Aldus Libris

서울특별시교육청 수학 기출 모음

개념과 풀이 · 교재형

10문항 · 미리보기

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

지수와 로그

양수 a에 대해 지수의 뜻을 확장하면 a의 m제곱과 n제곱의 곱은 a의 (m+n)제곱이에요. 같은 밑의 거듭제곱을 곱할 때 지수를 더하고, 거듭제곱을 다시 거듭제곱할 때는 지수를 곱해요. 음의 지수는 역수를 뜻해요.

$\log_a x$는 a를 몇 제곱해야 x가 되는지를 나타내요. $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$ 조건을 먼저 확인해요. 밑이 1보다 큰 경우와 0과 1 사이인 경우에는 그래프의 증가·감소 방향이 달라요. 밑을 10으로 바꾸는 식 $\log_a x=\log_{10} x/\log_{10} a$를 사용하면 서로 다른 로그를 같은 기준으로 비교할 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\log_2 8+\log_2 4$를 계산해요. $2^3=8$, $2^2=4$이므로 값은 $3+2=5$예요. $\log_2(8\times 4)=\log_2 32=5$로도 확인할 수 있어요.

정적분과 넓이

$F'(x)=f(x)$인 함수를 찾으면, f가 연속인 구간 $[a,b]$에서 정적분은 $F(b)-F(a)$예요. 위끝과 아래끝의 대입 순서를 지켜요. 대칭 구간에서 기함수의 적분은 0이고 우함수의 적분은 오른쪽 절반 적분의 두 배예요.

정적분은 부호가 있는 값이고 도형의 넓이는 음수가 아니에요. 두 그래프의 차이가 어느 구간에서 양수인지 확인한 뒤 위쪽 함수에서 아래쪽 함수를 빼요. 두 그래프의 교점이 여럿이면 그 지점들에서 적분을 나눠요.

직접 풀어봐요: $y=x$와 $y=x^2$가 $0\le x\le 1$에서 만드는 넓이는 $\int_0^1 (x-x^2)dx=1/2-1/3=1/6$이에요. 이 구간에서는 x가 x^2보다 크다는 점을 먼저 확인해요.

삼각함수와 삼각형

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$은 같은 각의 사인과 코사인을 연결해요. 제곱을 이용해 크기를 구한 뒤에는 각의 범위나 원래 부등식으로 부호를 다시 결정해요. $b\neq0$일 때 $\sin(bx)$와 $\cos(bx)$의 주기는 $2\pi/|b|$예요.

삼각형에서 변 a,b,c의 맞은편 각을 A,B,C라 하면 $a/\sin A=b/\sin B=c/\sin C=2R$이에요. R은 외접원의 반지름이에요. 끼인각 C를 아는 두 변 a,b로 넓이를 구할 때는 $ab\sin C/2$를 사용해요. 길이의 비와 사인값의 비를 바꿀 때는 반드시 맞은편 관계를 표시해요.

직접 풀어봐요: 두 변의 길이가 4, 6이고 끼인각이 $\pi/6$인 삼각형의 넓이를 구해요. 넓이는 $4\times6\times\sin(\pi/6)/2=6$이에요.

수열과 점화식

등차수열은 이웃한 항의 차이가 일정하고, 등비수열은 앞 항이 0이 아닌 범위에서 이웃한 항의 비가 일정해요. $a_n=a_1+(n-1)d$, $a_n=a_1r^{n-1}$을 조건에 맞게 사용해요. 첫 항부터 n번째 항까지의 번호와 실제 더하는 항의 개수를 구분해요.

Σ는 합을 나타내는 기호예요. 합을 나눌 수 있지만 곱의 합을 두 합의 곱으로 바꿀 수는 없어요. 점화식에서 다음 항이 두 가지로 나뉘면 각 선택과 되돌아가는 조건을 표로 적어요. 나눗셈으로 식을 바꾸기 전에는 0인 항의 가능성을 따로 확인해요.

직접 풀어봐요: $a_1=2$, 공차가 3이면 $a_4=2+3\times3=11$이에요. 앞의 네 항은 2,5,8,11이고 합은 $(2+11)\times4/2=26$이에요.

함수의 극한과 연속

x가 a에 가까워질 때의 극한은 x=a에서의 함숫값과 구분해요. 양쪽에서 가까워질 수 있는 점에서는 좌극한과 우극한이 같은 유한한 값이어야 극한이 존재해요. 조각함수는 식이 바뀌는 경계에서 양쪽을 따로 계산해요.

함수가 x=a에서 연속이려면 f(a)가 정의되어 있고, 극한이 존재하며, 그 값이 f(a)와 같아야 해요. 분자·분모를 약분할 때는 x≠a인 주변에서 가능한 변형인지 살펴요. 그래프에서는 점이 찍힌 위치와 가까이 다가가는 높이를 따로 읽어 보세요.

직접 풀어봐요: x<1에서 f(x)=x+2, x≥1에서 f(x)=2x+c라고 해요. x=1에서 연속이려면 3=2+c이므로 c=1이에요.

미분과 함수의 변화

미분계수는 한 점에서의 변화율이에요. $[f(a+h)-f(a)]/h$의 $h\to 0$ 극한이 존재하면 $f'(a)$로 나타내요. 양의 정수 n에 대해 $f(x)=x^n$의 도함수는 nx^{n-1}이에요. 상수함수의 도함수는 0이에요. 실수 지수로 확장할 때는 $x>0$에서 같은 공식을 쓸 수 있어요. 합과 상수배도 항별로 미분할 수 있어요.

도함수의 부호가 양수인 구간에서는 함수가 증가하고, 음수인 구간에서는 감소해요. $f'(a)=0$이라는 사실만으로 극값이라고 단정하지 않아요. 양옆의 부호 변화를 확인하고, 닫힌 구간의 최댓값·최솟값은 극값 후보와 양 끝의 함숫값을 함께 비교해요.

직접 풀어봐요: $f(x)=x^2-4x+1$은 $f'(x)=2x-4$예요. $x<2$에서 감소하고 $x>2$에서 증가하므로 $x=2$에서 최솟값 $f(2)=-3$을 가져요.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\log_3 x = 3$일 때, x의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^3 (x+1)^2 dx$의 값은? [2점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$의 주기는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

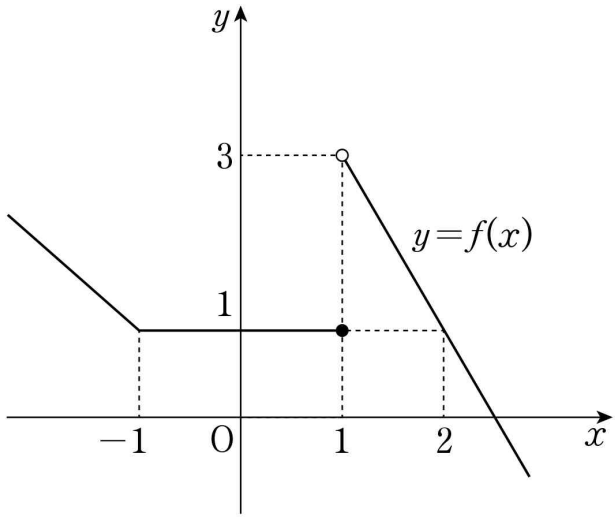
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합이 $n^2 - 5n$일 때, $a_1 + d$의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



함수 $(x^2+ax+b)f(x)$가 $x=1$에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 실수이다.) [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 곡선 $y=6^{-x}$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(a, 6^{-a})$, $\mathrm{B}(a+1, 6^{-a-1})$에 대하여 선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. 6^{-a}의 값은? [3점]

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

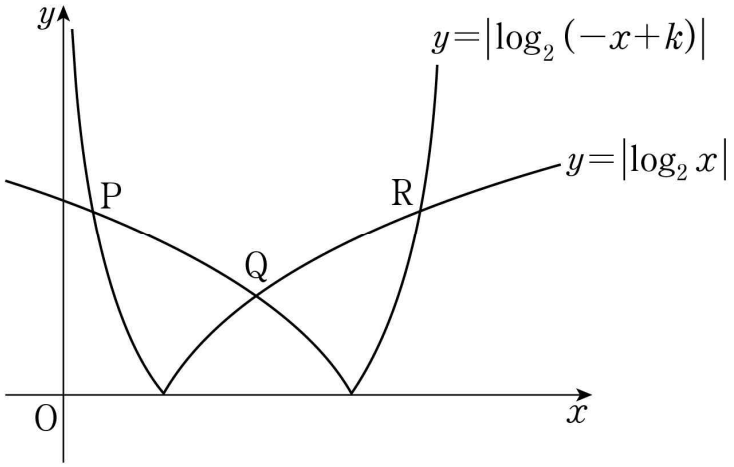
7. 두 함수 $f(x)=|x+3|$, $g(x)=2x+a$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 2보다 큰 상수 k에 대하여 두 곡선 $y=\left|\log_2(-x+k)\right|$, $y=\left|\log_2 x\right|$가 만나는 세 점 P, Q, R의 x좌표를 각각 x_1, x_2, x_3이라 하자. $x_3-x_1=2\sqrt{3}$일 때, x_1+x_3의 값은? (단, $x_1<x_2<x_3$) [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=2n$$

을 만족시킬 때, a_1+a_{22}의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 3보다 작은 실수 a에 대하여 함수 $g(x)=|(x-a)f(x)|$가 $x=3$에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 32일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

정답 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ④ 2번 ④ 3번 ③ 4번 ② 5번 ② 6번 ①

7번 ③ 8번 ③ 9번 ⑤ 10번 ①

풀이를 확인해요

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 로그의 정의

$\log_3 x=3$을 지수식으로 바꾸면 $x=3^3$이에요.
따라서 $x=27$이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

$(x+1)^2$의 한 부정적분은 $(x+1)^3/3$이에요.
0부터 3까지 적분하면 $(4^3-1^3)/3=21$이에요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 삼각함수의 주기

$\tan u$의 주기는 π이고 x의 계수도 π예요.
따라서 x에 대한 주기는 $\pi/\pi=1$이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 등차수열의 합

$S_1=1-5=-4$이므로 $a_1=-4$예요.
$n\geq 2$에서 $a_n=S_n-S_{n-1}=2n-6$이므로 공차 $d=2$예요. 따라서 $a_1+d=-2$이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 함수의 연속

$x=1$에서 f의 왼쪽 극한은 1, 오른쪽 극한은 3이에요.
$p(x)=x^2+ax+b$라 하면 곱의 두 극한이 같으려면 $p(1)=3p(1)$, 즉 $p(1)=0$이어야 해요.
$1+a+b=0$에서 $a+b=-1$이에요. 실제 함수값도 0이 되어 연속이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 지수함수와 거리

$6^{-a}=t>0$으로 놓으면 A와 B의 x좌표 차이는 1, y좌표 차이의 크기는 $t-t/6=5t/6$이에요.
한 변이 1인 정사각형의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $1+(5t/6)^2=2$예요.
$t>0$에서 $t=6/5$이고 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 절댓값함수의 미분가능성

꺾이는 점은 $x=-3$이에요. $h(x)=|x+3|(2x+a)$의 이 점에서 오른쪽 미분계수는 $a-6$, 왼쪽 미분계수는 $-(a-6)$이에요.
두 값이 같으려면 $a-6=0$이므로 $a=6$이에요. 이 값에서는 $h(x)=2(x+3)|x+3|$로 미분가능하고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 로그함수와 절댓값

$|\log_2(k-x)|=|\log_2 x|$이므로 두 로그가 같거나 서로 반대예요. 같은 경우는 $x=k/2$예요.
반대인 경우에는 $x(k-x)=1$이므로 바깥 두 교점의 x좌표는 $(k\pm\sqrt{(k^2-4)})/2$예요.
두 바깥 좌표의 차이가 $2\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{(k^2-4)}=2\sqrt{3}$, $k=4$예요. 두 좌표의 합도 k이므로 4, 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 수열의 귀납적 정의

$a_{n+1}=2n-a_n$을 다음 식에 넣으면 $a_{n+2}=a_n+2$예요.
따라서 짝수 번호 항들은 공차 2인 등차수열이고 $a_{22}=a_2+20$이에요.
$a_1+a_2=2$이므로 $a_1+a_{22}=22$예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 절댓값과 극값

$H(x)=(x-a)f(x)$는 최고차항 계수가 1인 삼차식이에요. $|H|$가 $x=3$에서만 미분불가능하고 $a<3$이므로 a는 H의 중근, 3은 단순근이어야 해요. 따라서 $H=(x-a)^2(x-3)$, $f=(x-a)(x-3)$이에요.
$x<3$에서 $g(x)=(x-a)^2(3-x)$이에요. 가운데 극댓점은 $x=(a+6)/3$이고 극댓값은 $4(3-a)^3/27$이에요.
이 값이 32이므로 $3-a=6$, $a=-3$이에요. $f(4)=(4+3)(4-3)=7$이므로 첫 번째 선택지예요.

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	①	②	③	④	⑤
2	①	②	③	④	⑤
3	①	②	③	④	⑤
4	①	②	③	④	⑤
5	①	②	③	④	⑤
6	①	②	③	④	⑤
7	①	②	③	④	⑤
8	①	②	③	④	⑤
9	①	②	③	④	⑤
10	①	②	③	④	⑤
11	①	②	③	④	⑤
12	①	②	③	④	⑤
13	①	②	③	④	⑤
14	①	②	③	④	⑤
15	①	②	③	④	⑤
23	①	②	③	④	⑤
24	①	②	③	④	⑤
25	①	②	③	④	⑤
26	①	②	③	④	⑤
27	①	②	③	④	⑤
28	①	②	③	④	⑤

16번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

17번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

18번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

19번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

20번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

21번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

22번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

29번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

30번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨