에 점 $C_1$을 $\angle BA_1C_1=\frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 $A_2B$를 지름으로 하는 반원 $O_2$가 선분 $A_1C_1$과 접하도록 선분 $A_1B$ 위에 점 $A_2$를 잡는다. 반원 $O_2$와 선분 $A_1C_1$의 접점을 $D_1$이라 할 때, 두 선분 $A_1A_2$, $A_1D_1$과 호 $D_1A_2$로 둘러싸인 부분과 선분 $C_1D_1$과 두 호 $BC_1$, $BD_1$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 $R_1$이라 하자.

그림 $R_1$에서 호 $BA_2$ 위에 점 $C_2$를 $\angle BA_2C_2=\frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 $A_3B$를 지름으로 하는 반원 $O_3$이 선분 $A_2C_2$와 접하도록 선분 $A_2B$ 위에 점 $A_3$을 잡는다. 반원 $O_3$과 선분 $A_2C_2$의 접점을 $D_2$라 할 때, 두 선분 $A_2A_3$, $A_2D_2$와 호 $D_2A_3$으로 둘러싸인 부분과 선분 $C_2D_2$와 두 호 $BC_2$, $BD_2$로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 $R_2$라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 $n$번째 얻은 그림 $R_n$에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [3점]




① $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$ ② $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$

④ $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

*27.* 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

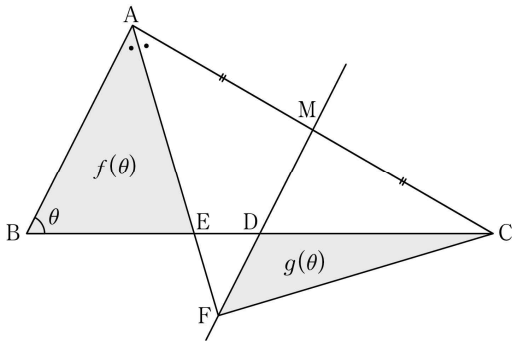
> (가) $x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 $x_1$, $x_2$에 대하여 $f(x_1) > f(x_2)$이다.
> (나) 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이고 최솟값은 $-2$이다.

$\int_{-1}^{3} f(x)dx = 3$일 때, $\int_{-2}^{1} f^{-1}(x)dx$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

*28.* 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\angle BAC$의 이등분선이 두 직선 BC, DM과 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\angle CBA = \theta$일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 DFC의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [4점]




① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

*29.* 함수 $f(x) = \sin(ax)\ (a \neq 0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 $a$의 값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $\int_0^{\frac{\pi}{a}} f(x)dx \geq \frac{1}{2}$
> (나) $0 < t < 1$인 모든 실수 $t$에 대하여
> $$\int_0^{3\pi} |f(x)+t|dx = \int_0^{3\pi} |f(x)-t|dx$$
> 이다.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

*30.* 서로 다른 두 양수 $a$, $b$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = -\frac{ax^3+bx}{x^2+1}$$

라 하자. 모든 실수 $x$에 대하여 $f'(x) \neq 0$이고, 두 함수 $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$, $h(x) = (g \circ f)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(2) = h(0)$
> (나) $g'(2) = -5h'(2)$

$4(b-a)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

*23.* 두 벡터 $\vec{a} = (m-2, 3)$과 $\vec{b} = (2m+1, 9)$가 서로 평행할 때, 실수 $m$의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

*24.* 좌표공간의 두 점 $A(-1, 1, -2)$, $B(2, 4, 1)$에 대하여 선분 AB가 $xy$평면과 만나는 점을 P라 할 때, 선분 AP의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

**25.** 양수 $a$에 대하여 기울기가 $\frac{1}{2}$인 직선이 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$과 포물선 $y^2=ax$에 동시에 접할 때, 포물선 $y^2=ax$의 초점의 $x$좌표는? [3점]

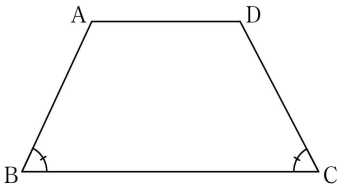
① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

**26.** 그림과 같이 변 AD가 변 BC와 평행하고 $\angle CBA=\angle DCB$인 사다리꼴 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{AD}|=2,\ |\overrightarrow{BC}|=4,\ |\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{5}$$

일 때, $|\overrightarrow{BD}|$의 값은? [3점]




① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

**27.** 좌표공간에 $\overline{OA}=7$인 점 A가 있다. 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 구 $S$와 $xy$평면이 만나서 생기는 원의 넓이가 $25\pi$이다. 구 $S$와 $z$축이 만나는 두 점을 각각 B, C라 할 때, 선분 BC의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $2\sqrt{46}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{13}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

**28.** 삼각형 ABC와 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\ \frac{|\overrightarrow{PA}|}{|\overrightarrow{PC}|}=3$

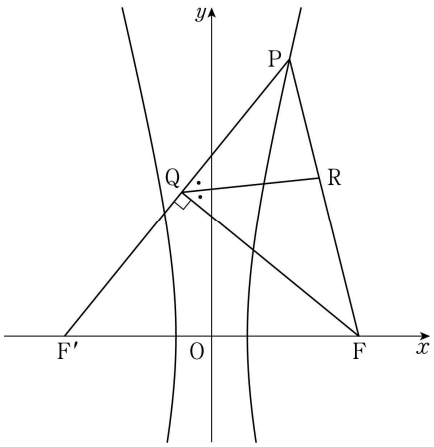
(나) $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=-\frac{\sqrt{2}}{2}|\overrightarrow{PB}||\overrightarrow{PC}|=-2|\overrightarrow{PC}|^2$

직선 AP와 선분 BC의 교점을 D라 할 때, $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{PD}$이다. 실수 $k$의 값은? [4점]

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

**29.** 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{16}=1$이 있다. 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 점 F에서 선분 PF′에 내린 수선의 발을 Q라 하고, $\angle FQP$의 이등분선이 선분 PF와 만나는 점을 R라 하자. $4\overline{PR}=3\overline{RF}$일 때, 삼각형 PF′F의 넓이를 구하시오. (단, 점 F의 $x$좌표는 양수이고, $\angle F'PF<90°$이다.) [4점]

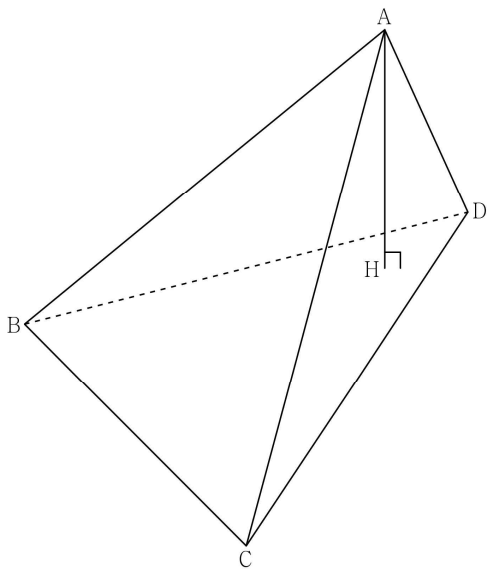


서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

*30.* 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 직선 DH가 선분 BC와 만나는 점을 E라 할 때, 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\angle AEH = \angle DAH$ |
| (나) 점 E는 선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $\overline{DE}=4$이다. |

삼각형 AHD의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

*1.* $(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

*2.* 함수 $f(x)=x^3+2x^2+3x+4$에 대하여 $f'(-1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

*3.* 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

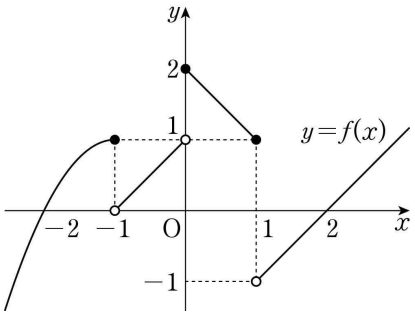
$$a_4=6, \quad 2a_7=a_{19}$$

일 때, $a_1$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

*4.* 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.




$\lim_{x\to -1+} f(x) + \lim_{x\to 1-} f(x)$의 값은? [3점]

① $-2$ ② $-1$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

*5.* $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 $\theta$에 대하여 $\cos\theta\tan\theta=\frac{1}{2}$일 때, $\cos\theta+\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

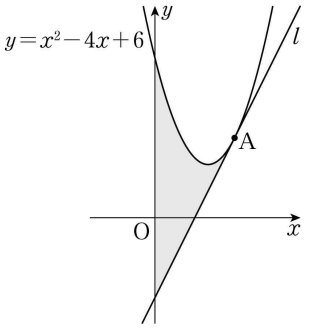
서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

*6.* 함수 $f(x)=2x^2-3x+5$에서 $x$의 값이 $a$에서 $a+1$까지 변할 때의 평균변화율이 7이다. $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a)}{h}$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

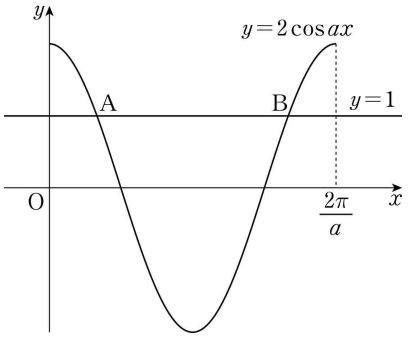
*7.* 그림과 같이 곡선 $y=x^2-4x+6$ 위의 점 A(3, 3)에서의 접선을 $l$이라 할 때, 곡선 $y=x^2-4x+6$과 직선 $l$ 및 $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]




① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

*8.* 그림과 같이 양의 상수 $a$에 대하여 곡선 $y=2\cos ax\left(0\le x\le \frac{2\pi}{a}\right)$와 직선 $y=1$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\frac{8}{3}$일 때, $a$의 값은? [3점]




① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{12}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

*9.* 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2+at$$

이다. 시각 $t=0$에서의 점 P의 위치와 시각 $t=6$에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6$까지 움직인 거리는? (단, $a$는 상수이다.) [4점]

① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

*10.* 두 함수

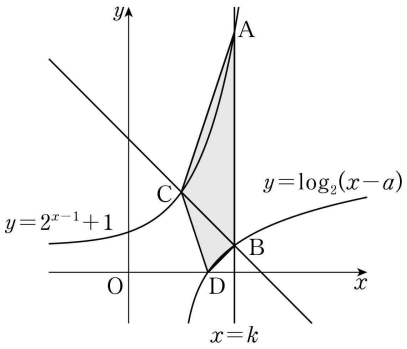
$$f(x)=x^2+2x+k,\quad g(x)=2x^3-9x^2+12x-2$$

에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 $k$의 최솟값은? [4점]

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

*11.* 그림과 같이 두 상수 $a$, $k$에 대하여 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 $-1$인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$과 만나는 점을 C라 하자.
$\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{2}$일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$가 $x$축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0<a<k$) [4점]




① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

*12.* $a>2$인 상수 $a$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & (x\le 2) \\ -x^2+ax & (x>2) \end{cases}$$

라 하자. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $h(1)+h(3)$의 값은? [4점]

| |
|---|
| (가) $x\ne 1$, $x\ne a$일 때, $h(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$이다. |
| (나) $h(1)=h(a)$ |

① $-\dfrac{15}{6}$ ② $-\dfrac{7}{3}$ ③ $-\dfrac{13}{6}$ ④ $-2$ ⑤ $-\dfrac{11}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

*13.* 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합을 $S_n$이라 하자.

$$|S_3|=|S_6|=|S_{11}|-3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$의 첫째항의 합은? [4점]

① $\dfrac{31}{5}$ ② $\dfrac{33}{5}$ ③ $7$ ④ $\dfrac{37}{5}$ ⑤ $\dfrac{39}{5}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

*14.* 두 함수

$$f(x)=x^3-kx+6,\quad g(x)=2x^2-2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $k=0$일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$은 오직 하나의 실근을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 $k$의 값은 4뿐이다.

ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 $k$가 존재한다.

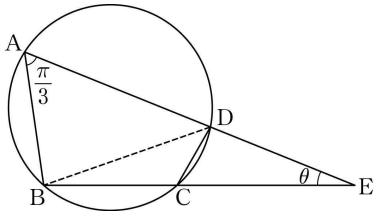
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

*15.* 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB}=\overline{BC}=2,\quad \overline{AD}=3,\quad \angle BAD=\frac{\pi}{3}$$

이다. 두 직선 AD, BC의 교점을 E라 하자.




다음은 $\angle AEB=\theta$일 때, $\sin\theta$의 값을 구하는 과정이다.

| |
|---|
| 삼각형 ABD와 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 이용하면 |
| $\overline{CD}=$ (가) |
| 이다. 삼각형 EAB와 삼각형 ECD에서 |
| $\angle AEB$는 공통, $\angle EAB=\angle ECD$ |
| 이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 닮음이다. |
| 이를 이용하면 |
| $\overline{ED}=$ (나) |
| 이다. 삼각형 ECD에서 사인법칙을 이용하면 |
| $\sin\theta=$ (다) |
| 이다. |

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$라 할 때, $(p+q)\times r$의 값은? [4점]

① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}}{14}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\dfrac{11\sqrt{3}}{14}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

*16.* $\dfrac{\log_5 72}{\log_5 2}-4\log_2\dfrac{\sqrt{6}}{2}$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

*17.* $\displaystyle\int_{-3}^{2}(2x^3+6|x|)\,dx-\int_{-3}^{-2}(2x^3-6x)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

*18.* 부등식 $\sum_{k=1}^{5} 2^{k-1} < \sum_{k=1}^{n} (2k-1) < \sum_{k=1}^{5} \left(2 \times 3^{k-1}\right)$을 만족시키는 모든 자연수 $n$의 값의 합을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

*19.* 모든 실수 $x$에 대하여 부등식

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 $k$의 최솟값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

*20.* 수열 $\{a_n\}$은 $1 < a_1 < 2$이고, 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$일 때, $40 \times a_1$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

*21.* 상수 $k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$가 오직 하나 존재한다.

| |
|---|
| (가) 점 A는 곡선 $y = \log_2(x+2) + k$ 위의 점이다. |
| (나) 점 A를 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y = 4^{x+k} + 2$ 위에 있다. |

$a \times b$의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

*22.* 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$가 있다. 양의 상수 $a$에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 모든 실수 $x$에 대하여 $x\lvert g(x)\rvert = \int_{2a}^{x} (a-t) f(t)\,dt$이다. |
| (나) 방정식 $g(f(x)) = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다. |

$\int_{-2a}^{2a} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

*23.* ${}_3\Pi_4$의 값은? [2점]

① 63 ② 69 ③ 75 ④ 81 ⑤ 87

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

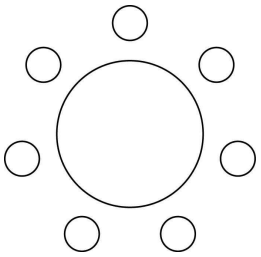
*24.* 6개의 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3을 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 홀수의 개수는? [3점]

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

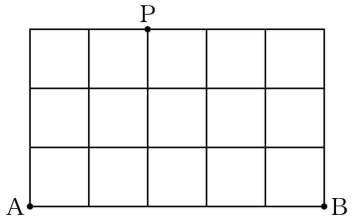
*25.* A 학교 학생 5명, B 학교 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, B 학교 학생끼리는 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 320 ② 360 ③ 400 ④ 440 ⑤ 480



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

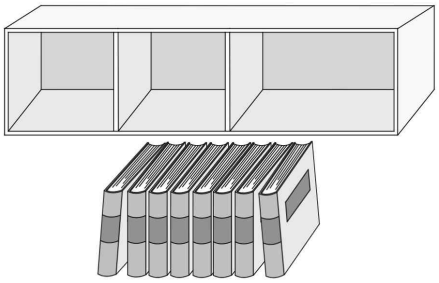
*26.* 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 한 번 지난 도로를 다시 지날 수 있다.) [3점]




① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

*27.* 그림과 같이 같은 종류의 책 8권과 이 책을 각 칸에 최대 5권, 5권, 8권을 꽂을 수 있는 3개의 칸으로 이루어진 책장이 있다. 이 책 8권을 책장에 남김없이 나누어 꽂는 경우의 수는? (단, 비어 있는 칸이 있을 수 있다.) [3점]



① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

*28.* 세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

| |
|---|
| (가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.<br>(나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이다. |

① 167 ② 170 ③ 173 ④ 176 ⑤ 179

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

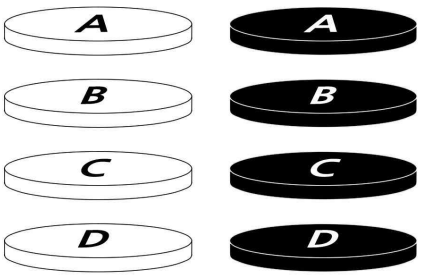
*29.* 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $f(1) \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5)$
(나) $f(a)+f(b)=0$을 만족시키는 집합 $X$의 서로 다른 두 원소 $a$, $b$가 존재한다.

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

*30.* 흰색 원판 4개와 검은색 원판 4개에 각각 A, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있다. 이 8개의 원판 중에서 4개를 택하여 다음 규칙에 따라 원기둥 모양으로 쌓는 경우의 수를 구하시오. (단, 원판의 크기는 모두 같고, 원판의 두 밑면은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 있으면 같은 문자가 적힌 원판끼리는 검은색 원판이 흰색 원판보다 아래쪽에 놓이도록 쌓는다.
(나) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 없으면 D가 적힌 원판이 맨 아래에 놓이도록 쌓는다.




서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

*23.* $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}+3^{n-1}}{(-2)^n+3^n}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

*24.* 수열 $\{a_n\}$이 $\lim_{n\to\infty}(3a_n-5n)=2$를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

*25.* $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{an^2+n}-\sqrt{an^2-an}\right)=\frac{5}{4}$를 만족시키는 모든 양수 $a$의 값의 합은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

*26.* 첫째항이 1인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}-a_n=3,\ \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}=n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

*27.* 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_n{}^2 < 4na_n+n-4n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3n}{2n+4}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

*28.* 자연수 $n$에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}_n$을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) $\mathrm{A}_1$은 원점이다.
> (나) $n$이 홀수이면 $\mathrm{A}_{n+1}$은 점 $\mathrm{A}_n$을 $x$축의 방향으로 $a$만큼 평행이동한 점이다.
> (다) $n$이 짝수이면 $\mathrm{A}_{n+1}$은 점 $\mathrm{A}_n$을 $y$축의 방향으로 $a+1$만큼 평행이동한 점이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_{2n}}}{n}=\frac{\sqrt{34}}{2}$ 일 때, 양수 $a$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

*29.* 실수 $t$에 대하여 직선 $y=tx-2$가 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}$$

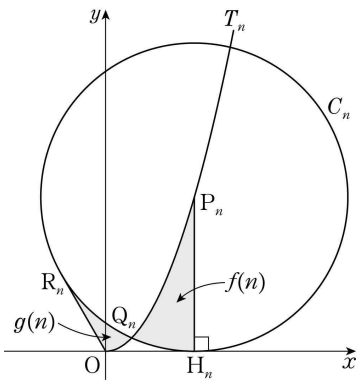
의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 모든 $a$의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1$, $a_2$, $\cdots$, $a_m$ ($m$은 자연수)라 할 때, $m\times a_m$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

*30.* 그림과 같이 자연수 $n$에 대하여 곡선

$$T_n : y=\frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2\ (x\geq 0)$$

위에 있고 원점 O와의 거리가 $2n+2$인 점을 $\mathrm{P}_n$이라 하고, 점 $\mathrm{P}_n$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 $\mathrm{H}_n$이라 하자.
중심이 $\mathrm{P}_n$이고 점 $\mathrm{H}_n$을 지나는 원을 $C_n$이라 할 때, 곡선 $T_n$과 원 $C_n$의 교점 중 원점에 가까운 점을 $\mathrm{Q}_n$, 원점에서 원 $C_n$에 그은 두 접선의 접점 중 $\mathrm{H}_n$이 아닌 점을 $\mathrm{R}_n$이라 하자.
점 $\mathrm{R}_n$을 포함하지 않는 호 $\mathrm{Q}_n\mathrm{H}_n$과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n$, 곡선 $T_n$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 $\mathrm{H}_n$을 포함하지 않는 호 $\mathrm{R}_n\mathrm{Q}_n$과 선분 $\mathrm{OR}_n$, 곡선 $T_n$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2}=\frac{\pi}{2}+k$이다. $60k^2$의 값을 구하시오. (단, $k$는 상수이다.) [4점]




서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

*23.* 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P와 $y$축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

*24.* 두 초점의 좌표가 (0, 3), (0, −3)인 타원이 $y$축과 점 (0, 7)에서 만날 때, 이 타원의 단축의 길이는? [3점]

① $4\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{7}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ 12 ⑤ $4\sqrt{10}$

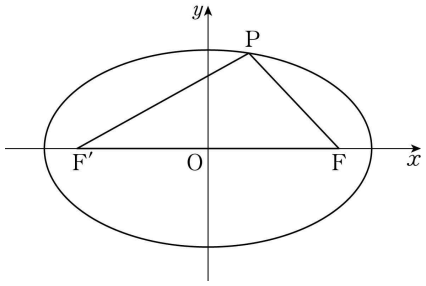
서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

**25.** 쌍곡선 $4x^2-8x-y^2-6y-9=0$의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{27}{4}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

**26.** 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 세 선분 PF, PF′, FF′의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P의 $x$좌표는? (단, 점 F의 $x$좌표는 양수이다.) [3점]




① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

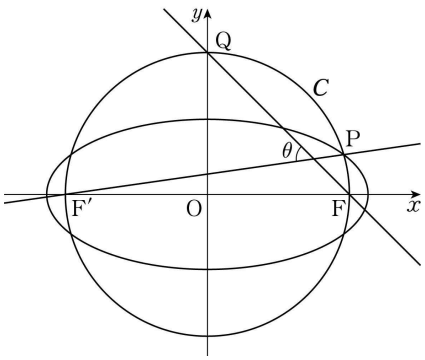
**27.** 초점이 F인 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서 준선에 내린 수선의 발 H에 대하여 선분 FH가 포물선과 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 $p$의 값은? [3점]

(가) 점 Q는 선분 FH를 1:2로 내분한다.
(나) 삼각형 PQF의 넓이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$이다.

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

**28.** 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$의 두 초점 F, F′에 대하여 선분 FF′을 지름으로 하는 원을 $C$라 하자. 원 $C$가 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 원 $C$가 $y$축과 만나는 점 중 $y$좌표가 양수인 점을 Q라 하자. 두 직선 F′P, QF가 이루는 예각의 크기를 $\theta$라 하자. $\cos\theta=\frac{3}{5}$일 때, $\frac{b^2}{a^2}$의 값은? (단, $a$, $b$는 $a>b>0$인 상수이고, 점 F의 $x$좌표는 양수이다.) [4점]




① $\frac{11}{64}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{13}{64}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

**29.** 두 점 F, F′을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{32}=1$ 위의 점 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{AF}}<\overline{\mathrm{AF'}}$
(나) 선분 AF의 수직이등분선은 점 F′을 지난다.

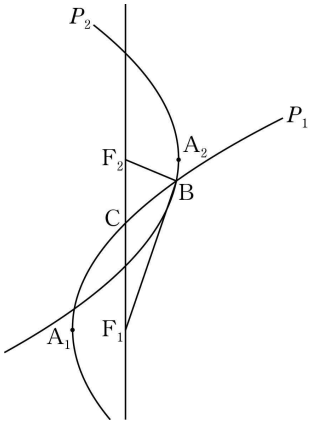
선분 AF의 중점 M에 대하여 직선 MF′과 쌍곡선의 교점 중 점 A에 가까운 점을 B라 할 때, 삼각형 BFM의 둘레의 길이는 $k$이다. $k^2$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

*30.* 그림과 같이 꼭짓점이 $A_1$이고 초점이 $F_1$인 포물선 $P_1$과 꼭짓점이 $A_2$이고 초점이 $F_2$인 포물선 $P_2$가 있다. 두 포물선의 준선은 모두 직선 $F_1F_2$와 평행하고, 두 선분 $A_1A_2$, $F_1F_2$의 중점은 서로 일치한다.
두 포물선 $P_1$, $P_2$가 서로 다른 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 $A_2$에 가까운 점을 B라 하자. 포물선 $P_1$이 선분 $F_1F_2$와 만나는 점을 C라 할 때, 두 점 B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) $\overline{A_1C}=5\sqrt{5}$ |
| (나) $\overline{F_1B}-\overline{F_2B}=\frac{48}{5}$ |

삼각형 $BF_2F_1$의 넓이가 $S$일 때, $10S$의 값을 구하시오.
(단, $\angle F_1F_2B<90°$) [4점]




서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

*1.* $\sqrt{8}\times4^{\frac{1}{4}}$의 값은? [2점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

*2.* $\int_0^2(2x^3+3x^2)dx$의 값은? [2점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

*3.* 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

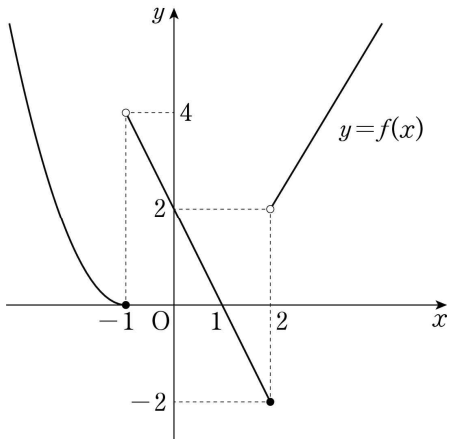
$$a_1a_3=4,\ a_3a_5=64$$

일 때, $a_6$의 값은? [3점]

① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

*4.* 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.




$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to2-}f(x)$의 값은? [3점]

① $-4$ ② $-2$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

*5.* $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 $\theta$에 대하여 $\sin\theta=2\cos(\pi-\theta)$일 때, $\cos\theta\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

*6.* 함수 $f(x)=x^3-2x^2+2x+a$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선이 $x$축, $y$축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=6$일 때, 양수 $a$의 값은? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

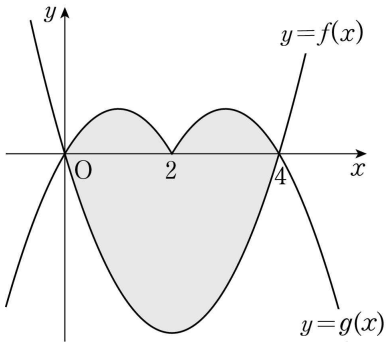
서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

*7.* 두 함수

$$f(x)=x^2-4x, \quad g(x)=\begin{cases} -x^2+2x & (x<2) \\ -x^2+6x-8 & (x \geq 2) \end{cases}$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{40}{3}$ ② 14 ③ $\frac{44}{3}$ ④ $\frac{46}{3}$ ⑤ 16




서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

*8.* 첫째항이 20인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=|a_n|-2$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값은? [3점]

① 88 ② 90 ③ 92 ④ 94 ⑤ 96

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

*9.* 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$xf'(x)-3f(x)=2x^2-8x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

*10.* $a>1$인 실수 $a$에 대하여 두 곡선

$$y=-\log_2(-x), \ y=\log_2(x+2a)$$

가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB의 중점이 직선 $4x+3y+5=0$ 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

*11.* 두 정수 $a$, $b$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 4$에서 $f(x)=ax^2+bx-24$이다.
(나) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이다.

$1<x<10$일 때, 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 5이다. $a+b$의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

*12.* 양수 $a$에 대하여 함수

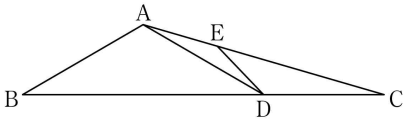
$$f(x)=\left|4\sin\left(ax-\frac{\pi}{3}\right)+2\right| \quad \left(0 \le x < \frac{4\pi}{a}\right)$$

의 그래프가 직선 $y=2$와 만나는 서로 다른 점의 개수는 $n$이다. 이 $n$개의 점의 $x$좌표의 합이 39일 때, $n \times a$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\pi$ ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $2\pi$ ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

*13.* 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$, $\overline{CA}=\sqrt{13}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B가 아닌 점 D를 $\overline{AD}=2$가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 양 끝점 A, C가 아닌 점 E를 사각형 ABDE가 원에 내접하도록 잡는다.




다음은 선분 DE의 길이를 구하는 과정이다.

> 삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여
> $\cos(\angle ABC)=$ (가)
> 이다. 삼각형 ABD에서 $\sin(\angle ABD)=\sqrt{1-(\text{(가)})^2}$
> 이므로 사인법칙에 의하여 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는 (나) 이다.
> 삼각형 ADC에서 사인법칙에 의하여
> $$\frac{\overline{CD}}{\sin(\angle CAD)}=\frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)}$$
> 이므로 $\sin(\angle CAD)=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}\times\sin(\angle ACD)$이다.
> 삼각형 ADE에서 사인법칙에 의하여
> $\overline{DE}=$ (다)
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

① $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ ② $\frac{7\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ ④ $\frac{9\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{13}}{13}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

*14.* 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 $t$에 대하여 $x$에 대한 방정식

$$\int_t^x f(s)\,ds=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> < 보 기 >
> ㄱ. $f(x)=x^2(x-1)$일 때, $g(1)=1$이다.
> ㄴ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이면 $g(a)=3$인 실수 $a$가 존재한다.
> ㄷ. $\lim_{t \to b} g(t)+g(b)=6$을 만족시키는 실수 $b$의 값이 0과 3뿐이면 $f(4)=12$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

*15.* 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합을 $S_n$이라 하자. 두 자연수 $p$, $q$에 대하여 $S_n=pn^2-36n+q$일 때, $S_n$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 $p$의 최솟값을 $p_1$이라 하자.

> 임의의 두 자연수 $i$, $j$에 대하여 $i \ne j$이면 $S_i \ne S_j$이다.

$p=p_1$일 때, $|a_k|<a_1$을 만족시키는 자연수 $k$의 개수가 3이 되도록 하는 모든 $q$의 값의 합은? [4점]

① 372 ② 377 ③ 382 ④ 387 ⑤ 392

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

*16.* $\log_2 96+\log_{\frac{1}{4}} 9$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
17번

*17.* 함수 $f(x)=x^3-3x^2+ax+10$이 $x=3$에서 극소일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. (단, $a$는 상수이다.) [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
18번

*18.* $\sum_{k=1}^{6}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{5}(k-1)^2$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
19번

*19.* 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=4t^3-48t$$

이다. 시각 $t=k\,(k>0)$에서 점 P의 가속도가 0일 때, 시각 $t=0$에서 $t=k$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. (단, $k$는 상수이다.) [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
20번

*20.* 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최댓값을 구하시오. [4점]

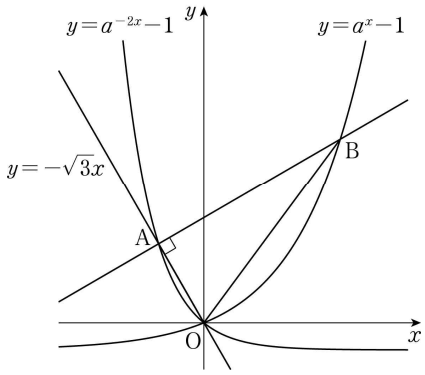
| |
|---|
| (가) $\lim_{x\to 0}\frac{\lvert f(x)-1\rvert}{x}$의 값이 존재한다. |
| (나) 모든 실수 $x$에 대하여 $xf(x)\geq -4x^2+x$이다. |

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
21번

*21.* 그림과 같이 $a>1$인 실수 $a$에 대하여 두 곡선

$$y=a^{-2x}-1,\ y=a^x-1$$

이 있다. 곡선 $y=a^{-2x}-1$과 직선 $y=-\sqrt{3}x$가 서로 다른 두 점 O, A에서 만난다. 점 A를 지나고 직선 OA에 수직인 직선이 곡선 $y=a^x-1$과 제1사분면에서 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{3}:\sqrt{19}$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]




서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
22번

*22.* 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 $t$에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $m_1$이라 하고, 구간 $[t, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $m_2$라 할 때,

$$g(t)=m_1-m_2$$

라 하자. $k>0$인 상수 $k$와 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| $g(t)=k$를 만족시키는 모든 실수 $t$의 값의 집합은 $\{t\,\vert\,0\leq t\leq 2\}$이다. |

$g(4)=0$일 때, $k+g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

*23.* 표준편차가 12인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\sigma(\overline{X})$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

*24.* 다항식 $(x^2+1)(x-2)^5$의 전개식에서 $x^6$의 계수는? [3점]

① $-10$ ② $-8$ ③ $-6$ ④ $-4$ ⑤ $-2$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

*25.* 이산확률변수 $X$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

| $X$ | $-3$ | $0$ | $a$ | 합계 |
|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ |

$\mathrm{E}(X)=-1$일 때, $\mathrm{V}(aX)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [3점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

*26.* 다음 조건을 만족시키는 자연수 $a$, $b$, $c$, $d$의 모든 순서쌍 $(a, b, c, d)$의 개수는? [3점]

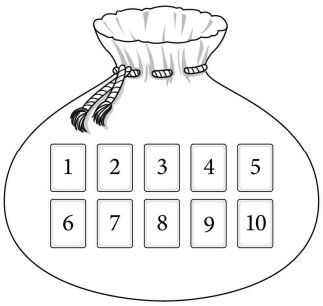
(가) $a\times b\times c\times d=8$
(나) $a+b+c+d<10$

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

*27.* 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 4장을 동시에 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$라 하자. $a_1\times a_2$의 값이 홀수이고, $a_3+a_4\geq 16$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{35}$ ⑤ $\frac{9}{70}$




서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

*28.* 정규분포를 따르는 두 확률변수 $X$, $Y$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 모든 실수 $x$에 대하여

$$g(x)=f(x+6)$$

이다. 두 확률변수 $X$, $Y$와 상수 $k$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X\leq 11)=\mathrm{P}(Y\geq 23)$
(나) $\mathrm{P}(X\leq k)+\mathrm{P}(Y\leq k)=1$

| $z$ | $\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$ |
|---|---|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 $\mathrm{P}(X\leq k)+\mathrm{P}(Y\geq k)$의 값이 0.1336일 때, $\mathrm{E}(X)+\sigma(Y)$의 값은? [4점]

① $\frac{41}{2}$ ② 21 ③ $\frac{43}{2}$ ④ 22 ⑤ $\frac{45}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

*29.* 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to Y$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 집합 $X$의 임의의 두 원소 $x_1$, $x_2$에 대하여
$x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
(나) $f(1) \le 3$
(다) $f(3) \le f(1)+4$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

*30.* 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

[실행 1] 한 개의 동전을 던져
앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고,
뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다.
[실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

*23.* 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3n+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

*24.* 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{\ln(1+3x)}=2$$

일 때, $f'(0)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

*25.* 매개변수 $t\,(0<t<\pi)$로 나타내어진 곡선

$$x=\sin t-\cos t,\ y=3\cos t+\sin t$$

위의 점 $(a, b)$에서의 접선의 기울기가 3일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 0 ② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$
④ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$

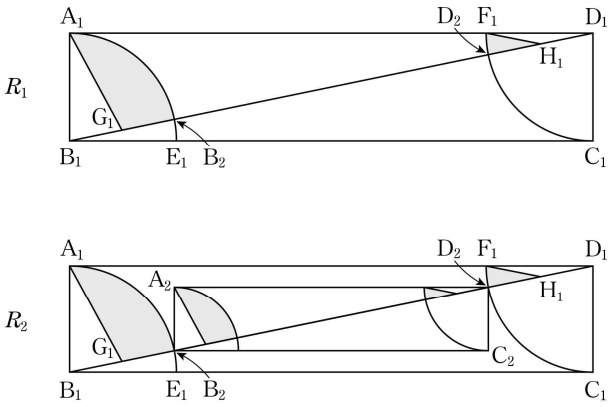
서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

*26.* $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{(2n-k)^2}$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}-2\ln 2$ ② $1-\ln 2$ ③ $\frac{3}{2}-\ln 3$
④ $\ln 2$ ⑤ $2-\ln 3$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

*27.* 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{6}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 $B_1$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이 선분 $B_1C_1$ 과 만나는 점을 $E_1$ 이라 하고, 중심이 $D_1$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이 선분 $A_1D_1$ 과 만나는 점을 $F_1$ 이라 하자. 선분 $B_1D_1$ 이 호 $A_1E_1$, 호 $C_1F_1$ 과 만나는 점을 각각 $B_2$, $D_2$ 라 하고, 두 선분 $B_1B_2$, $D_1D_2$ 의 중점을 각각 $G_1$, $H_1$ 이라 하자.
두 선분 $A_1G_1$, $G_1B_2$ 와 호 $B_2A_1$ 로 둘러싸인 부분인 ◺ 모양의 도형과 두 선분 $D_2H_1$, $H_1F_1$ 과 호 $F_1D_2$ 로 둘러싸인 부분인 ▻ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 $R_1$ 이라 하자.
그림 $R_1$ 에서 선분 $B_2D_2$ 가 대각선이고 모든 변이 선분 $A_1B_1$ 또는 선분 $B_1C_1$ 에 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.
직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 ◺ 모양의 도형과 ▻ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 $R_2$ 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 $n$ 번째 얻은 그림 $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 $S_n$ 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점]




① $\dfrac{25\pi-12\sqrt{6}-5}{64}$　② $\dfrac{25\pi-12\sqrt{6}-4}{64}$　③ $\dfrac{25\pi-10\sqrt{6}-6}{64}$　④ $\dfrac{25\pi-10\sqrt{6}-5}{64}$　⑤ $\dfrac{25\pi-10\sqrt{6}-4}{64}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

*28.* 닫힌구간 $[0, 4\pi]$ 에서 연속이고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^{4\pi}|f(x)|dx$ 의 최솟값은? [4점]

> (가) $0 \le x \le \pi$ 일 때, $f(x)=1-\cos x$ 이다.
> (나) $1 \le n \le 3$ 인 각각의 자연수 $n$ 에 대하여
> $f(n\pi+t)=f(n\pi)+f(t)$ $(0<t\le\pi)$
> 또는
> $f(n\pi+t)=f(n\pi)-f(t)$ $(0<t\le\pi)$
> 이다.
> (다) $0<x<4\pi$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점의 개수는 6이다.

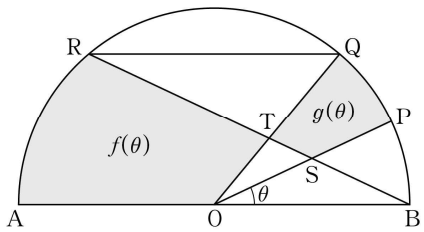
① $4\pi$　② $6\pi$　③ $8\pi$　④ $10\pi$　⑤ $12\pi$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

*29.* 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

$$\angle BOP=\theta,\ \angle BOQ=2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.
세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\dfrac{g(\theta)}{f(\theta)}=a$ 일 때, $80a$ 의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

*30.* 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\ln\{f(x)+f'(x)+1\}$$

이 있다. 상수 $a$와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 모든 실수 $x$에 대하여 $g(x)>0$이고 $\int_{2a}^{3a+x} g(t)\,dt=\int_{3a-x}^{2a+2} g(t)\,dt$ 이다. |
| (나) $g(4)=\ln 5$ |

$\int_{3}^{5}\{f'(x)+2a\}g(x)\,dx=m+n\ln 2$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, $m$, $n$은 정수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

*23.* 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ a,\ -2)$, $\mathrm{B}(-1,\ 3,\ a)$에 대하여 선분 AB의 중점이 $xy$평면 위에 있을 때, $a$의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

*24.* 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$에 접하고 기울기가 2인 두 직선이 $y$축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① $8\sqrt{2}$ ② 12 ③ $10\sqrt{2}$ ④ 15 ⑤ $12\sqrt{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

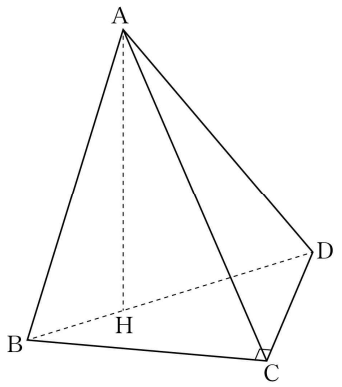
*25.* 평면 위의 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$의 값은? [3점]

| |
|---|
| (가) $\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert=2$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\vec{0}$ |
| (나) $\lvert\overrightarrow{\mathrm{BD}}\rvert=\lvert\overrightarrow{\mathrm{BA}}-\overrightarrow{\mathrm{BC}}\rvert=6$ |

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

*26.* 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=3$이고 $\angle\mathrm{BCD}=90^\circ$인 사면체 ABCD가 있다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 선분 BD를 $1:2$로 내분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, 삼각형 AHC의 넓이는? [3점]




① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

*27.* 양수 $p$에 대하여 두 포물선 $x^2=8(y+2)$, $y^2=4px$가 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P에서 포물선 $x^2=8(y+2)$의 준선에 내린 수선의 발 H와 포물선 $x^2=8(y+2)$의 초점 F에 대하여 $\overline{\mathrm{PH}}+\overline{\mathrm{PF}}=40$일 때, $p$의 값은? [3점]

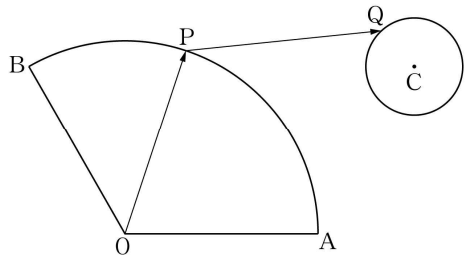
① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

*28.* 그림과 같이 한 평면 위에 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $120°$인 부채꼴 OAB와 중심이 C이고 반지름의 길이가 1인 원 $C$가 있고, 세 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$가

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=24,\ \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=0$$

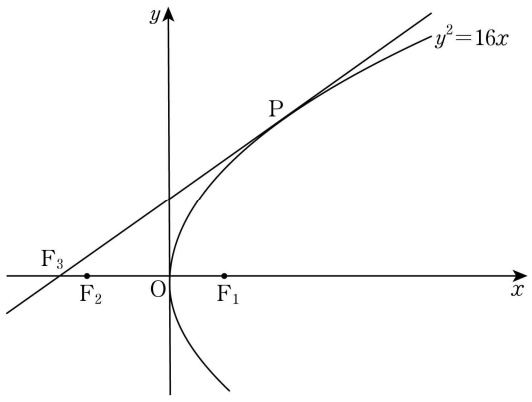
을 만족시킨다. 호 AB 위를 움직이는 점 P와 원 $C$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}$의 최댓값과 최솟값을 각각 $M$, $m$이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]




① $12\sqrt{3}-34$ ② $12\sqrt{3}-32$ ③ $16\sqrt{3}-36$
④ $16\sqrt{3}-34$ ⑤ $16\sqrt{3}-32$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

*29.* 두 점 $F_1(4, 0)$, $F_2(-6, 0)$에 대하여 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 $\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=6$을 만족시킨다. 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 P에서의 접선이 $x$축과 만나는 점을 $F_3$이라 하면 두 점 $F_1$, $F_3$을 초점으로 하는 타원의 한 꼭짓점은 선분 $PF_3$ 위에 있다. 이 타원의 장축의 길이가 $2a$일 때, $a^2$의 값을 구하시오. [4점]

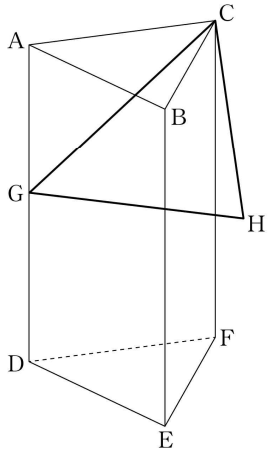



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

*30.* 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+2\sqrt{3}$인 정삼각기둥 ABC−DEF와 $\overline{DG}=4$인 선분 AD 위의 점 G가 있다. 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 삼각형 CGH의 평면 ADEB 위로의 정사영은 정삼각형이다.
> (나) 삼각형 CGH의 평면 DEF 위로의 정사영의 내부와 삼각형 DEF의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$이다.

삼각형 CGH의 평면 ADFC 위로의 정사영의 넓이를 $S$라 할 때, $S^2$의 값을 구하시오. [4점]




서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

*1.* $\sqrt[3]{8}\times\dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

*2.* 함수 $f(x)=2x^3-x^2+6$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

*3.* 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_5=4,\ a_7=4a_6-16$$

을 만족시킬 때, $a_8$의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

*4.* 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt=x^3-ax+1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, $a$는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

*5.* $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$이고 $\sin(\pi+\theta)>0$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

*6.* 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\geq 2)\end{cases}$$

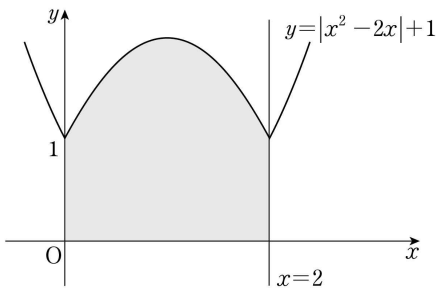
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 $a$의 값의 합은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

*7.* 함수 $y=|x^2-2x|+1$의 그래프와 $x$축, $y$축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4




서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

*8.* 두 점 $\mathrm{A}(m,\ m+3)$, $\mathrm{B}(m+3,\ m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 $m$의 값은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

*9.* 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 $p$의 값은?
(단, $a$, $b$는 $a\neq b$인 상수이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

*10.* 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_{10}$의 값은? [4점]

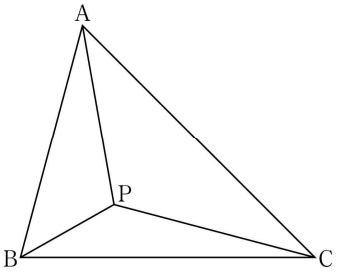
(가) $|a_4|+|a_6|=8$

(나) $\sum_{k=1}^{9} a_k=27$

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

*11.* 그림과 같이 $\angle BAC = 60°$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30°$, $\angle PCB = 15°$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]

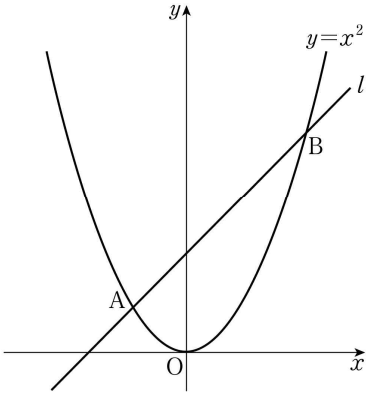



① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

*12.* 곡선 $y=x^2$과 기울기가 1인 직선 $l$이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 $t$에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 $l$의 $y$절편을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1




서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

*13.* 두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, $a$, $b$는 상수이고, $0 \le a \le 2$이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2 = 1$
(나) $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의 모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

*14.* 세 양수 $a$, $b$, $k$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x \ge k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

*15.* 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 $a_2$의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

**16.** $\log_2 96 - \dfrac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

**17.** 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 $k$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

**18.** $n$이 자연수일 때, $x$에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 $\alpha_n$, $\beta_n$이라 하자.

$\displaystyle\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

**19.** 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\ \ v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 $k$의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

**20.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 $p$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

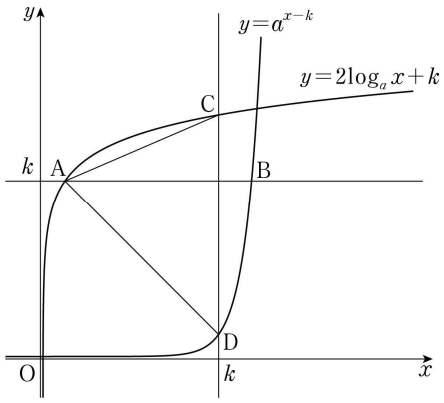
(가) $g'(0)=0$

(나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\geq 0)\end{cases}$

$\displaystyle\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

**21.** 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 $a$, $k$에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{CD}}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]




서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

**22.** 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다.
실수 $t$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때,
$\displaystyle\lim_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 $k$의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{t\to 4+}h(t)=5$

(나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=4$에서만 불연속이다.

$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

**23.** ${}_3\mathrm{P}_2+{}_3\Pi_2$의 값은? [2점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

*24.* 5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

*25.* 문자 A, A, A, B, B, B, C, C가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝 모두에 B가 적힌 카드가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

*26.* 서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

*27.* 방정식 $a+b+c+3d=10$을 만족시키는 자연수 $a$, $b$, $c$, $d$의 모든 순서쌍 $(a, b, c, d)$의 개수는? [3점]

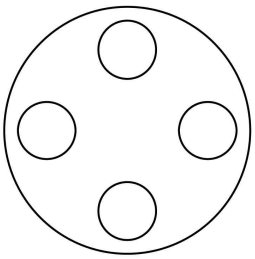
① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

*28.* 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가 일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로 다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은 3 이하이다.

① 420 ② 450 ③ 480 ④ 510 ⑤ 540



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

*29.* 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을 만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다.
(나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

*30.* 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 집합 $X$의 임의의 두 원소 $x_1$, $x_2$에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
(나) $f(2) \ne 1$이고 $f(4) \times f(5) < 20$이다.

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

*23.* $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

*24.* 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$3^n-2^n<a_n<3^n+2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^{n+1}+2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

*25.* 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}-6n}{a_n+5}=4$$

일 때, $a_2-a_1$의 값은? [3점]

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

*26.* 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(n^2+1)a_n=3,\ \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)(a_n+b_n)=1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(2n^2+1)(a_n+2b_n)$의 값은? [3점]

① $-3$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-4$ ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ $-5$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

*27.* $a_1=3$, $a_2=-4$인 수열 $\{a_n\}$과 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}=\frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① $-54$ ② $-\frac{75}{2}$ ③ $-24$ ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ $-6$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

*28.* $a>0$, $a\neq1$인 실수 $a$와 자연수 $n$에 대하여 직선 $y=n$이 $y$축과 만나는 점을 $\mathrm{A}_n$, 직선 $y=n$이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 $\mathrm{B}_n$이라 하자. 사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{A}_{n+1}$의 넓이를 $S_n$이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}}}{S_n}=\frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 $a$의 값의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

*29.* 자연수 $n$에 대하여 $x$에 대한 부등식 $x^2-4nx-n<0$을 만족시키는 정수 $x$의 개수를 $a_n$이라 하자. 두 상수 $p$, $q$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{na_n}-pn\right)=q$$

일 때, $100pq$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

*30.* 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $2k-2\le|x|<2k$일 때,
> $$g(x)=(2k-1)\times f\left(\frac{x}{2k-1}\right)$$
> 이다. (단, $k$는 자연수이다.)

$0<t<10$인 실수 $t$에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 $t$의 값의 합을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

*23.* 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$의 장축의 길이는? [2점]

① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ $8$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

*24.* 포물선 $x^2=8y$의 초점과 준선 사이의 거리는? [3점]

① $4$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $5$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $6$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

*25.* 한 초점이 $\mathrm{F}(3,0)$이고 주축의 길이가 $4$인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 점근선 중 기울기가 양수인 것을 $l$이라 하자. 점 F와 직선 $l$ 사이의 거리는? (단, $a$, $b$는 양수이다.) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② $2$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

*26.* 포물선 $y^2=4x+4y+4$의 초점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $2$인 원이 포물선과 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(a,b)$, $\mathrm{B}(c,d)$라 할 때, $a+b+c+d$의 값은? [3점]

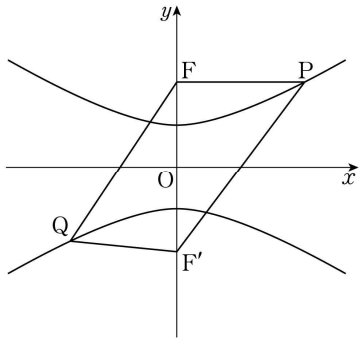
① $1$ ② $2$ ③ $3$ ④ $4$ ⑤ $5$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

*27.* 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(0,c)$, $\mathrm{F}'(0,-c)\,(c>0)$인 쌍곡선 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=-1$이 있다. 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와 쌍곡선 위의 제3사분면에 있는 점 Q가

$$\overline{\mathrm{PF'}}-\overline{\mathrm{QF'}}=5,\ \overline{\mathrm{PF}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{QF}}$$

를 만족시킬 때, $\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{QF}}$의 값은? [3점]

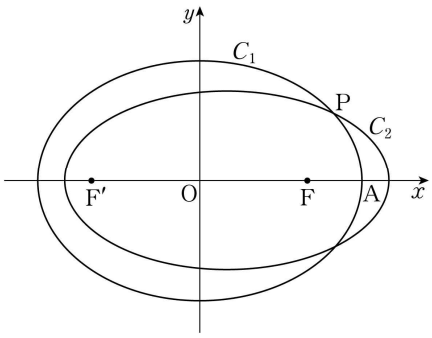



① $10$ ② $\frac{35}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $15$ ⑤ $\frac{50}{3}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

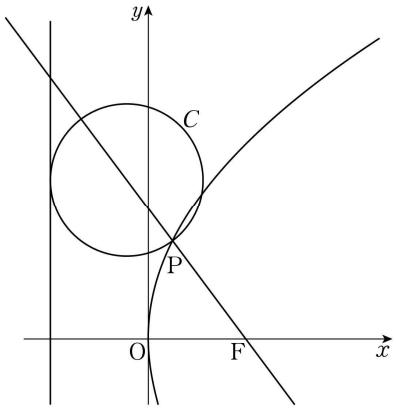
**28.** 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\ (c>0)$인 타원을 $C_1$이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $\mathrm{A}(3, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$인 타원을 $C_2$라 하자. 두 타원 $C_1$과 $C_2$가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\cos(\angle \mathrm{AFP})=\frac{3}{8}$일 때, 삼각형 PFA의 둘레의 길이는? [4점]

① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{11}{2}$




서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

**29.** 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 $\mathrm{F}(p, 0)\ (p>0)$인 포물선이 있다. 점 F를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 $C$가 점 P를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 $C$의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$의 값을 구하시오. (단, 원 $C$의 중심의 $x$좌표는 점 P의 $x$좌표보다 작다.) [4점]

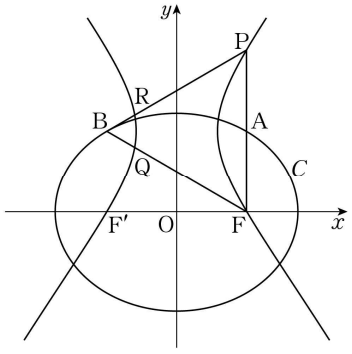



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

**30.** 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\ (c>0)$인 타원 $C$가 있다. 타원 $C$가 두 직선 $x=c$, $x=-c$와 만나는 점 중 $y$좌표가 양수인 점을 각각 A, B라 하자.
두 초점이 A, B이고 점 F를 지나는 쌍곡선이 직선 $x=c$와 만나는 점 중 F가 아닌 점을 P라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF, BP와 만나는 점 중 $x$좌표가 음수인 점을 각각 Q, R라 하자.
세 점 P, Q, R가 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 삼각형 BFP는 정삼각형이다.<br>(나) 타원 $C$의 장축의 길이와 삼각형 BQR의 둘레의 길이의 차는 3이다. |

$60\times\overline{\mathrm{AF}}$의 값을 구하시오. [4점]



# 정답 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

## 공통

1번 ④ 2번 ④ 3번 ③ 4번 ② 5번 ② 6번 ①

7번 ③ 8번 ③ 9번 ⑤ 10번 ① 11번 ④ 12번 ②

13번 ① 14번 ⑤ 15번 ⑤ 16번 10 17번 20 18번 18

19번 7 20번 2 21번 84 22번 108

## 확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ②

29번 150 30번 23

## 미적분

23번 ① 24번 ③ 25번 ④ 26번 ② 27번 ⑤ 28번 ③

29번 14 30번 10

## 기하

23번 ③ 24번 ① 25번 ② 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ①

29번 32 30번 7

# 정답 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

## 공통

1번 ⑤ 2번 ② 3번 ④ 4번 ④ 5번 ① 6번 ③

7번 ② 8번 ③ 9번 ① 10번 ⑤ 11번 ⑤ 12번 ③

13번 ① 14번 ② 15번 ④ 16번 5 17번 24 18번 105

19번 32 20번 70 21번 12 22번 4

## 확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ⑤ 26번 ① 27번 ③ 28번 ④

29번 65 30번 708

## 미적분

23번 ② 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ①

29번 28 30번 80

## 기하

23번 ② 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ④

29번 128 30번 384

# 정답 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

## 공통

1번 ③ 2번 ② 3번 ③ 4번 ④ 5번 ⑤ 6번 ③

7번 ① 8번 ② 9번 ③ 10번 ⑤ 11번 ④ 12번 ④

13번 ① 14번 ② 15번 ① 16번 5 17번 15 18번 109

19번 80 20번 226 21번 8 22번 82

## 확률과 통계

23번 ② 24번 ① 25번 ③ 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ④

29번 105 30번 17

## 미적분

23번 ① 24번 ③ 25번 ⑤ 26번 ② 27번 ④ 28번 ②

29번 20 30번 12

## 기하

23번 ③ 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ② 27번 ① 28번 ⑤

29번 54 30번 48

# 정답 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

## 공통

1번 ① 2번 ④ 3번 ① 4번 ② 5번 ⑤ 6번 ①

7번 ③ 8번 ⑤ 9번 ② 10번 ② 11번 ③ 12번 ④

13번 ④ 14번 ⑤ 15번 ③ 16번 4 17번 11 18번 427

19번 18 20번 66 21번 12 22번 729

## 확률과 통계

23번 ① 24번 ③ 25번 ④ 26번 ⑤ 27번 ② 28번 ⑤

29번 120 30번 45

## 미적분

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ②

29번 50 30번 25

## 기하

23번 ⑤ 24번 ① 25번 ③ 26번 ② 27번 ④ 28번 ④

29번 96 30번 100

# 풀이를 확인해요

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 로그의 정의

**로그의 밑을 밑으로 하는 거듭제곱으로 바꾸어요.**

$\log_3 x=3$을 지수식으로 바꾸면 $x=3^3$이에요.
따라서 $x=27$이고 네 번째 선택지예요.

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

**같은 일차식의 거듭제곱이면 전개하지 않고 적분할 수 있어요.**

$(x+1)^2$의 한 부정적분은 $(x+1)^3/3$이에요.
0부터 3까지 적분하면 $(4^3-1^3)/3=21$이에요. 네 번째 선택지예요.

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 삼각함수의 주기

**가로 이동량은 주기에 영향을 주지 않아요.**

$\tan u$의 주기는 $\pi$이고 $x$의 계수도 $\pi$예요.
따라서 $x$에 대한 주기는 $\pi/\pi=1$이고 세 번째 선택지예요.

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 등차수열의 합

**합의 식에서 일반항을 구한 뒤 첫째항과 공차를 구분해요.**

$S_1=1-5=-4$이므로 $a_1=-4$예요.
$n\geq 2$에서 $a_n=S_n-S_{n-1}=2n-6$이므로 공차 $d=2$예요. 따라서 $a_1+d=-2$이고 두 번째 선택지예요.

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 함수의 연속

**불연속인 함수에 연속함수를 곱해 연속으로 만들려면, 그 점에서 곱하는 함수가 0이 되는지 보아요.**

$x=1$에서 $f$의 왼쪽 극한은 1, 오른쪽 극한은 3이에요.
$p(x)=x^2+ax+b$라 하면 곱의 두 극한이 같으려면 $p(1)=3p(1)$, 즉 $p(1)=0$이어야 해요.
$1+a+b=0$에서 $a+b=-1$이에요. 실제 함수값도 0이 되어 연속이고 두 번째 선택지예요.

### 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 지수함수와 거리

**두 점의 거리와 대각선 길이를 연결하면 지수값 자체를 미지수로 둘 수 있어요.**

$6^{-a}=t>0$으로 놓으면 A와 B의 $x$좌표 차이는 1, $y$좌표 차이의 크기는 $t-t/6=5t/6$이에요.
한 변이 1인 정사각형의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $1+(5t/6)^2=2$예요.
$t>0$에서 $t=6/5$이고 첫 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 절댓값함수의 미분가능성

**절댓값이 0인 점에서 양쪽 기울기를 직접 비교해요.**

꺾이는 점은 $x=-3$이에요. $h(x)=|x+3|(2x+a)$의 이 점에서 오른쪽 미분계수는 $a-6$, 왼쪽 미분계수는 $-(a-6)$이에요.
두 값이 같으려면 $a-6=0$이므로 $a=6$이에요. 이 값에서는 $h(x)=2(x+3)|x+3|$로 미분가능하고 세 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 로그함수와 절댓값

**절댓값끼리 같은 식은 원래 값이 같은 경우와 부호가 반대인 경우로 나누어요.**

$|\log_2(k-x)|=|\log_2 x|$이므로 두 로그가 같거나 서로 반대예요. 같은 경우는 $x=k/2$예요.
반대인 경우에는 $x(k-x)=1$이므로 바깥 두 교점의 x좌표는 $(k\pm\sqrt{k^2-4})/2$예요.
두 바깥 좌표의 차이가 $2\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{k^2-4}=2\sqrt{3}$, $k=4$예요. 두 좌표의 합도 k이므로 4, 세 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 수열의 귀납적 정의

**연속한 두 항의 합이 주어지면 두 칸 떨어진 항의 관계를 만들어 보세요.**

$a_{n+1}=2n-a_n$을 다음 식에 넣으면 $a_{n+2}=a_n+2$예요.
따라서 짝수 번호 항들은 공차 2인 등차수열이고 $a_{22}=a_2+20$이에요.
$a_1+a_2=2$이므로 $a_1+a_{22}=22$예요. 다섯 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 절댓값과 극값

**절댓값의 미분불가능점은 안쪽 식이 부호를 바꾸며 단순하게 0이 되는 곳을 먼저 확인해요.**

$H(x)=(x-a)f(x)$는 최고차항 계수가 1인 삼차식이에요. $|H|$가 $x=3$에서만 미분불가능하고 $a<3$이므로 a는 H의 중근, 3은 단순근이어야 해요. 따라서 $H=(x-a)^2(x-3)$, $f=(x-a)(x-3)$이에요.
$x<3$에서 $g(x)=(x-a)^2(3-x)$이에요. 가운데 극댓점은 $x=(a+6)/3$이고 극댓값은 $4(3-a)^3/27$이에요.
이 값이 32이므로 $3-a=6$, $a=-3$이에요. $f(4)=(4+3)(4-3)=7$이므로 첫 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각함수와 교점 수

**조각마다 교점 방정식을 정리하면 같은 식으로 합쳐지는지 살펴요.**

$s=\sin(k\pi/6)$이라 두면 첫 구간의 교점 조건은 $\sin x=s$예요. 둘째 구간에서도 $2s-\sin x=s$이므로 같은 조건이 나와요.
따라서 구간을 나눈 위치와 관계없이 $[0,2\pi]$에서 $\sin x=s$의 해를 세면 돼요.
$k=1,2,4,5$에서는 $0<s<1$이므로 각각 두 개, $k=3$에서는 $s=1$이므로 한 개예요. 합은 9이고 네 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 원의 접선과 극한

**같은 밑변을 쓰는 두 넓이의 비를 높이의 비로 바꾸면 접점 좌표를 구하지 않아도 돼요.**

d=OP라 하면 두 접점을 잇는 현 AB는 OP에 수직이고 원점에서 현까지의 거리는 4/d예요. 같은 밑변 AB에 대한 두 삼각형의 높이를 비교하면 T/S=(d−4/d)/(4/d)=$(d^2-4)/4$예요.
P=$(t,t^2-4)$이므로 $d^2-4=t^2+(t^2-4)^2-4=(t^2-3)(t-2)(t+2)$이에요.
첫 극한은 $(t^2-3)(t+2)/4$의 t→2+ 극한이므로 1이에요. 둘째 극한은 $(t^4-7t^2+12)/\{4(t^4-2)\}$의 무한대 극한이므로 1/4이에요.
두 값을 더하면 5/4이고 두 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 역함수와 도함수의 부호

**역함수 존재 조건을 증가·감소의 방향으로 바꾸고 도함수의 부호를 점검해요.**

$2f(x)=g(x)-g(-x)$에서 $f(x)=x^3+bx$예요. 삼차함수 g가 역함수를 가지려면 실수 전체에서 증가해야 하므로 $g'(x)=3x^2+2ax+b$가 음수가 될 수 없어요. 따라서 $a^2\le 3b$이고 ㄱ은 참이에요.
이로부터 $b\ge 0$이므로 $f'(x)=3x^2+b=0$은 서로 다른 두 실근을 가질 수 없어요. ㄴ은 거짓이에요.
$f'=0$이 실근을 가지면 b=0이고 $a^2\le 0$에서 a=0이에요. 이때 $g'(1)=3$으로 1이 아니므로 ㄷ도 거짓이에요.
참인 것은 ㄱ뿐이므로 첫 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 등비수열과 도형

**닮은 직각삼각형에서 한 번의 증가 비를 구하면 나머지는 등비수열로 정리돼요.**

기울기 1/2인 직선과 수직선분이 만드는 직각삼각형에서 $R_{n+1}Q_{n+1}=(1/2)P_nP_{n+1}$이에요. 따라서 p=1/2예요.
$P_nQ_n=P_nP_{n+1}$이고 다음 수직길이는 앞선 길이의 3/2배예요. 처음 길이가 1이므로 $f(n)=(3/2)^{n-1}$이에요.
$P_1P_n$은 앞선 길이들을 더해 $g(n)=2\{(3/2)^{n-1}-1\}$이에요.
f(6p)+g(8p)=f(3)+g(4)=9/4+19/4=7이에요. 다섯 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 연속 조건과 정적분

**적분을 하나의 함수 F로 이름 붙이고, 연속이 되는 접합점 수를 수평선과의 교점 수로 바꾸어요.**

f(0)=f′(0)=0이므로 $f(x)=4x^3+bx^2$로 놓아요. $F(x)=\int_0^x f(t)dt=x^4+(b/3)x^3$이에요.
접합점에서 연속이려면 $F(c)+5=|F(c)-13/3|$이에요. 절댓값의 두 경우를 나누면 가능한 식은 F(c)=−1/3뿐이에요.
F는 x=−b/4에서 유일한 최솟값 $-b^4/768$을 가져요. F(c)=−1/3의 실근이 하나이려면 이 높이가 최솟값과 같아야 하므로 $b^4=256$, b=±4예요.
b=4이면 c=−1이고 $g(1)=|7/3-13/3|=2$예요. b=−4이면 c=1이고 $g(1)=|-1/3-13/3|=14/3$이에요.
따라서 최댓값은 14/3이고 다섯 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 미분계수

**주어진 미분계수는 도함수에 해당 x를 대입한 값이에요.**

$f'(x)=4x+a$예요.
x=2에서 미분계수가 18이므로 8+a=18, a=10이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 속도와 이동거리

**방향이 바뀌는 시각을 기준으로 나누어 속도의 절댓값을 적분해요.**

속도 12−4t는 t=3에서 부호가 바뀌어요. 처음 3초 동안 거리는 $\int_0^3(12-4t)dt=18$이에요.
3초부터 4초까지는 반대 방향이므로 거리는 $-\int_3^4(12-4t)dt=2$예요. 합은 20이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 지수함수와 넓이

**곡선 자체 사이의 넓이가 아니라 네 교점을 이은 사다리꼴의 넓이를 구해요.**

x=1에서 두 점의 높이 차이는 n−2이고 x=2에서는 $n^2-4$예요. 두 수직선 사이 거리는 1이에요.
사다리꼴 넓이는 $\{(n-2)+(n^2-4)\}/2=(n^2+n-6)/2$예요.
18 이하라는 조건은 $(n+7)(n-6)\le 0$이에요. $n\ge 3$인 자연수는 3,4,5,6이고 합은 18이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 주기수열의 합

**완전한 주기와 남는 항을 나누어 합쳐요.**

$a_1=A$, $a_2=B$라 하면 첫 여섯 항은 A,B,A−3,B+3,A−6,B+6이에요. 여섯 항의 합은 3(A+B)이에요.
수열의 주기가 6이고 32=5×6+2이므로 첫 32항의 합은 15(A+B)+(A+B)=16(A+B)이에요.
16(A+B)=112에서 $a_1+a_2=7$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 대칭인 다항함수와 넓이

**대칭의 중심을 원점으로 옮기면 삼차식의 짝수 차수 항이 사라져요.**

f(1−x)=−f(1+x)이므로 점 (1,0)에 대한 점대칭이에요. 최고차항 계수가 1인 삼차식은 $f(x)=(x-1)^3+p(x-1)$로 쓸 수 있어요.
f(0)=0에서 p=−1이므로 $f(x)=x^3-3x^2+2x$예요. 다른 곡선과의 차는 $f(x)+6x^2=x(x+1)(x+2)$여서 교점의 x좌표는 −2,−1,0이에요.
u=x+1로 옮기면 차는 $u^3-u$가 돼요. 두 부분의 넓이는 같으므로 $S=2\int_0^1(u-u^3)du=1/2$예요.
따라서 4S=2예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 원의 성질과 코사인법칙

**같은 원주각에서 같은 현을 얻은 뒤, 공통 변 AD를 가진 두 코사인법칙을 빼요.**

AD가 각의 이등분선이므로 두 원주각 ∠BAD와 ∠DAC가 같아요. 따라서 같은 원에서 대응하는 현 BD와 CD의 길이도 같아요.
r=AD, θ=∠DAC로 놓고 두 삼각형에 코사인법칙을 쓰면 $BD^2=r^2+36-12r\cos\theta$, $CD^2=r^2+64-16r\cos\theta$예요.
두 값이 같으므로 $4r\cos\theta=28$, $r\cos\theta=7$이에요. AE는 AD의 AC 방향 정사영이므로 k=7이고 12k=84예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 조각함수의 미분가능성

**곱해진 절댓값의 부호가 바뀌는 경계에서 연속 조건과 미분 조건을 차례로 써요.**

x<0 또는 x>2에서는 g=|f|−a이고, 0<x<2에서는 g=a−|f|예요. x=0,2에서 연속이려면 |f(0)|=|f(2)|=a예요.
a>0이므로 두 점에서 f는 0이 아니에요. 양쪽 g의 도함수가 반대 부호로 연결되므로 미분가능하려면 f′(0)=f′(2)=0이어야 해요.
최고차항 계수가 1이므로 $f'(x)=3x(x-2)$, $f(x)=x^3-3x^2+C$예요. |C|=|C−4|에서 C=2이고 a=2예요.
3a=6은 바깥 구간이므로 g(6)=|216−108+2|−2=108이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 이항분포

**시행 횟수와 한 번 성공할 확률을 곱해요.**

이항분포 B(n,p)의 기댓값은 np예요.
E(X)=60×5/12=25이므로 네 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 확률의 덧셈정리

**여사건의 확률을 먼저 구하고, 배반 조건은 마지막 합사건 계산에 써요.**

$P(A^c)=1-1/3=2/3$이므로 $(2/3)P(B)=1/6$에서 $P(B)=1/4$예요.
두 사건은 배반이므로 $P(A\cup B)=1/3+1/4=7/12$예요. 두 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 중복조합

**최소 배분량을 먼저 떼어 놓으면 남은 양은 음이 아닌 정수해의 수로 셀 수 있어요.**

A와 B에게 먼저 2권씩 주면 공책 6권이 남아요.
남은 6권을 네 학생에게 0권도 가능하게 나누는 수는 ${}_4H_6={}_9C_3=84$가지예요. 세 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 최대공약수와 확률

**홀수인 최대공약수를 직접 세기보다 짝수인 여사건을 세어요.**

최대공약수가 짝수인 것은 두 수가 모두 짝수일 때와 같아요.
두 번 모두 짝수가 나올 확률은 $(3/6)^2=1/4$이에요. 따라서 최대공약수가 홀수일 확률은 $1-1/4=3/4$이고 다섯 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 정규분포

**분산이 같은 밀도함수의 교점은 평균 사이의 중간점이에요.**

표준편차가 같은 두 정규분포의 밀도함수는 두 평균의 가운데 $x=(8+12)/2=10$에서 만나요.
따라서 $P(8\le Y\le a)=P(-2\le Z\le -1)$이에요. 대칭성을 쓰면 $P(1\le Z\le 2)$와 같아요.
표에서 $0.4772-0.3413=0.1359$이므로 첫 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 조건부확률과 함수

**조건부 전체 경우를 먼저 두 원소의 증가쌍으로 나누고, 같은 값이 되는 두 자리를 함께 고정해요.**

각 쌍에서 $f(2n-1)<f(2n)$이므로 두 함숫값을 여덟 수 중에서 고르면 작은 수의 자리가 자동으로 정해져요. 각 쌍의 경우는 ${}_8C_2=28$가지이고 전체는 $28^4$가지예요.
$f(1)=f(5)=v$로 고정하면 $f(2),f(6)$는 각각 v보다 큰 수를 골라야 해요. 따라서 $(8-v)^2$가지이고 v는 1부터 7까지예요.
나머지 두 쌍은 각각 28가지이므로 확률은 $\{(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2)\}/28^2=(1^2+\cdots+7^2)/784=140/784=5/28$이에요. 두 번째 선택지예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 중복순열과 포함배제

**이미 두 번 놓인 숫자를 고정하고, 나머지 숫자가 빠지는 경우를 포함배제로 제외해요.**

일의 자리와 백의 자리의 공통 숫자를 고르면 3가지예요.
그 숫자를 d라 하면 남은 네 자리에서 다른 두 숫자가 모두 한 번 이상 나와야 해요. 전체 $3^4$에서 한 숫자가 빠진 $2^4$을 두 번 빼고, 두 숫자가 모두 빠진 한 경우를 다시 더해요.
따라서 $3\times(3^4-2\times2^4+1)=3\times50=150$개예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 독립확률변수의 합과 분산

**합의 분산은 독립일 때 각 분산의 합이에요. 한 번 뽑는 분포부터 복원해요.**

한 번 꺼낸 숫자를 Y라 해요. $P(X=4)=P(Y=1)^4=1/81$에서 $P(Y=1)=1/3$이에요. $16P(X=16)=1/81$에서 $P(Y=4)=1/6$이에요.
$E(X)=4E(Y)=9$이므로 $E(Y)=9/4$예요. 나머지 확률 $p_2,p_3$는 $p_2+p_3=1/2$, $2p_2+3p_3=5/4$를 만족해 각각 1/4이에요.
$E(Y^2)=1/3+4/4+9/4+16/6=25/4$이에요. $V(Y)=25/4-(9/4)^2=19/16$이에요.
복원하여 네 번 독립 시행하므로 $V(X)=4V(Y)=19/4$예요. 따라서 $p+q=4+19=23$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 정적분

**거듭제곱 적분에서는 지수 −2에 1을 더해 주세요.**

$6/x^2$의 한 부정적분은 $-6/x$예요.
따라서 주어진 적분은 $(-6/4)-(-6/2)=3/2$예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 급수의 수렴

**수렴하는 급수의 일반항은 반드시 0으로 가요.**

급수가 수렴하므로 일반항 $(a_n-4n)/n$은 0으로 수렴해요. 즉 $a_n/n\to4$예요.
분자와 분모를 n으로 나누면 $(5+a_n/n)/(3-1/n)\to(5+4)/3=3$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 운동

**속력은 두 속도 성분의 제곱합에 제곱근을 씌운 값이에요.**

$x'(t)=\ln t+1$이고 $y'(t)=4(\ln t-1)/(\ln t)^2$예요.
$t=e^2$에서 속도 성분은 각각 3과 1이므로 속력은 $\sqrt{(3^2+1^2)}=\sqrt{10}$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 등비급수와 도형

**반복 도형은 먼저 한 단계의 넓이와 닮음비를 따로 구해요.**

$A_1=(0,0)$, $B=(2,0)$으로 놓으면 접선 $A_1C_1$은 $y=x/\sqrt{3}$이에요. 작은 반원의 반지름을 r, 중심의 x좌표를 c라 하면 $c+r=2$이고 직선까지의 거리 $c/2=r$이므로 $r=2/3$이에요. 따라서 다음 단계의 길이비는 2/3, 넓이비는 4/9예요.
큰 반원에서 현 $A_1C_1$ 위쪽 활꼴의 중심각은 $2\pi/3$이에요. 그 넓이는 $\pi/3-\sqrt{3}/4$이므로 직선 아래쪽의 넓이는 $\pi/2-(\pi/3-\sqrt{3}/4)=\pi/6+\sqrt{3}/4$예요.
작은 반원의 넓이 $2\pi/9$를 빼면 첫 색칠 넓이는 $\sqrt{3}/4-\pi/18$이에요. 이후 같은 모양이 겹치지 않게 더해지므로 극한은 $(\sqrt{3}/4-\pi/18)/(1-4/9)=(9\sqrt{3}-2\pi)/20$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 역함수의 적분

**감소함수의 역함수 적분에서는 치환 후 양 끝의 순서가 뒤집혀요.**

f는 엄격히 감소하므로 $f(-1)=1$, $f(3)=-2$예요. 역함수 적분에서 $y=f(x)$로 치환하면 x의 범위가 3에서 −1로 바뀌어요.
따라서 $\int_{-2}^{1} f^{-1}(y)dy=[xf(x)]_{3}^{-1}-\int_{3}^{-1}f(x)dx$예요.
값은 $\{-1-(-6)\}+3=8$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 삼각함수의 극한과 도형

**넓이를 각각 끝까지 계산하기보다 공통 높이 인수를 약분해요.**

$B=(0,0)$, $C=(2,0)$, $A=(\cos\theta,\sin\theta)$로 놓고 $AC=L=\sqrt{5-4\cos\theta}$라 해요. 각의 이등분선 정리에 따라 $BE=2/(1+L)$이므로 $f(\theta)=\sin\theta/(1+L)$이에요.
D는 BC의 중점이므로 $D=(1,0)$이에요. $F=(1+t\cos\theta,t\sin\theta)$로 놓고 A,E,F가 일직선이라는 조건을 쓰면 $t=(1-L)/2$를 얻어요. 따라서 $g(\theta)=(L-1)\sin\theta/4$예요.
$g(\theta)/f(\theta)=(L^2-1)/4=1-\cos\theta$이므로 구하는 극한은 $\lim (1-\cos\theta)/\theta^2=1/2$예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수 적분과 대칭

**모든 t에 대한 절댓값 적분 조건은 끝값으로 필요조건을 얻고 주기 대칭으로 충분성을 확인해요.**

조건 (가)의 적분은 $2/a$이므로 $a>0$이고 $a\le 4$예요. 조건 (나)에서 $t\to 1-$로 보내면 두 적분의 차는 $2\int_{0}^{3\pi}\sin(ax)dx=0$이 돼요.
따라서 $1-\cos(3a\pi)=0$, 즉 $a=2n/3$인 양의 정수 n이어야 해요. $0<a\le 4$이므로 $n=1,2,3,4,5,6$이에요.
이 값들은 $[0,3\pi]$ 안에 정확히 n개의 완전한 사인 주기를 만들어요. 각 주기에서 양수와 음수 부분이 대응하므로 모든 $0<t<1$에 대해 조건 (나)를 만족해요.
합은 $(2/3)(1+2+3+4+5+6)=14$예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 역함수와 합성함수 미분

**함숫값 조건으로 먼저 f(2)=−2를 얻으면 역함수 미분식이 한 개의 수 p로 정리돼요.**

f는 홀함수이고 f(0)=0이므로 h(0)=0이에요. u=−f(2)>0이라 하면 g(2)=0에서 f(u)=−2예요. u=(8a+2b)/5로부터 b=(5u−8a)/2를 대입하면 $(u^2-4)(au+1/2)=0$이므로 u=2, 즉 4a+b=5예요.
p=f′(2)라 하면 f(2)=−2와 도함수의 짝함수 성질에 따라 $(f^{-1})'(2)=1/p$예요. 따라서 g′(2)=p−1/p, $h'(2)=p^2-1$이고 조건 (나)는 $(p^2-1)(1/p+5)=0$이 돼요.
f′<0이므로 p<0이에요. p=−1이면 f′(2)=(3−8a)/5에서 a=b=1이 되어 제외돼요. 따라서 p=−1/5, a=1/2, b=3이에요.
이때 $f'(x)=-(x^4-3x^2+6)/(2(x^2+1)^2)<0$이라 전 구간 조건도 만족해요. 구하는 값은 4(3−1/2)=10이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 평행

**성분을 나누기 전 행렬식을 쓰면 0으로 나누는 경우도 피할 수 있어요.**

평행한 두 벡터의 성분으로 만든 행렬식은 0이에요.
9(m−2)−3(2m+1)=0을 풀면 3m−21=0이므로 m=7이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 공간좌표의 내분

**좌표평면과 만나는 점은 해당 좌표를 0으로 놓아 구해요.**

P는 z=0인 점이므로 z좌표 −2와 1 사이를 2:1로 내분해요. 따라서 AP=(2/3)AB예요.
$AB=\sqrt{(3^2+3^2+3^2)}=3\sqrt{3}$이므로 $AP=2\sqrt{3}$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 이차곡선의 접선

**공통 접선은 두 곡선의 같은 기울기 접선에서 절편을 맞춰요.**

기울기가 1/2인 타원의 접선을 y=x/2+c라 하면 $c^2=36(1/2)^2+16=25$예요.
포물선 $y^2=ax$의 기울기 m인 접선은 y=mx+a/(4m)이므로 여기서는 절편이 a/2예요. a>0이므로 c=5, a=10이에요.
포물선의 초점은 (a/4,0)이므로 x좌표는 5/2예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 평면벡터와 도형

**대칭인 사다리꼴은 밑변의 양 끝을 좌표축 위에 놓아 보세요.**

두 밑각이 같으므로 등변사다리꼴이에요. B=(0,0), C=(4,0), A=(1,h), D=(3,h)로 놓을 수 있어요.
AB벡터+AC벡터=(2,−2h)이므로 $4+4h^2=20$, $h^2=4$예요.
따라서 $BD=\sqrt{(3^2+h^2)}=\sqrt{13}$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 구와 평면의 교선

**구의 현 길이는 중심에서 직선까지의 거리로 구해요.**

xy평면의 교선 원 반지름은 5이므로 중심 A의 z좌표 제곱은 $8^2-5^2=39$예요. $OA^2=49$이므로 A에서 z축까지 거리의 제곱은 $49-39=10$이에요.
구의 중심에서 z축에 내린 수선은 현 BC를 이등분해요. 따라서 $(BC/2)^2=8^2-10=54$예요.
$BC=2\sqrt{54}=6\sqrt{6}$이에요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 벡터의 내적과 좌표

**직교하는 두 벡터를 좌표축 방향으로 잡으면 내적 조건이 성분 조건이 돼요.**

PC=1로 크기를 맞추고 P=(0,0), C=(1,0), A=(0,3)으로 놓아요. 조건 (나)에서 PB벡터의 x성분은 −2이고 $|PB|=2\sqrt{2}$예요.
따라서 $B=(-2,\pm 2)$인데 P가 삼각형 내부에 있으려면 B=(−2,−2)예요. 직선 BC와 x=0의 교점 D는 (0,−2/3)이에요.
PD=2/3이고 AD=3+2/3=11/3이므로 k=(11/3)/(2/3)=11/2예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 쌍곡선과 각의 이등분선

**각의 이등분선 비와 직각삼각형의 3:4:5 비를 연결해요.**

PF=u라 하면 쌍곡선의 정의에 따라 PF′=u+2예요. 각의 이등분선 정리에서 PQ:QF=PR:RF=3:4예요.
직각삼각형 PQF의 세 변을 3k,4k,5k로 놓으면 u=5k이고 F′Q=PF′−PQ=2k+2예요. $FF'=2\sqrt{17}$이므로 직각삼각형 F′QF에서 $(2k+2)^2+(4k)^2=68$이에요.
$5k^2+2k-16=0$의 양의 해는 k=8/5예요. 따라서 PF′=10, QF=32/5이고 삼각형 PF′F의 넓이는 (1/2)×10×(32/5)=32예요.

## 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 공간도형의 정사영

**정사영 넓이는 원래 넓이에 두 평면 사이 각의 코사인을 곱해요.**

E가 지름 CD인 원 위에 있으므로 CE⊥DE예요. E=(0,0,0), D=(0,4,0), C=(c,0,0), B=(c−4,0,0), H=(0,h,0), A=(0,h,z)로 놓아요.
AB=AC=4에서 c=2와 $h^2+z^2=12$를 얻어요.
각 AEH와 DAH의 탄젠트가 같으므로 z/h=(4−h)/z, 즉 $z^2=h(4-h)$예요. 앞 식과 합치면 h=3, $z=\sqrt{3}$이에요. 따라서 삼각형 AHD의 넓이는 $\sqrt{3}/2$예요.
평면 AHD의 법선벡터는 (1,0,0)이에요. 평면 ABD의 법선벡터는 $(D-A)\times(B-A)=(-4\sqrt{3},2\sqrt{3},2)$이고 길이는 8이에요. 두 평면 사이 각의 코사인은 $\sqrt{3}/2$예요.
정사영 넓이는 $(\sqrt{3}/2)\times(\sqrt{3}/2)=3/4$이므로 p+q=4+3=7이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

**근호를 유리수 지수로 바꿔요.**

$3\sqrt{3}=3^{3/2}$이므로 $(3\sqrt{3})^{1/3}=3^{1/2}$이에요.
같은 밑의 지수를 더하면 $3^{1/2+3/2}=9$예요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 다항함수의 미분

**미분한 식에 값을 대입해요.**

$f'(x)=3x^2+4x+3$이에요.
$x=-1$을 대입하면 $3-4+3=2$예요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등차수열

**등차수열 조건을 첫째항과 공차 두 수로 나타내요.**

첫째항을 $a$, 공차를 $d$라 하면 $a+3d=6$이고 $2(a+6d)=a+18d$예요.
두 번째 식에서 $a=6d$이고 첫 식에 대입하면 $d=2/3$, $a=4$예요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 좌우극한

**함숫값을 나타내는 점과 다가가는 높이를 구별해요.**

$x$가 $-1$의 오른쪽에서 다가가면 그래프는 높이 0으로 다가가요.
$x$가 1의 왼쪽에서 다가가면 높이 1로 다가가므로 합은 1이에요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수

**사분면으로 부호를 먼저 정해요.**

$\cos\theta\tan\theta=\sin\theta=1/2$이고 $\theta$는 제2사분면에 있으므로 $\cos\theta=-\sqrt{3}/2$예요.
$\tan\theta=-1/\sqrt{3}$이므로 합은 $-\sqrt{3}/2-\sqrt{3}/3=-5\sqrt{3}/6$이에요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 평균변화율과 미분계수

**증분이 2h이면 미분계수 앞에 2가 붙어요.**

평균변화율은 $f(a+1)-f(a)=4a-1=7$이므로 $a=2$예요.
주어진 극한은 $2f'(a)=2(4a-3)=10$이에요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

**곡선에서 접선의 식을 빼면 접점이 중근으로 나타나요.**

$f'(3)=2$이므로 접선은 $y=2x-3$이에요. 곡선과 접선의 높이 차이는 $x^2-6x+9=(x-3)^2$예요.
넓이는 $\int$(0부터 3까지)$(x-3)^2dx=9$예요.

### 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 삼각함수의 그래프

**같은 높이의 두 교점 사이 가로 거리를 구해요.**

한 주기 안에서 $\cos(ax)=1/2$인 두 $x$좌표는 $\pi/(3a)$, $5\pi/(3a)$예요.
따라서 $AB=4\pi/(3a)=8/3$이므로 $a=\pi/2$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 속도와 이동거리

**속도의 부호가 바뀌는 시각에서 이동거리 적분을 나눠요.**

위치가 같으므로 ∫(0부터 6까지)$(3t^2+at)dt=216+18a=0$, $a=-12$예요.
속도는 $3t(t-4)$이므로 $0<t<4$에서 음수, $4<t<6$에서 양수예요. 원점 기준 변위 $t^3-6t^2$는 $t=4$에서 $-32$, $t=6$에서 0이에요.
이동거리는 $32+32=64$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 합성함수의 최솟값

**합성함수의 안쪽 함수가 만드는 치역 위에서 바깥 함수를 살펴요.**

$f(x)=(x+1)^2+k-1$의 치역은 $[k-1,\infty)$예요. $g'(t)=6(t-1)(t-2)$이므로 $t=2$에서 극솟값 2를 가져요.
$g(t)-2=(t-2)^2(2t-1)$이므로 구간 $[k-1,\infty)$에서 최솟값이 2가 되려면 $1/2\le k-1\le 2$여야 해요.
따라서 k의 최솟값은 3/2예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 지수로그함수와 도형

**대각선 BC로 사각형을 나누면 넓이 계산이 쉬워져요.**

$B=(k,b)$라 하면 기울기 $-1$과 $BC=2\sqrt{2}$에서 $C=(k-2,b+2)$, $A=(k,b+8)$이에요. 지수함수 식으로 $2^{k-3}+1=b+2$, $2^{k-1}+1=b+8$을 얻어요.
두 식에서 $2^{k-3}=2$이므로 $k=4$, $b=1$이에요. $\log_2(4-a)=1$에서 $a=2$이므로 $D=(3,0)$, $C=(2,3)$, $A=(4,9)$, $B=(4,1)$이에요.
삼각형 ABC의 넓이는 8이고 삼각형 CBD의 넓이는 2이므로 사각형 ACDB의 넓이는 10이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 연속함수와 다항식

**분모가 불연속인 점에서도 몫의 연속 조건을 확인해요.**

분모가 0인 $x=1,a$에서 연속이려면 $g(1)=g(a)=0$이에요. $x=2$에서 분모의 좌우극한 $-1$과 $2a-4$가 다르므로 $g(2)=0$이어야 해요. 따라서 $g(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$예요.
약분하면 $h(1)=(1-a)/2$이고 $h(a)=-(a-1)(a-2)/a$예요. 두 값이 같고 $a>2$이므로 $1/2=(a-2)/a$에서 $a=4$예요.
$h(1)=-3/2$, $h(3)=-(3-1)(3-2)/3=-2/3$이므로 합은 $-13/6$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 등차수열의 합과 절댓값

**절댓값이 같으면 두 값이 같거나 부호만 반대예요.**

첫째항을 $a>0$, 공차를 d라 하면 $S_3=3a+3d$, $S_6=6a+15d$예요. $S_3=S_6$이면 $a=-4d$이고 $d<0$이에요. $|S_3|=|S_{11}|-3$에서 $-9d=-11d-3$이므로 $d=-3/2$, $a=6$이에요.
$S_3=-S_6$이면 $a=-2d$이고 $d<0$이에요. 이때 $-3d=-33d-3$이므로 $d=-1/10$, $a=1/5$이에요.
가능한 첫째항의 합은 $6+1/5=31/5$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 삼차방정식의 실근

**절댓값 방정식은 먼저 우변이 음수가 아닌 범위를 제한해요.**

ㄱ: $k=0$에서 $f+g=x^3+2x^2+4$의 극대·극솟값이 모두 양수이므로 실근은 하나예요. 참이에요.
ㄴ: $f-g=x^3-2x^2-kx+8$의 중근을 $r$라 하면 $k=3r^2-4r$이고 $r^3-r^2-4=(r-2)(r^2+r+2)=0$이에요. 따라서 $r=2$, $k=4$ 하나뿐이에요. 참이에요.
ㄷ: $|f|=g$의 해는 $|x|\geq 1$에서 $f-g=0$ 또는 $f+g=0$인 점이에요. $k<4$이면 두 식에서 합해 최대 2개, $k=4$이면 최대 3개, $4<k<7$이면 최대 4개예요. $k=7$에서는 $f+g=(x-1)^2(x+4)$이고 $x=1$이 두 식의 공통근이므로 모두 4개예요.
$k>7$에서는 두 삼차식이 각각 $(0,1)$에 한 근을 가져 그 근이 제외되고, 나머지는 식마다 2개씩이므로 최대 4개예요. 5개는 불가능해 ㄷ은 거짓이에요. 따라서 ㄱ, ㄴ을 골라요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 원에 내접하는 사각형

**원주각으로 얻은 닮음에서 대응하는 변을 정확히 맞춰요.**

삼각형 ABD에서 $BD^2=2^2+3^2-2\times 2\times 3\cos(\pi/3)=7$이에요. $\angle BCD=2\pi/3$이고 $BC=2$이므로 $7=4+CD^2+2CD$에서 $CD=1$이에요. 따라서 $p=1$이에요.
닮음비 $AB:CD=2:1$이므로 $EA=2EC$, $EB=2ED$예요. $ED=q$로 놓으면 $EA=q+3$, $EC=(q+3)/2$, $EB=EC+2=2q$이므로 $q=7/3$이에요.
삼각형 ECD의 사인법칙에서 $r=\sin\theta=CD\sin(2\pi/3)/ED=3\sqrt{3}/14$예요. 따라서 $(p+q)r=(1+7/3)\times 3\sqrt{3}/14=5\sqrt{3}/7$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 성질

**로그의 차이는 진수의 나눗셈으로 합쳐요.**

밑변환으로 첫 항은 $\log_2 72$예요. 두 번째 항은 $\log_2((\sqrt{6}/2)^4)=\log_2(9/4)$이에요.
따라서 전체는 $\log_2(72\div(9/4))=\log_2 32=5$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 절댓값과 정적분

**절댓값 안이 0인 곳에서 먼저 적분을 나눠요.**

$x<0$에서는 $|x|=-x$이므로 $-3$부터 $-2$까지의 적분이 서로 없어져요. 남은 것은 $\int$(−2부터 0까지)$(2x^3-6x)dx+\int$(0부터 2까지)$(2x^3+6x)dx$예요.
홀함수 $2x^3$의 대칭 적분은 0이고 나머지 두 삼각형의 넓이 합은 $12+12=24$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 수열의 합과 부등식

**자연수의 범위를 구한 뒤 양 끝 포함 여부를 확인해요.**

양끝 등비수열의 합은 각각 31과 242이고, 가운데 홀수의 합은 $n^2$이에요.
$31<n^2<242$이므로 $n=6,7,\ldots,15$예요. 이들의 합은 $(6+15)\times 10/2=105$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 다항함수의 최솟값

**최고차항이 양수인 사차함수는 모든 극솟값을 비교해요.**

상수항을 뺀 함수의 도함수는 $12x(x-2)(x+1)$이에요. 극값 후보 $-1,0,2$에서 함숫값은 $-5,0,-32$예요.
최솟값은 $-32$이므로 전체가 항상 0 이상이려면 $k\geq 32$예요. 최솟값은 32예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 점화식의 역추적

**점화식의 가지를 정한 범위가 마지막 해와도 맞는지 확인해요.**

$a_1=a$라 하면 $a_2=a-2<0$, $a_3=4-2a>0$, $a_4=2-2a<0$, $a_5=4a-4$예요.
$a<3/2$이면 $a_6=4a-6<0$, $a_7=12-8a$예요. $a_7=-1$을 풀면 $a=13/8$이라 이 범위에 맞지 않아요.
$a\geq 3/2$이면 $a_6=4a-6\geq 0$이고 $a_7=4a-8$이에요. 따라서 $a=7/4$로 조건을 만족하고 $40a_1=70$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수로그 방정식의 접점

**로그를 지수식으로 바꾸고 $2^b$를 새 변수로 놓아요.**

대칭이동 조건에서 $b=\log_2(a+2)+k$, $a=4^{b+k}+2$예요. 첫 식을 바꾸면 $a=2^{b-k}-2$예요.
$u=2^b>0$으로 놓으면 $4^k u^2-2^{-k}u+4=0$이에요. A가 하나뿐이므로 판별식 $2^{-2k}-16\times 2^{2k}=0$에서 $k=-1$이에요.
중근은 $u=4$이므로 $b=2$, $a=4^{2-1}+2=6$이에요. 따라서 $ab=12$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 적분으로 정의된 함수

**절댓값 다항식의 미분 가능성과 수평선의 교점 수를 함께 살펴요.**

조건 (가)에 $x=2a$를 넣으면 $g(2a)=0$이에요. $x|g(x)|$를 미분하면 $(a-x)f(x)$예요. f의 연속성 때문에 0이 아닌 단순근에서는 절댓값의 꺾임이 생길 수 없어요. 따라서 2a는 중근이고, 상수항이 0인 일계수 삼차식은 $g(x)=x(x-2a)^2$예요.
미분식을 정리하면 $f(x)=4|x|(2a-x)$예요. $g(f(x))=0$은 $f(x)=0$ 또는 $f(x)=2a$예요. $f=0$의 해는 $0,2a$ 두 개이고, $f=2a$는 음수 구간에서 한 해를 가져요.
$0<x<2a$에서 f의 최댓값은 $4a^2$예요. 전체 해가 4개가 되려면 이 구간에서 $f=2a$의 해가 한 개, 즉 $4a^2=2a$여야 하므로 $a=1/2$예요.
따라서 구하는 적분은 $\int_{-1}^{1}4|x|(1-x)dx$예요. 홀함수 부분은 없어지고 $8\int_0^1 x\,dx=4$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 중복순열

**중복순열은 자리마다 가능한 수를 곱해요.**

서로 다른 3개 중에서 중복을 허용해 4개를 순서 있게 고르는 수예요.
각 자리의 선택이 3가지이므로 $3^4=81$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 같은 것이 있는 순열

**일의 자리를 먼저 정한 뒤 남은 중복 숫자를 세어요.**

홀수이려면 일의 자리는 1 또는 3이에요. 일의 자리가 1이면 나머지를 나열하는 수는 $5!/3!=20$이에요.
일의 자리가 3이면 $5!/(2!3!)=10$이므로 합은 30이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 원순열

**이웃하지 않아야 하는 사람은 먼저 앉힌 사람들 사이의 틈에 놓아요.**

A 학교 학생 5명의 원순열은 4!=24가지예요.
A 학생 사이의 다섯 틈 중 두 곳을 고르고 B 학생 2명을 배치하면 C(5,2)×2!=20가지예요. 전체는 24×20=480가지예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 최단 경로

**경유점 앞뒤의 최단 경로를 독립적으로 곱해요.**

A에서 P까지는 오른쪽 2번, 위쪽 3번이므로 C(5,2)=10가지예요.
P에서 B까지는 오른쪽 3번, 아래쪽 3번이므로 C(6,3)=20가지예요. 두 경로를 이어 10×20=200가지예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 중복조합과 상한

**용량 상한을 넘는 경우를 전체 중복조합에서 빼요.**

세 칸의 책 수를 x,y,z라 하면 x+y+z=8의 음이 아닌 정수해는 C(10,2)=45개예요.
첫 칸에 6권 이상 들어가는 해는 C(4,2)=6개이고 둘째 칸도 6개예요. 두 조건을 동시에 어기는 해는 없으므로 45−6−6=33가지예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 함수의 개수와 분배

**받는 개수가 제한된 사람을 먼저 정해요.**

B가 받는 수를 b=0,1,2로 나눠요. B의 사탕을 고르는 수는 C(5,b)이고 나머지를 A,C에게 주는 수는 $2^{5-b}$예요.
A가 하나도 받지 않는 한 경우를 빼면 합은 (32−1)+5(16−1)+10(8−1)=31+75+70=176이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 중복조합과 여사건

**비감소 조건은 순서를 자동으로 정해 주므로 값별 개수를 세어요.**

비감소 함수는 다섯 함수값의 중복조합과 같으므로 전체 C(9,4)=126개예요. 서로 다른 입력의 합이 0이 되려면 0이 두 번 이상 나오거나 −1과 1이 함께 나와야 해요.
여사건에서 0이 없으면 −1,1 중 하나가 없어야 하므로 2C(7,2)−C(6,1)=36개예요. 0이 한 번이면 나머지 네 값에 대해 2C(6,2)−C(5,1)=25개예요.
따라서 126−36−25=65개예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부 순열

**문자의 중복 형태를 나누면 각 색의 선후 조건을 간단히 적용할 수 있어요.**

같은 문자가 두 쌍이면 문자쌍 선택 C(4,2)=6가지예요. 각 문자에서 검은 원판이 먼저 오는 나열은 $4!/2^2$=6가지이므로 36가지예요.
같은 문자가 한 쌍이면 쌍의 문자 4가지, 나머지 두 문자 C(3,2)=3가지, 그 색 $2^2$가지예요. 쌍의 검정이 흰색보다 아래인 순서는 4!/2=12가지이므로 576가지예요.
문자가 모두 다르면 각 문자의 색은 $2^4$가지이고 D를 맨 아래에 고정한 나머지 순서는 3!가지예요. 따라서 96가지예요.
세 경우를 합하면 36+576+96=708가지예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

**지수 중 가장 큰 밑의 거듭제곱으로 나눠요.**

분자와 분모를 $3^n$으로 나누면 $\{2(2/3)^n+1/3\}/\{(-2/3)^n+1\}$이에요.
절댓값이 1보다 작은 등비수열은 0으로 가므로 극한은 1/3이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 수열의 극한

**최고차 n의 차수에 맞춰 식을 나눠요.**

$3a_n-5n\to2$이므로 n으로 나누면 $3a_n/n-5\to0$, 즉 $a_n/n\to5/3$이에요.
주어진 식은 $\{(2+1/n)/4\}(a_n/n)$이므로 극한은 (1/2)(5/3)=5/6이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 무리식의 극한

**무리식의 차는 유리화한 뒤 극한을 구해요.**

켤레식으로 유리화하면 극한은 $(1+a)/(2\sqrt{a})$이에요. 이를 5/4와 같게 놓고 $u=\sqrt{a}>0$이라 해요.
$2u^2-5u+2=(2u-1)(u-2)=0$이므로 a=1/4 또는 4예요. 합은 17/4예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 수열의 일반항과 극한

**부분합이 주어지면 이웃한 두 부분합의 차로 일반항을 구해요.**

$a_1=1$이고 공차가 3이므로 $a_n=3n-2$예요. 부분합 차를 쓰면 $1/b_n=n^2-(n-1)^2=2n-1$이고 n=1에도 맞아요.
따라서 $a_nb_n=(3n-2)/(2n-1)\to3/2$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 샌드위치 정리

**제곱을 완성하면 양쪽에서 같은 극한으로 조일 수 있어요.**

주어진 부등식을 정리하면 $(a_n-2n)^2<n$이에요. 따라서 $2-1/\sqrt{n}<a_n/n<2+1/\sqrt{n}$이에요.
샌드위치 정리에 따라 $a_n/n\to2$이므로 $(a_n+3n)/(2n+4)\to(2+3)/2=5/2$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 좌표수열의 극한

**이동 횟수는 홀수 번째 이동과 짝수 번째 이동을 따로 세어요.**

$A_{2n}$까지 x방향 이동은 n번, y방향 이동은 n−1번이므로 $A_{2n}=(na,(n-1)(a+1))$이에요.
거리의 n에 대한 비의 극한은 $\sqrt{(a^2+(a+1)^2)}=\sqrt{34}/2$예요. 제곱하면 $2a^2+2a+1=17/2$이에요.
$4a^2+4a-15=0$의 양의 해는 $a=3/2$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 극한함수와 교점 개수

**열린 구간의 교점과 끝점의 실제 함숫값을 따로 세어요.**

극한함수는 $|x|<1$에서 −1, $|x|>1$에서 2x이고 $f(1)=1/2$, $f(-1)=-3/2$예요.
가운데 수평선과의 교점은 $|t|>1$일 때 한 개예요. 바깥 두 직선과의 교점은 $0<t<4$이면서 $t\neq2$일 때 한 개예요. 끝점 교점은 $t=5/2$ 또는 $t=-1/2$일 때 각각 한 개예요.
따라서 교점 수가 불연속인 t는 −1,−1/2,0,1,2,5/2,4의 7개예요. 최댓값은 4이므로 $m\times a_m=28$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 극한과 도형의 넓이

**차로 주어진 두 넓이는 공통 곡선과 호의 경계를 지워 단순한 도형으로 바꿔요.**

$m=n+1$로 놓고 모든 좌표를 m으로 나누면 포물선은 $y=\sqrt{3}x^2$, $P=(1,\sqrt{3})$, $H=(1,0)$이에요. 원의 반지름은 $\sqrt{3}$이고 $OP=2$예요.
원래 넓이는 이 닮은 도형 넓이의 $m^2$배예요.
다른 접점은 $R=(-1/2,\sqrt{3}/2)$이고 $\angle HPR=\pi/3$이에요. 부채꼴 HPR의 넓이는 $\pi/2$예요. 사각형 ORPH는 두 직각삼각형으로 나뉘어 넓이가 $\sqrt{3}$이에요.
f−g의 공통 경계를 지우면 부채꼴 넓이에서 사각형 ORPH의 넓이를 빼고 포물선 아래의 넓이를 더한 값이에요. 따라서 닮은 도형에서는 $\pi/2-\sqrt{3}+\int_0^1\sqrt{3}x^2dx=\pi/2-2\sqrt{3}/3$이에요.
$m^2/n^2\to1$이므로 $k=-2\sqrt{3}/3$이고 $60k^2=80$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 포물선의 정의

**포물선에서는 초점거리와 준선거리가 같아요.**

포물선의 초점은 (2,0), 준선은 $x=-2$예요. y축까지 거리가 3이고 포물선 위에 있으므로 P의 x좌표는 3이에요.
초점까지 거리는 준선까지 거리와 같으므로 $PF=3+2=5$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 타원의 축

**축의 길이는 반지름의 두 배예요.**

y축 끝점이 (0,7)이므로 장반경은 7, 초점거리는 3이에요.
단반경 b는 $b^2=7^2-3^2=40$이므로 단축의 길이는 $2b=4\sqrt{10}$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 쌍곡선의 점근선

**쌍곡선 중심을 기준으로 점근선의 식을 세워요.**

완전제곱으로 정리하면 $(x-1)^2-(y+3)^2/4=1$이에요. 양의 기울기의 점근선은 $y+3=2(x-1)$, 즉 $y=2x-5$예요.
두 절편은 $5/2$와 $-5$이므로 삼각형 넓이는 $(1/2)\times(5/2)\times5=25/4$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 타원과 등차수열

**거리 합과 거리의 등차 조건을 먼저 연립해요.**

타원의 초점은 $(\pm4,0)$이므로 $FF'=8$이고 $PF+PF'=10$이에요. 등차수열 조건은 $2PF'=PF+8$이에요.
두 식을 풀면 $PF=4$, $PF'=6$이에요. P의 x좌표를 x라 하면 $PF'^2-PF^2=16x$이므로 $x=(36-16)/16=5/4$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 포물선과 내분점

**내분점의 좌표를 먼저 포물선 식에 넣어요.**

$P=(x,y)$, $F=(p,0)$, $H=(-p,y)$예요. $FQ:QH=1:2$에서 $Q=(p/3,y/3)$이에요.
Q가 포물선 위이므로 $y^2/9=4p^2/3$, 즉 $y=2\sqrt{3}p$예요. P도 포물선 위이므로 $x=3p$예요.
삼각형 PQF의 넓이는 좌표로 계산하면 $4\sqrt{3}p^2/3$이에요. 이를 $8\sqrt{3}/3$과 같게 놓으면 $p^2=2$, $p=\sqrt{2}$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 타원과 원의 교점

**원의 매개각을 쓰면 현의 방향각이 반각으로 나타나요.**

$c^2=a^2-b^2$로 놓으면 $F=(c,0)$, $F'=(-c,0)$, $Q=(0,c)$이에요. $P=(c\cos\phi,c\sin\phi)$로 나타내면 $F'P$의 방향각은 $\phi/2$이고 QF의 방향각은 $-\pi/4$예요.
따라서 $\cos(\pi/4+\phi/2)=3/5$이고, 제곱하면 $(1-\sin\phi)/2=9/25$예요. 제1사분면 조건에서 $\sin\phi=7/25$, $\cos\phi=24/25$예요.
$r=b^2/a^2$라 하면 타원 식에 P를 넣어 $(1-r)(576+49/r)=625$를 얻어요. 정리하면 $576r^2+98r-49=0$이고 양의 해는 $r=7/32$예요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 쌍곡선과 수직이등분선

**쌍곡선의 거리 차를 둘레의 합에 바로 대입해요.**

초점은 $(\pm6,0)$이므로 $FF'=12$예요. $F'$가 AF의 수직이등분선 위에 있어 $AF'=12$이고, 쌍곡선의 거리 차가 4이므로 $AF=8$이에요.
M은 AF의 중점이므로 $FM=4$이고 직각삼각형 $FMF'$에서 $MF'=\sqrt{(12^2-4^2)}=8\sqrt{2}$예요.
A에 가까운 교점 B는 M과 $F'$ 사이에 있고 $BF'-BF=4$예요. 따라서 $BF+BM=BF'+BM-4=MF'-4$이에요. 삼각형 BFM의 둘레는 $MF'=8\sqrt{2}$이므로 $k^2=128$이에요.

## 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 두 포물선의 교점

**준선과 초점의 대칭을 좌표에 반영하면 두 포물선 식의 합과 차가 간단해져요.**

두 초점의 중점을 원점으로 놓고 $A_1=(-p,-d/2)$, $F_1=(0,-d/2)$, $A_2=(p,d/2)$, $F_2=(0,d/2)$로 잡아요. 포물선 식은 $(y+d/2)^2=4p(x+p)$, $(y-d/2)^2=4p(p-x)$예요.
$C=(0,-d/2+2p)$이므로 $A_1C=p\sqrt{5}=5\sqrt{5}$에서 $p=5$예요. $B=(x,y)$에 대해 두 식의 차와 합으로 $dy=20x$, $y^2+d^2/4=100$을 얻어요.
포물선의 정의에서 $F_1B=10+x$, $F_2B=10-x$이므로 $2x=48/5$, $x=24/5$예요. 따라서 $dy=96$이에요. $u=d/2$라 하면 $uy=48$, $u^2+y^2=100$이므로 $\{u,y\}=\{8,6\}$이에요.
$\angle F_1F_2B<90°$에서 $y<u$이므로 $d=16$, $y=6$이에요. $S=(1/2)\times16\times(24/5)=192/5$이므로 $10S=384$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

**근호를 같은 밑으로 바꿔요.**

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이고 $4^{1/4}=\sqrt{2}$예요.
곱은 $2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

**거듭제곱 적분의 분모를 확인해요.**

부정적분은 $x^4/2+x^3$이에요.
0부터 2까지의 값은 $8+8=16$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등비수열

**양수 조건으로 제곱근과 공비의 부호를 정해요.**

등비수열 성질로 $a_2^2=a_1a_3=4$, $a_4^2=a_3a_5=64$예요. 모든 항이 양수이므로 $a_2=2$, $a_4=8$이에요.
공비 $r>0$에서 $r^2=4$이므로 $r=2$이고 $a_6=a_4r^2=32$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 좌우극한

**접근 방향에 해당하는 그래프만 따라가요.**

$x\to-1+$에서는 직선을 따라 높이 4로 가요.
$x\to2-$에서는 높이 $-2$로 가므로 합은 2예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수

**삼각함수의 곱을 먼저 간단히 해요.**

$\sin\theta=2\cos(\pi-\theta)=-2\cos\theta$이고 $\theta$는 제2사분면이에요. 따라서 $\sin\theta=2/\sqrt{5}$예요.
$\cos\theta\tan\theta=\sin\theta$이므로 값은 $2\sqrt{5}/5$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 접선과 절편

**같은 크기의 두 절편을 잇는 선분은 직각이등변삼각형의 빗변이에요.**

$f'(1)=1$이고 $f(1)=1+a$이므로 접선은 $y=x+a$예요.
절편점은 $(-a,0),(0,a)$이므로 $PQ=a\sqrt{2}=6$이에요. 따라서 $a=3\sqrt{2}$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

**대칭이면 한쪽 넓이를 구해 두 배 해요.**

영역은 $x=2$를 기준으로 대칭이에요. $0\le x\le 2$에서 위아래 차이는 $(-x^2+2x)-(x^2-4x)=-2x^2+6x$예요.
넓이는 $2\int$(0부터 2까지)$(-2x^2+6x)dx=2(-16/3+12)=40/3$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 절댓값 점화식

**음수에 들어간 뒤 반복되는 짧은 주기를 찾아요.**

첫 11항은 $20,18,\ldots,0$이고 합은 110이에요. 그다음부터 $-2,0$이 번갈아 나와요.
12항부터 30항까지 19개 중 $-2$가 10번이므로 전체 합은 $110-20=90$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 다항식의 계수 비교

**미분 연산에서 각 차수의 계수가 어떻게 변하는지 비교해요.**

단항식 $cx^n$에 연산 $xf'-3f$를 적용하면 $(n-3)cx^n$이 돼요. 일계수 조건에서 사라지는 삼차항의 계수는 1이에요.
우변과 비교하면 이차항 계수 $-2$, 일차항 계수 4, 상수항 0이므로 $f=x^3-2x^2+4x$예요. $f(1)=3$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 로그함수의 교점

**근과 계수의 관계로 중점부터 구해요.**

교점은 $(-x)(x+2a)=1$에서 $x^2+2ax+1=0$의 두 근이에요. 두 x좌표의 곱이 1이므로 y좌표 합은 $-\log_2 1=0$이에요.
중점은 $(-a,0)$이므로 $4(-a)+5=0$에서 $a=5/4$예요. 교점 x좌표는 $-2,-1/2$이고 y좌표는 $-1,1$이에요.
따라서 $AB=\sqrt{((3/2)^2+2^2)}=5/2$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 주기함수와 이차방정식

**주기 양끝과 열린 구간 경계에서 근이 포함되는지 확인해요.**

연속성과 주기 4에서 $16a+4b-24=-24$이므로 $b=-4a$예요. 한 주기의 두 근은 $r,4-r$로 대칭이에요.
$1<x<10$에서 근이 5개가 되려면 작은 근 r가 $1<r<2$여야 해요. 따라서 $r(4-r)$가 3과 4 사이이고 $a=-24/\{r(4-r)\}$는 $-8$과 $-6$ 사이의 정수예요.
$a=-7$, $b=28$이므로 $a+b=21$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 삼각함수의 절댓값

**절댓값의 안을 2와 −2로 나눠 각각 풀어요.**

$t=ax$라 하면 $|4\sin(t-\pi/3)+2|=2$는 $\sin(t-\pi/3)=0$ 또는 $-1$이에요. $0\le t<4\pi$에서 해는 $\pi/3, 4\pi/3, 7\pi/3, 10\pi/3, 11\pi/6, 23\pi/6$의 6개예요.
$t$값 합은 $13\pi$이므로 $x$값 합 $13\pi/a=39$에서 $a=\pi/3$이에요. 따라서 $na=6\times\pi/3=2\pi$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 사인코사인법칙

**같은 외접원을 쓰는 두 삼각형의 사인법칙을 연결해요.**

코사인법칙에서 $p=\cos\angle ABC=(4+27-13)/(12\sqrt{3})=\sqrt{3}/2$예요. $\sin\angle ABD=1/2$이므로 외접반지름 $q=AD/(2\sin\angle ABD)=2$예요.
$AB=AD=2$에서 $BD=2\sqrt{3}$이고 $CD=\sqrt{3}$이에요. $\sin\angle ACD=AB\sin\angle ABC/AC=1/\sqrt{13}$이므로 $\sin\angle CAD=\sqrt{3}/(2\sqrt{13})$이에요.
A,B,D,E가 같은 원 위에 있어 $r=DE=2q\sin\angle DAE=2\sqrt{3}/\sqrt{13}$이에요. 따라서 $pqr=6\sqrt{13}/13$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 적분함수와 실근 개수

**적분이 0이라는 조건은 원시함수의 같은 높이를 찾는 문제예요.**

원시함수를 F라 하면 $g(t)$는 수평선 $y=F(t)$와 사차함수 F의 교점 수예요. ㄱ에서 $F=x^4/4-x^3/3$은 $x=1$에서 유일한 최솟값을 가지므로 $g(1)=1$이에요. 참이에요.
ㄴ에서 f가 서로 다른 세 실근을 가지면 F는 두 극소점과 한 극대점을 가져요. 극대값 높이의 수평선은 가운데 접점과 양쪽 바깥 교점, 모두 3개를 가지므로 참이에요.
ㄷ의 반례로 $F=x^2(x-3)^2/4$를 택해요. 이때 해당 극한과 $g(b)$의 합이 6인 b는 같은 최소높이를 갖는 0,3뿐이에요. 그러나 $f=F'=x(x-3)(x-3/2)$에서 $f(4)=10$이에요.
따라서 ㄷ은 거짓이고 ㄱ,ㄴ을 골라요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 이차수열과 정수 조건

**첫째항은 부분합 공식의 n=0을 자동 대입하지 말고 따로 구해요.**

$S_i=S_j$이고 $i\ne j$이면 $p(i+j)=36$이에요. 서로 다른 양의 정수의 합은 3 이상이므로 $p=1,2,3,4$는 모두 충돌이 있고 $p=5$는 $36/5$가 정수가 아니라 충돌이 없어요. 따라서 $p_1=5$예요.
이때 $a_1=q-31$이고 $k\ge2$에서 $a_k=10k-41$이에요. 조건을 만족하는 k가 있으려면 $q-31>0$이에요. $k\ge2$에서 $|a_k|$의 작은 값 순서는 1,9,11,19,21,...이에요.
정확히 3개이려면 $11<q-31\le19$이므로 $q=43,\ldots,50$이에요. 합은 $(43+50)\times8/2=372$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 성질

**밑이 1보다 작을 때 밑변환의 음수 부호를 확인해요.**

$\log_{1/4}9=-(1/2)\log_2 9=-\log_2 3$이에요.
따라서 전체는 $\log_2(96/3)=\log_2 32=5$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 삼차함수의 극값

**극소점 조건으로 계수를 정한 뒤 다른 임계점을 구해요.**

$f'(3)=27-18+a=0$에서 $a=-9$예요. 도함수는 $3(x-3)(x+1)$이므로 극대점은 $x=-1$이에요.
$f(-1)=-1-3+9+10=15$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 수열의 합

**합의 첨자를 실제 항 범위로 바꿔 공통항을 없애요.**

첫 합은 $2^2$부터 $7^2$까지, 둘째 합은 $0^2$부터 $4^2$까지예요.
공통항을 지우면 $5^2+6^2+7^2-1^2=25+36+49-1=109$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 가속도와 이동거리

**가속도의 영점과 속도의 부호는 따로 확인해요.**

가속도는 $12t^2-48$이므로 양의 영점은 $k=2$예요. 이 구간에서 $v(t)=4t(t^2-12)\le 0$이에요.
거리는 $-\int$ (0부터 2까지)$(4t^3-48t)dt=-(16-96)=80$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 절댓값 극한과 부등식

**절댓값을 x로 나눈 양쪽 극한은 일차항이 남으면 부호가 달라져요.**

양쪽 극한이 존재하려면 $f(0)=1$이고 $f'(0)=0$이어야 해요. 따라서 $f=x^3+bx^2+1$이에요.
부등식을 정리하면 $x^2(x^2+bx+4)\ge 0$이 모든 실수에서 성립해요. 이차식이 항상 0 이상이어야 하므로 판별식 $b^2-16\le 0$, 즉 $-4\le b\le 4$예요.
$f(5)=126+25b$는 $b=4$에서 최대이므로 최댓값은 226이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수함수와 직각삼각형

**직각삼각형의 길이비로 교점 좌표를 같은 변수 t로 묶어요.**

$A=(-t,\sqrt{3}t)$라 하면 $OA=2t$예요. 직각삼각형 OAB와 주어진 비에서 $AB=8t/\sqrt{3}$이에요. AB의 방향각은 $\pi/6$이므로 $B=(3t,7t/\sqrt{3})$이에요.
$z=a^t>1$이라 하면 A에서 $z^2-1=\sqrt{3}t$, B에서 $z^3-1=7t/\sqrt{3}$이에요. 따라서 $3z^3-7z^2+4=(z-1)(3z^2-4z-4)=0$이에요.
$z>1$에서 $z=2$이므로 $t=\sqrt{3}$이고 $AB=8$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 구간 최솟값과 사차함수

**구간의 최솟값 차가 일정한 곳은 양쪽 극소점의 높이를 반영해요.**

g는 왼쪽 구간 최솟값에서 오른쪽 구간 최솟값을 뺀 값이므로 감소해요. $g=k>0$의 구간이 $[0,2]$라는 것은 $x=0$의 왼쪽 극솟값 L을 $x=2$에서 다시 만나며, 오른쪽의 더 낮은 극솟값 R이 따로 있다는 뜻이에요.
$g(4)=0$에서 오른쪽 전역 극소점은 $x=4$예요. 따라서 $f-L=x^2(x-2)(x-r)$이고 $f'(4)=0$에서 $r=5$예요.
$f(4)-L=-32$이므로 $k=L-R=32$예요. 또 $f(-1)-L=18$이고 $x\le 0$에서 왼쪽 최소는 $f(x)$이므로 $g(-1)=f(-1)-R=50$이에요.
따라서 $k+g(-1)=82$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 표본평균의 표준편차

**표본 크기는 분산에는 n, 표준편차에는 √n으로 들어가요.**

크기 n인 표본평균의 표준편차는 모집단 표준편차를 √n으로 나눈 값이에요.
따라서 σ(X)=12/√36=2예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

**다항식의 최고차수도 확인하면 불가능한 항을 빠르게 제외해요.**

$x^6$항은 $x^2$와 $(x-2)^5$의 $x^4$항을 곱할 때만 나와요.
계수는 C(5,4)(−2)=−10이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 이산확률변수의 분산

**상수를 곱하면 분산에는 그 제곱이 곱해져요.**

E(X)=−3/2+a/4=−1에서 a=2예요. $E(X^2)$=9/2+4/4=11/2예요.
V(X)=11/2−1=9/2이므로 $V(aX)=a^2V(X)$=4×9/2=18이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 곱 조건의 정수해

**소인수 분배를 값의 중복 형태로 나눠요.**

네 자연수의 곱이 8이면 값의 묶음은 (8,1,1,1),(4,2,1,1),(2,2,2,1)이에요. 첫 묶음은 합이 11이라 제외돼요.
나머지 두 묶음의 순열 수는 4!/2!=12와 4!/3!=4이므로 합은 16이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 조합과 확률

**큰 두 수를 먼저 고른 뒤 그보다 작은 홀수의 조합을 세어요.**

$a_1a_2$가 홀수이려면 $a_1$,$a_2$가 모두 홀수예요. ($a_3$,$a_4$)는 (6,10),(7,9),(7,10),(8,9),(8,10),(9,10)이에요.
각 경우 작은 두 홀수를 고르는 수는 3,3,3,6,6,6으로 총 27가지예요.
전체 C(10,4)=210가지이므로 확률은 27/210=9/70이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 정규분포의 대칭

**이동한 정규밀도는 평균만 이동하고 표준편차는 같아요.**

g(x)=f(x+6)이므로 Y의 평균은 X의 평균보다 6 작고 표준편차는 같아요. 조건 (가)의 대칭에서 두 평균 합은 34이므로 E(X)=20, E(Y)=14예요.
조건 (나)에서 k는 두 평균의 중점 17이에요. 두 꼬리 확률이 같고 합이 0.1336이므로 각 확률은 0.0668이에요.
표준정규표에서 0.5−0.4332=0.0668이므로 (20−17)/σ=1.5, σ=2예요. 따라서 E(X)+σ(Y)=22예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 비감소 함수의 개수

**첫 값의 범위를 제한한 뒤 남은 조건의 위반 경우만 빼요.**

비감소 네 함수값의 전체 중복조합은 C(9,4)=126개예요. f(1)≥4인 경우는 4,5,6 중 고르는 중복조합 C(6,4)=15개이므로 111개가 남아요.
조건 (다)를 어기는 것은 f(1)=1, f(3)=f(4)=6인 경우뿐이에요. 이때 f(2)는 1부터 6까지 6가지예요.
따라서 111−6=105개예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부확률과 공의 이동

**최종 사건을 만족하려면 몇 개의 흰 공을 전부 되돌려야 하는지부터 세어요.**

B에 흰 공이 남지 않는 사건을 E라 해요. 앞면에서 흰 공 2개를 옮긴 경우 E와의 교집합 확률은 (1/2)(1/2)(1/6)=1/24이에요. 흰 공 1개와 검은 공 1개를 옮긴 경우에는 (1/2)(1/2)(1/3)=1/12이에요.
뒷면에서 흰 공 3개를 옮기면 B의 흰 공이 6개라 다섯 개 추출로 모두 없앨 수 없어요. 흰 공 2개와 검은 공 1개를 옮긴 경우 교집합 확률은 (1/2)(3/4)(1/21)=1/56이에요.
따라서 P(E)=1/24+1/12+1/56=1/7이에요. 흰 공을 2개 옮긴 교집합은 1/24+1/56=5/84이므로 조건부확률은 5/12예요.
p+q=12+5=17이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

**일반항을 먼저 구한 뒤 n으로 나눠요.**

등차수열 일반항은 $a_n$=2n−1이에요.
(2n−1)/(3n+1)에서 최고차항의 비를 취하면 극한은 2/3이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 로그함수와 미분계수

**기본 로그 극한으로 분모를 x와 연결해요.**

분모 ln(1+3x)는 x→0에서 3x와 같은 비로 0에 가까워져요.
주어진 극한은 f′(0)/3=2이므로 f′(0)=6이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 미분

**매개변수 기울기는 두 도함수의 비로 구해요.**

접선 기울기는 (cos t−3sin t)/(cos t+sin t)=3이에요. 따라서 cos t=−3sin t예요.
0<t<π에서 sin t=1/√10, cos t=−3/√10이에요. 좌표 합은 2sin t+2cos t=−4/√10=−2√10/5예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 정적분의 구분구적법

**1/n과 k/n을 분리해 적분의 구간과 함수를 읽어요.**

합은 (1/n)Σ{(k/n)/$(2-k/n)^2$}이므로 극한은 ∫(0부터 1까지)x/$(2-x)^2$dx예요.
u=2−x로 치환하면 ∫(1부터 2까지)(2/$u^2$−1/u)du=1−ln2예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 원호 반복도형

**두 부채꼴의 각도 항이 합에서 지워지는지 확인해요.**

대각선이 밑변과 이루는 각을 δ라 하면 대각선 길이가 5이므로 cosδ=2√6/5, sinδ=1/5예요. $B_1B_2=D_1D_2=1$이고 $G_1$,$H_1$은 각각 중점이에요.
왼쪽 색칠 넓이는 부채꼴 $B_1A_1B_2$에서 삼각형 $B_1A_1G_1$을 뺀 값으로 π/4−δ/2−cosδ/4예요. 오른쪽 색칠 넓이는 부채꼴 $D_1F_1D_2$에서 삼각형 $D_1F_1H_1$을 뺀 δ/2−sinδ/4예요.
첫 합은 π/4−(2√6+1)/20이에요. 다음 직사각형의 대각선은 $B_2D_2=3$이므로 길이비 3/5, 넓이비 9/25예요.
급수의 합은 {π/4−(2√6+1)/20}/(1−9/25)=(25π−10√6−5)/64예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 함수의 연장과 변곡점

**변곡점은 구간 내부와 이어 붙인 경계를 모두 세어요.**

각 π구간에서 f는 앞 구간 끝값에 ±(1−cos t)를 더한 모양이에요. 각 구간 내부에는 변곡점이 하나씩 있어 모두 4개예요.
이웃 구간의 부호가 같으면 경계 nπ에서 두 이계도함수의 부호가 바뀌어 변곡점이 하나 더 생겨요. 총 6개이려면 세 경계 중 두 곳에서 부호가 같고 한 곳에서 달라야 해요.
첫 구간 부호가 +이므로 가능한 부호열은 +++−, ++−−, +−−−예요. 각 구간 양 끝 높이의 평균을 적분하면 절댓값 적분은 각각 14π,8π,6π예요.
따라서 최솟값은 6π예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 원호 넓이의 극한

**넓이를 θ로 한 번 나눈 뒤 좌표의 기본 극한을 적용해요.**

O=(0,0), B=(1,0)으로 놓으면 R=(−cos2θ,sin2θ), S=(1/2,tanθ/2)이에요. T의 x좌표는 tanθ/(tanθ+tan2θ), y좌표는 그 값에 tan2θ를 곱한 값이에요.
f는 중심각 2θ인 부채꼴 AOR와 삼각형 OTR의 합이므로 $f=\theta+(T_xR_y-T_yR_x)/2$예요. g는 중심각 θ인 부채꼴 OPQ에서 삼각형 OST를 뺀 값이므로 $g=\theta/2-(S_xT_y-S_yT_x)/2$예요.
θ→0에서 $T_x\to1/3$, $T_y/\theta\to2/3$, $R_x\to-1$, $R_y/\theta\to2$, $S_y/\theta\to1/2$예요. 따라서 f/θ→5/3, g/θ→5/12예요.
비의 극한 a=1/4이므로 80a=20이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 적분 항등식과 로그 적분

**양의 적분함수는 적분값이 같으면 위끝도 같다는 성질을 써요.**

적분 항등식을 x로 미분하면 g(3a+x)=g(3a−x)이므로 g의 대칭축은 3a예요. x=0을 대입하고 이 대칭을 쓰면 ∫(3a부터 4a까지)g=∫(3a부터 2a+2까지)g예요.
g>0이므로 적분함수는 엄격히 증가해 4a=2a+2, a=1이에요. 로그 안의 일계수 이차식은 $(x-3)^2+d$이고 g(4)=ln5에서 d=4예요.
$f+f'+1=x^2-6x+13$이므로 $f=x^2-8x+20$이고 f′+2a=2x−6이에요. $u=(x-3)^2+4$로 치환하면 적분은 ∫(4부터 8까지)lnu du예요.
값은 [u lnu−u](4부터 8까지)=16ln2−4이므로 m+n=12예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 공간좌표의 중점

**xy평면은 z좌표가 0인 점들의 집합이에요.**

중점이 xy평면 위에 있으므로 중점의 z좌표는 0이에요.
$(-2+a)/2=0$에서 $a=2$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 타원의 접선

**대칭인 두 평행 접선은 절편도 서로 부호만 반대예요.**

기울기 2인 접선을 $y=2x+c$라 하면 접선 조건은 $c^2=16\times2^2+8=72$예요.
y절편은 $\pm6\sqrt{2}$이므로 $AB=12\sqrt{2}$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터 내적

**같은 길이의 제곱을 빼 내적을 구해요.**

AB벡터=u, AC벡터=v라 하면 $|u|=2$이고 $CD=-u$에서 $BD=v-2u$예요. $BA-BC=-v$이므로 $|v|=6$, $|v-2u|=6$이에요.
제곱을 전개하면 $36+16-4u\cdot v=36$이므로 $u\cdot v=4$예요. $AD=v-u$의 크기 제곱은 $36+4-8=32$예요.
따라서 $|AD|=4\sqrt{2}$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 공간삼각형의 넓이

**정사영의 좌표와 높이를 분리해 직각삼각형 넓이를 구해요.**

$C=(0,0,0)$, $B=(3,0,0)$, $D=(0,3,0)$으로 놓으면 $H=(2,1,0)$, $A=(2,1,z)$예요.
삼각형 ABC 넓이가 6이므로 $(1/2)\times3\times\sqrt{(1+z^2)}=6$에서 $z^2=15$예요.
$AH=\sqrt{15}$, $HC=\sqrt{5}$이고 서로 수직이므로 삼각형 AHC의 넓이는 $\sqrt{75}/2=5\sqrt{3}/2$예요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 포물선의 정의

**초점거리와 준선거리를 같게 놓으면 좌표 한 개가 바로 정해져요.**

첫 포물선의 초점은 $(0,0)$, 준선은 $y=-4$예요. 따라서 $PH=PF=y+4$예요.
두 거리 합이 40이므로 $y=16$이에요. $x^2=8(16+2)=144$이고 제1사분면에서 $x=12$예요.
$y^2=4px$에 대입하면 $256=48p$이므로 $p=16/3$이에요.

## 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 내적의 최댓값과 최솟값

**원을 움직이는 벡터의 내적 범위는 두 길이의 곱으로 정해져요.**

$O=(0,0)$, $A=(4,0)$, $B=(-2,2\sqrt{3})$로 놓으면 $OC=(6,2\sqrt{3})$이에요. 이 벡터의 길이는 $4\sqrt{3}$, 방향각은 $\pi/6$이에요.
$OP\cdot PQ=OP\cdot OC-16+OP\cdot CQ$예요. Q가 반지름 1인 원 위에 있으므로 마지막 항의 최댓값과 최솟값은 $\pm4$예요.
P의 방향각은 0부터 $2\pi/3$까지예요. $OP\cdot OC$는 $16\sqrt{3}\cos(\phi-\pi/6)$이므로 최대 $16\sqrt{3}$, 최소 0이에요.
따라서 $M=16\sqrt{3}-12$, $m=-20$이고 $M+m=16\sqrt{3}-32$예요.

### 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 포물선과 타원의 꼭짓점

**초점 사이를 지나지 않는 선분 위의 꼭짓점은 단축 끝점인지 확인해요.**

포물선의 정의에서 $PF_1=x+4$이고 $PF_2=x+10$이에요. 거리 제곱을 비교하면 $(x+6)^2+16x=(x+10)^2$에서 $x=8$, $y=8\sqrt{2}$예요.
접선은 $8\sqrt{2}y=8(x+8)$이므로 $F_3=(-8,0)$이에요. 타원 중심은 $(-2,0)$, 초점거리 $c=6$이에요.
선분 $PF_3$ 위의 타원 꼭짓점은 단축 끝점이에요. 중심의 수직선 $x=-2$와 이 선분의 교점 높이는 $3\sqrt{2}$이므로 $b^2=18$이에요.
$a^2=b^2+c^2=18+36=54$예요.

### 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 공간도형의 두 정사영

**정사영 넓이는 삼각형의 면적벡터를 목표 평면의 단위법선에 내적해 구할 수 있어요.**

$D=(0,0,0)$, $E=(4,0,0)$, $F=(2,2\sqrt{3},0)$, $G=(0,0,4)$, $C=(2,2\sqrt{3},4+2\sqrt{3})$로 놓아요. 평면 ADEB는 $y=0$이에요. C,G의 정사영을 한 변으로 하는 정삼각형의 세 번째 점은 $(4,0,4)$ 또는 $(-2,0,4+2\sqrt{3})$이에요.
두 번째 후보를 밑면에 투영하면 DEF와의 공통 넓이가 $2\sqrt{3}$보다 작아 조건을 만족하지 못해요. 첫 번째 후보에서 $H=(4,y,4)$이고, 공통 넓이가 DEF 넓이의 절반이려면 DH의 밑면 투영이 EF의 중점을 지나야 해요. 따라서 $y=4\sqrt{3}/3$이에요.
CG벡터$=(2,2\sqrt{3},2\sqrt{3})$, GH벡터$=(4,4\sqrt{3}/3,0)$이므로 면적벡터는 외적의 절반인 $(-4,4\sqrt{3},-8\sqrt{3}/3)$이에요.
평면 ADFC의 단위법선은 $(\sqrt{3}/2,-1/2,0)$이에요. 정사영 넓이는 두 벡터 내적의 절댓값 $4\sqrt{3}$이므로 $S^2=48$이에요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

**같은 밑의 나눗셈에서는 지수를 빼요.**

$\sqrt[3]{8}=2$이고 지수법칙에서 $2^{\sqrt{2}}/2^{1+\sqrt{2}}=1/2$예요.
두 값을 곱하면 1이에요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 다항함수의 미분

**상수항은 미분하면 없어져요.**

$f'(x)=6x^2-2x$예요.
$f'(1)=6-2=4$예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등비수열

**알고 있는 항 $a_5$를 기준으로 나머지를 나타내요.**

공비 r에 대해 $a_6=4r$, $a_7=4r^2$이므로 $4r^2=16r-16$이에요.
$(r-2)^2=0$에서 $r=2$이고 $a_8=4\times2^3=32$예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 적분 항등식

**정적분의 아래끝을 먼저 대입하면 상수를 정할 수 있어요.**

$x=1$에서 좌변이 0이므로 $1-a+1=0$, $a=2$예요.
등식을 미분하면 $f(x)=3x^2-2$이므로 $f(2)=10$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수의 부호

**합각의 부호 조건을 원래 각의 사분면으로 옮겨요.**

$\cos\theta=-1/3$이고 $\sin\theta<0$이므로 $\sin\theta=-2\sqrt{2}/3$이에요.
$\tan\theta=\sin\theta/\cos\theta=2\sqrt{2}$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 조각함수의 연속

**제곱한 함수의 연속은 원래 두 값이 반대여도 가능해요.**

$x=2$에서 오른쪽 함수값은 $-1$이고 왼쪽 극한은 $5-2a$예요. 제곱 함수가 연속이려면 $(5-2a)^2=1$이에요.
$a=2$ 또는 $3$이므로 합은 $5$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

**절댓값 안의 부호를 적분 구간에서 먼저 정해요.**

$0\le x\le 2$에서 $x^2-2x\le 0$이므로 그래프는 $-x^2+2x+1$이에요.
넓이는 $\int$(0부터 2까지)$(-x^2+2x+1)dx=-8/3+4+2=10/3$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 내분점과 로그함수

**내분비가 2:1이면 가까운 쪽 점의 가중치가 더 커요.**

2:1 내분점은 $(m+2,m-1)$이에요. 곡선 식에 넣으면 $m-1=\log_4(m+10)+m-3$이에요.
$\log_4(m+10)=2$이므로 $m+10=16$, $m=6$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 절댓값 삼차함수의 극값

**절댓값의 영점은 극소점이고 원래 음수 극소점은 뒤집혀 극대점이 돼요.**

안쪽 삼차함수의 임계점은 0과 2예요. 절댓값 함수가 두 곳에서 극대이려면 원래 극댓값 $p$가 양수이고 극솟값 $p-4$가 음수여야 해요.
두 극댓값은 $p$와 $4-p$이므로 같게 놓으면 $p=2$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 등차수열

**중앙항 기준으로 좌우 두 항을 대칭으로 나타내요.**

처음 아홉 항의 합은 $9a_5=27$이므로 $a_5=3$이에요. 공차 $d>0$에서 $|a_4|+|a_6|=|3-d|+|3+d|=8$이에요.
$d\le 3$이면 합이 6이라 불가능하고 $d>3$이면 $2d=8$에서 $d=4$예요. $a_{10}=3+5\times 4=23$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각형의 사인법칙

**큰 삼각형과 안쪽 삼각형에 사인법칙을 차례로 적용해요.**

사인법칙에서 $\sin\angle C=AB\sin60°/BC=\sqrt{2}/2$이에요. $\angle A=60°$이므로 $\angle C=45°$, $\angle B=75°$예요. 따라서 $AC=4\sin75°=\sqrt{6}+\sqrt{2}$예요.
삼각형 BPC에서 $\angle P=135°$이므로 $CP=BC\sin30°/\sin135°=\sqrt{6}$이에요. $\angle ACP=45°-15°=30°$예요.
삼각형 APC의 넓이는 $(1/2)(\sqrt{6}+\sqrt{2})\sqrt{6}\sin30°=(3+\sqrt{3})/2$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 이차방정식과 거리

**근의 차의 제곱은 이차방정식의 판별식과 연결돼요.**

직선을 $y=x+c$라 하면 교점 x좌표의 차는 $\sqrt{(1+4c)}$이에요. 기울기가 1이므로 $AB=\sqrt{2}\sqrt{(1+4c)}=2t$예요.
따라서 $c=g(t)=t^2/2-1/4$이고 $g(t)/t^2\to1/2$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 삼각방정식의 해의 합

**삼각방정식은 각 근값의 부호와 경계 여부에 따라 해의 합이 달라져요.**

$\sin^2(a\pi)=1$과 $0\le a\le2$에서 $a=1/2$ 또는 $3/2$예요. f의 실근 u에 대해 $\sin x=u$의 해의 합은 $0<u<1$이면 $\pi$, $u=1$이면 $\pi/2$, $-1<u<0$이면 $3\pi$, $u=-1$이면 $3\pi/2$예요.
전체 합이 $5\pi/2$가 되려면 두 근이 $-1$과 양의 1 미만인 수여야 해요. 두 근의 합이 $-a$이므로 다른 근은 $1-a$예요.
따라서 $a=1/2$, 다른 근 $1/2$, $b=-1/2$이에요. $f(2)=4+1-1/2=9/2$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 조각함수의 미분 가능성

**연속식에 미분식을 대입하면 매개변수 관계가 단순해져요.**

$x=k$에서 연속·미분 조건은 $ak=-k^2+4bk-3b^2$, $a=-2k+4b$예요. 정리하면 $k^2=3b^2$이므로 $k=\sqrt{3}b$, $a=(4-2\sqrt{3})b$예요.
ㄱ은 미분계수 일치에서 $f'(k)=a=1$로 참이에요. ㄴ은 $k=3$에서 $b=\sqrt{3}$, $a=-6+4\sqrt{3}$이므로 참이에요.
ㄷ에서 $f(k)=f'(k)$는 $ak=a$이고 $a>0$이므로 $k=1$이에요. $b=1/\sqrt{3}$이고 영역의 오른쪽 끝은 $3b=\sqrt{3}$이에요.
넓이는 $a/2+\int$ (1부터 $\sqrt{3}$까지)$(-x^2+4x/\sqrt{3}-1)dx=(2/\sqrt{3}-1)+(4/3-2/\sqrt{3})=1/3$이에요. 따라서 세 문장이 모두 참이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 홀짝 점화식의 역추적

**짝수인 다음 항은 반드시 두 이전 항 합의 절반이에요.**

마지막 값 34가 짝수이므로 $a_4+a_5=68$이에요. 이전 단계의 합은 다음 항 c가 홀수이면 c 또는 2c, c가 짝수이면 2c만 가능해요.
이 규칙으로 $a_3$,$a_2$를 거꾸로 구하고 $a_1=1$을 확인하면 가능한 수열 앞 여섯 항은 (1,19,10,29,39,34), (1,49,25,37,31,34)예요.
두 수열은 각 단계의 홀짝 규칙도 모두 맞아요. 따라서 가능한 $a_2$의 합은 19+49=68이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 밑변환

**로그 역수는 밑과 진수를 바꿔요.**

$1/\log_6 2=\log_2 6$이에요.
따라서 값은 $\log_2 96-\log_2 6=\log_2 16=4$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 곡선의 접선

**접선은 기울기와 접점의 함숫값을 모두 공유해요.**

곡선의 도함수 $8x^3-4$가 접선 기울기 4와 같으므로 $x=1$이에요.
직선의 y값은 9이고 곡선의 값은 $k-2$이므로 $k=11$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 근과 계수와 시그마

**근을 직접 구하지 않고 합과 곱만 쓰면 돼요.**

두 근의 합은 $5n$, 곱은 $4n^2$이므로 $(1-\alpha_n)(1-\beta_n)=1-5n+4n^2$이에요.
합은 $7-5\times28+4\times140=427$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 상대속도와 만남

**출발 시각 t=0은 제외하고 양수 조건으로 근의 부호를 확인해요.**

두 점의 상대 위치는 $\int$(0부터 t까지)$(6s^2-24s+k)ds=t(2t^2-12t+k)$이에요. 출발 뒤 만남은 양수 t에서 이차식이 0인 경우예요.
문제에서 k는 양수예요. 따라서 실근이 생기면 두 근의 곱 $k/2$와 합 6이 모두 양수여서 양의 근 두 개 또는 양의 중근 하나예요.
한 번만 만나려면 판별식 $144-8k=0$이어야 하므로 $k=18$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 삼차함수의 평행이동

**양쪽 이동식의 미분계수가 0이면 원함수의 두 임계점을 알 수 있어요.**

$g'(0)=0$에서 $f'(-p)=f'(p)=0$이에요. 따라서 $f'=3(x^2-p^2)$, $f=x^3-3p^2x+1$이에요.
$x\geq0$에서는 $g(x)=f(x+p)-f(p)=x^3+3px^2$이므로 $\int$(0부터 p까지)$g=5p^4/4=20$이에요. $p>0$에서 $p=2$예요.
따라서 $f(5)=125-60+1=66$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수로그함수와 넓이

**같은 길이 인수를 가진 두 식을 빼고 나눠 비를 구해요.**

$u=\log_a k$, $w=k-1$로 놓으면 $AB=w+u$, $CD=w+2u$예요. 삼각형 CAD의 높이는 w이므로 $w(w+2u)=70$이에요.
또 $(w+u)(w+2u)=85$이므로 두 식의 차에서 $u(w+2u)=15$예요. 따라서 $w/u=14/3$이고 대입하면 $w=7$, $u=3/2$예요.
$k=8$이고 $\log_a 8=3/2$에서 $a=4$예요. 따라서 $a+k=12$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 절댓값 극한과 사차함수

**분모에 절댓값이 있어 보통의 미분계수와 존재 조건이 달라져요.**

분모가 $|x-k|$이므로 $f(k)\neq t$에서는 $f'(k)=0$일 때만 극한이 존재해요. $f(k)=t$인 점에서는 항상 존재해요. 따라서 $h(t)$는 임계점과 수평선 교점의 합집합 크기예요.
주어진 불연속 높이와 4보다 큰 쪽에서 $h=5$라는 조건에 따라 f는 같은 극솟값 $-60$을 갖는 두 극소점과 극댓값 4를 가져요. 따라서 $f(x)=\{(x-c)^2-8\}^2-60$이에요.
$f(2)=4$의 후보는 $2-c=0,\pm4$이고 $f'(2)>0$이므로 $2-c=4$, $c=-2$예요. 따라서 $f(4)=(36-8)^2-60=724$예요.
$t=4$에서는 임계점 세 개와 양 바깥 교점 두 개가 있어 $h(4)=5$예요. 구하는 합은 729예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 순열과 중복순열

**중복을 허용하는 순열과 허용하지 않는 순열을 구별해요.**

${}_3P_2=3\times2=6$이고 ${}_3\Pi_2=3^2=9$예요.
합은 6+9=15예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 원순열

**원순열은 한 자리를 고정한 나머지 순열이에요.**

회전해서 같은 배치는 하나로 보므로 한 사람의 자리를 고정해요.
나머지 네 사람의 배치는 4!=24가지예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 같은 것이 있는 순열

**고정한 글자를 제외한 뒤 같은 문자의 팩토리얼로 나눠요.**

양끝에 B를 하나씩 고정하면 가운데에는 A,A,A,B,C,C가 남아요.
나열 수는 6!/(3!2!)=60가지예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 서로 다른 물건의 분배

**받는 개수가 고정된 주머니를 먼저 채워요.**

A에 넣을 공 3개를 C(6,3)=20가지로 골라요.
나머지 세 공은 각각 B,C 중 하나로 가므로 $2^3$=8가지예요. 전체는 160가지예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 자연수해의 개수

**양의 정수해는 각 변수에서 1을 먼저 빼요.**

a,b,c≥1이므로 d는 1 또는 2예요. d=1이면 a+b+c=7의 양의 정수해가 C(6,2)=15개예요.
d=2이면 a+b+c=4의 해가 C(3,2)=3개이므로 합은 18개예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 원형 분배와 상한

**고유한 특징을 가진 접시 하나를 기준으로 고정해 회전을 처리해요.**

빵은 한 접시에 2개, 나머지 접시에 1개씩 담겨요. 빵 2개를 고르는 수는 C(5,2)=10가지이고 그 접시를 원형의 기준으로 고정하면 나머지 빵 배치는 3!=6가지예요.
빵 2개인 접시에 사탕을 0개 담으면 나머지 사탕 수는 (2,2,1)의 순열 3가지예요. 그 접시에 1개 담으면 나머지는 (2,2,0) 또는 (2,1,1)의 순열 6가지예요.
따라서 전체는 10×6×(3+6)=540가지예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 같은 것이 있는 순열과 나머지

**기준값 2를 여섯 번 더한 합과의 차로 나머지를 계산해요.**

1,2,3의 개수를 a,b,c라 하면 a+b+c=6이고 숫자 합은 12+(c−a)예요. 모두 한 개 이상이므로 $|c-a|\le 3$이에요.
합이 4의 배수가 되려면 c=a여야 해요. 가능한 개수는 (1,4,1), (2,2,2)이에요.
나열 수는 6!/4!+6!/(2!2!2!)=30+90=120가지예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 비감소 함수의 조건

**끝에서 두 번째 값을 정하면 곱 제한과 앞부분 중복조합이 분리돼요.**

m=f(4)라 해요. $f(2)\ne 1$에서 $f(2)\ge 2$이므로 m=2,3,4만 가능해요. 앞의 세 값은 1부터 m까지의 중복조합 C(m+2,3)개에서 첫 두 값이 1인 m개를 빼요.
m=2이면 앞 세 값 2가지, f(5)는 2,3,4,5의 4가지라 8개예요. m=3이면 앞 세 값 7가지, f(5)는 3,4,5의 3가지라 21개예요.
m=4이면 앞 세 값 16가지이고 4f(5)<20에서 f(5)=4뿐이라 16개예요. 합은 8+21+16=45개예요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

**같은 차수의 다항식 비는 최고차항 계수의 비로 수렴해요.**

분자는 $6n^2+n-1$이에요.
분자와 분모를 $n^2$으로 나누면 극한은 6이에요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 샌드위치 정리

**양쪽 부등식을 같은 기준항으로 나눠요.**

$3^n$으로 나누면 $1-(2/3)^n<a_n/3^n<1+(2/3)^n$이므로 $a_n/3^n\to 1$이에요.
주어진 비는 $(a_n/3^n)/(3+(2/3)^n)$이므로 극한은 1/3이에요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 등차수열의 극한

**등차수열의 무한대 극한은 n의 계수로 정해져요.**

공차를 d라 해요. d=0이면 분자가 −6n 때문에 발산하므로 제외돼요.
$d\ne 0$에서 극한은 (2d−6)/d=4이므로 d=−3이에요. 구하는 차 $a_2-a_1$도 −3이에요.

### 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 수열 극한의 계산

**구하려는 조합을 이미 아는 조합으로 다시 써요.**

첫 조건에서 $n^2a_n\to 3$이고 둘째 조건에서 $n^2(a_n+b_n)\to 1/4$이에요.
$a_n+2b_n=2(a_n+b_n)-a_n$이므로 $n^2(a_n+2b_n)\to 1/2-3=-5/2$예요. 따라서 주어진 극한은 −5예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 부분합과 일반항

**부분합의 차로 비의 일반항을 구하고 등차수열을 따로 결정해요.**

$n=1$에서 $3/b_1=3$이므로 $b_1=1$이에요. $n=2$에서 $-4/b_2=2-3=-1$이므로 $b_2=4$, $b_n=3n-2$예요.
$n\geq 2$에서 $a_n/b_n=6/(n+1)-6/n=-6/\{n(n+1)\}$이에요.
따라서 $a_nb_n=-6(3n-2)^2/\{n(n+1)\}\to -54$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 로그함수와 도형의 극한

**밑이 1보다 큰지 작은지에 따라 지수항의 극한을 나눠요.**

$B_n=(a^n+1,n)$이므로 $S_n=\{a^n+a^{n+1}+2\}/2$이고 $B_nB_{n+1}=\sqrt{((a-1)^2a^{2n}+1)}$이에요.
$a>1$이면 비의 극한은 $2(a-1)/(a+1)$이에요. $3/(2a+2)$와 같게 놓으면 $a=7/4$예요.
$0<a<1$이면 비의 극한은 1이므로 $a=1/2$예요. 합은 $7/4+1/2=9/4$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 정수해와 무리식 극한

**정수해 수는 무리 경계가 어느 두 정수 사이인지로 구해요.**

두 경계근은 $2n\pm\sqrt{(4n^2+n)}$이에요. $2n<\sqrt{(4n^2+n)}<2n+1$이므로 작은 근은 $-1$과 0 사이, 큰 근은 $4n$과 $4n+1$ 사이예요.
따라서 정수해는 $0,1,\ldots,4n$의 $4n+1$개예요. $\sqrt{(na_n)}=\sqrt{(4n^2+n)}$이므로 유한한 극한을 위해 $p=2$여야 해요.
유리화하면 $\sqrt{(4n^2+n)}-2n=n/(\sqrt{(4n^2+n)}+2n)\to 1/4$이에요. 따라서 $q=1/4$, $100pq=50$이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 극한함수의 치역

**그래프 전체를 그리기보다 각 띠의 함수값 범위를 합쳐요.**

$f$는 $|x|<1$에서 $-x$, $|x|>1$에서 $x$이고 $x=\pm 1$에서는 0이에요. 각 띠 $2k-2\leq|x|<2k$에서 $g$는 $|x|<2k-1$이면 $-x$, $|x|>2k-1$이면 $x$, 경계 $|x|=2k-1$이면 0이에요.
양의 함수값을 모으면 음수 $x$의 안쪽 반띠에서 $[2k-2,2k-1)$, 양수 $x$의 바깥 반띠에서 $(2k-1,2k)$가 나와요. 짝수 경계는 다음 띠의 음수 $x$에서 포함돼요.
따라서 $0<t<10$에서 빠지는 높이는 1,3,5,7,9뿐이고 합은 25예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 타원의 축

**장축의 방향과 반지름·전체 길이를 구별해요.**

큰 분모가 16이므로 장반경은 4예요.
장축 길이는 그 두 배인 8이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 포물선의 초점과 준선

**초점과 준선은 꼭짓점에서 반대 방향으로 같은 거리예요.**

$x^2=4py$에서 $p=2$이므로 초점은 $(0,2)$, 준선은 $y=-2$예요.
둘 사이의 거리는 4예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 쌍곡선의 점근선

**점과 직선의 거리 공식에 점근선 식을 넣어요.**

주축 길이가 4이므로 a=2이고 c=3에서 $b^2=c^2-a^2=5$예요. 양의 기울기의 점근선은 $\sqrt{5}x-2y=0$이에요.
F=(3,0)에서 이 직선까지 거리는 $3\sqrt{5}/\sqrt{(5+4)}=\sqrt{5}$예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 이동한 포물선

**초점 중심 원과의 교점은 준선거리로 x좌표를 먼저 정해요.**

$(y-2)^2=4(x+2)$이므로 초점은 (−1,2), 준선은 x=−3이에요. 원과 만나는 점에서는 초점거리 2가 준선거리 x+3과 같아 x=−1이에요.

포물선 식에서 $(y-2)^2=4$이므로 y=0,4예요. 두 점 좌표의 합은 −1+0−1+4=2예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 쌍곡선의 거리 차

**서로 다른 가지에서는 어느 초점이 더 가까운지 반대로 써야 해요.**

위쪽 가지의 P에서 PF′=PF+4이고 아래쪽 가지의 Q에서 QF′=QF−4예요.
주어진 차에서 PF+4−(QF−4)=5이므로 QF−PF=3이에요. PF=(2/3)QF와 연립하면 QF=9, PF=6이에요.
따라서 합은 15예요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 두 타원의 교점

**공통 초점과 같은 장축 길이에서 다른 두 초점까지 거리가 같아져요.**

두 타원의 거리 합이 모두 6이므로 PF=PA예요. 따라서 P의 x좌표는 (c+3)/2예요. s=PF라 하면 PF′=6−s예요.
거리 제곱 차에서 36−12s=4cx=2c(c+3)이므로 s=(3−c)(c+6)/6이에요.
이등변삼각형 PFA에서 FA=3−c=2s cos∠AFP=3s/4이므로 s=4(3−c)/3이에요. 두 식을 비교하면 c=2, s=4/3이에요.
둘레는 2s+FA=8/3+1=11/3이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 포물선과 접하는 원

**원의 중심이 접점의 어느 쪽에 있는지 조건으로 방향을 정해요.**

$P=(pt^2,2pt)$, t>0으로 놓아요. FP의 기울기 조건에서 $2t/(t^2-1)=-4/3$이므로 t=1/2, P=(p/4,p)이에요.
원의 중심은 P보다 x좌표가 작으므로 P에서 FP 방향의 단위벡터 (−3/5,4/5)를 따라 3만큼 이동한 점이에요. 따라서 중심의 x좌표는 p/4−9/5예요.
준선 x=−p에 반지름 3인 원이 접하므로 중심 x좌표는 3−p예요. p/4−9/5=3−p에서 p=96/25이므로 25p=96이에요.

## 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 타원과 쌍곡선의 초점삼각형

**두 초점 사이 대칭축으로 Q와 R의 거리를 같게 놓아요.**

AF=d라 놓으면 BFP가 정삼각형이므로 FP=2d, AB=$\sqrt{3}$d예요. 타원 위의 A에서 AF′=2d이므로 타원 장축 길이는 3d예요.
쌍곡선의 초점이 A,B이고 F가 그 위에 있어 거리 차는 BF−AF=d예요. 대칭으로 BQ=BR=t이며 ∠QBR=60°이므로 BQR도 정삼각형이에요.
왼쪽 가지에서 AQ=t+d예요. 삼각형 ABQ의 코사인법칙으로 $(t+d)^2=3d^2+t^2-3dt$에서 t=2d/5예요.
장축과 둘레 차는 3d−3t=9d/5=3이므로 d=5/3이에요. 따라서 60AF=100이에요.

# 수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 2 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 3 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 4 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 5 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 6 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 7 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 8 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 9 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 10 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 11 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 12 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 13 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 14 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 15 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 23 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 24 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 25 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 26 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 27 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 28 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |

**16번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**17번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**18번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**19번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**20번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**21번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**22번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**29번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |

**30번**

| 백 | 십 | 일 |
|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ |
| ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ① | ① | ① |
| ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ |