

Aldus Libris

서울특별시교육청 수학 기출 모음

개념과 풀이 · 교재형

184문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

지수와 로그

양수 a 에 대해 지수의 뜻을 확장하면 a 의 m 제곱과 n 제곱의 곱은 a 의 $(m+n)$ 제곱이에요. 같은 밑의 거듭제곱을 곱할 때 지수를 더하고, 거듭제곱을 다시 거듭제곱할 때는 지수를 곱해요. 음의 지수는 역수를 뜻해요.

$\log_a x$ 는 a 를 몇 제곱해야 x 가 되는지를 나타내요. $a>0, a\neq 1, x>0$ 조건을 먼저 확인해요. 밑이 1보다 큰 경우와 0과 1 사이인 경우에는 그래프의 증가·감소 방향이 달라요. 밑을 10으로 바꾸는 식 $\log_a x = \log_{10} x / \log_{10} a$ 를 사용하면 서로 다른 로그를 같은 기준으로 비교할 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\log_2 8 + \log_2 4$ 를 계산해요. $2^3=8, 2^2=4$ 이므로 값은 $3+2=5$ 예요. $\log_2(8\times 4)=\log_2 32=5$ 로도 확인할 수 있어요.

정적분과 넓이

$F'(x)=f(x)$ 인 함수를 찾으면, f 가 연속인 구간 $[a,b]$ 에서 정적분은 $F(b)-F(a)$ 예요. 위끝과 아래끝의 대입 순서를 지켜요. 대칭 구간에서 기함수의 적분은 0이고 우함수의 적분은 오른쪽 절반 적분의 두 배예요.

정적분은 부호가 있는 값이고 도형의 넓이는 음수가 아니예요. 두 그래프의 차이가 어느 구간에서 양수인지 확인한 뒤 위쪽 함수에서 아래쪽 함수를 빼요. 두 그래프의 교점이 여럿이면 그 지점들에서 적분을 나눠요.

직접 풀어봐요: $y=x$ 와 $y=x^2$ 가 $0 \leq x \leq 1$ 에서 만드는 넓이는 $\int_0^1 (x-x^2)dx = 1/2 - 1/3 = 1/6$ 이에요. 이 구간에서는 x 가 x^2 보다 크다는 점을 먼저 확인해요.

삼각함수와 삼각형

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 은 같은 각의 사인과 코사인을 연결해요. 제곱을 이용해 크기를 구한 뒤에는 각의 범위나 원래 부등식으로 부호를 다시 결정해요. $b \neq 0$ 일 때 $\sin(bx)$ 와 $\cos(bx)$ 의 주기는 $2\pi/|b|$ 예요.

삼각형에서 변 a, b, c 의 맞은편 각을 A, B, C 라 하면 $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$ 이에요. R 은 외접원의 반지름이에요. 끼인각 C 를 아는 두 변 a, b 로 넓이를 구할 때는 $ab \sin C / 2$ 를 사용해요. 길이의 비와 사인값의 비를 바꿀 때는 반드시 맞은편 관계를 표시해요.

직접 풀어봐요: 두 변의 길이가 4, 6이고 끼인각이 $\pi/6$ 인 삼각형의 넓이를 구해요. 넓이는 $4 \times 6 \times \sin(\pi/6) / 2 = 6$ 이에요.

수열과 점화식

등차수열은 이웃한 항의 차이가 일정하고, 등비수열은 앞 항이 0이 아닌 범위에서 이웃한 항의 비가 일정해요.

$a_n = a_1 + (n-1)d$, $a_n = a_1 r^{n-1}$ 을 조건에 맞게 사용해요. 첫 항부터 n 번째 항까지의 번호와 실제 더하는 항의 개수를 구분해요.

Σ 는 합을 나타내는 기호예요. 합을 나눌 수 있지만 곱의 합을 두 합의 곱으로 바꿀 수는 없어요. 점화식에서 다음 항이 두 가지로 나뉘면 각 선택과 되돌아가는 조건을 표로 적어요. 나눗셈으로 식을 바꾸기 전에는 0인 항의 가능성을 따로 확인해요.

직접 풀어봐요: $a_1=2$, 공차가 3이면 $a_4=2+3\times 3=11$ 이에요. 앞의 네 항은 2,5,8,11이고 합은 $(2+11)\times 4/2=26$ 이에요.

함수의 극한과 연속

x 가 a 에 가까워질 때의 극한은 $x=a$ 에서의 함수값과 구분해요. 양쪽에서 가까워질 수 있는 점에서는 좌극한과 우극한이 같은 유한한 값이어야 극한이 존재해요. 조각함수는 식이 바뀌는 경계에서 양쪽을 따로 계산해요.

함수가 $x=a$ 에서 연속이라면 $f(a)$ 가 정의되어 있고, 극한이 존재하며, 그 값이 $f(a)$ 와 같아야 해요. 분자·분모를 약분할 때는 $x \neq a$ 인 주변에서 가능한 변형인지 살펴요. 그래프에서는 점이 찍힌 위치와 가까이 다가가는 높이를 따로 읽어 보세요.

직접 풀어봐요: $x < 1$ 에서 $f(x) = x + 2$, $x \geq 1$ 에서 $f(x) = 2x + c$ 라고 해요. $x = 1$ 에서 연속이라면 $3 = 2 + c$ 이므로 $c = 1$ 이에요.

미분과 함수의 변화

미분계수는 한 점에서의 변화율이에요. $[f(a+h)-f(a)]/h$ 의 $h \rightarrow 0$ 극한이 존재하면 $f'(a)$ 로 나타내요. 양의 정수 n 에 대해 $f(x)=x^n$ 의 도함수는 nx^{n-1} 이에요. 상수함수의 도함수는 0이에요. 실수 지수로 확장할 때는 $x>0$ 에서 같은 공식을 쓸 수 있어요. 합과 상수배도 항별로 미분할 수 있어요.

도함수의 부호가 양수인 구간에서는 함수가 증가하고, 음수인 구간에서는 감소해요. $f'(a)=0$ 이라는 사실만으로 극값이라고 단정하지 않아요. 양옆의 부호 변화를 확인하고, 닫힌 구간의 최댓값·최솟값은 극값 후보와 양 끝의 함수값을 함께 비교해요.

직접 풀어봐요: $f(x)=x^2-4x+1$ 은 $f'(x)=2x-4$ 예요. $x<2$ 에서 감소하고 $x>2$ 에서 증가하므로 $x=2$ 에서 최솟값 $f(2)=-3$ 을 가져요.

속도·가속도와 이동

수직선 위 점의 위치를 $x(t)$ 라 하면 속도는 $x'(t)$, 가속도는 $x''(t)$ 예요. 속도의 부호는 운동 방향을 나타내요. 속도가 0이 된 뒤 부호가 바뀌는지 확인해야 방향 전환을 판단할 수 있어요.

시간 구간의 변위는 속도를 적분한 값이고, 총 이동거리는 속력 $|v(t)|$ 를 적분한 값이에요. 같은 곳으로 돌아오더라도 이동거리는 0일 필요가 없어요. 이동거리를 구할 때는 속도의 부호가 바뀌는 시각에서 적분 구간을 나뉘요.

직접 풀어봐요: $v(t)=t-1$ 로 0초부터 2초까지 움직이면 변위는 0이에요. 이동거리는 0-1초의 삼각형 넓이 $1/2$ 와 1-2초의 넓이 $1/2$ 를 더한 1이에요.

확률분포와 평균

이산확률변수의 평균은 가능한 값에 그 확률을 곱해 더한 값이에요. 평균의 선형성은 독립 여부와 관계없이 사용할 수 있어요. 분산은 평균에서 떨어진 정도를 제곱해 평균 낸 값이며, 독립인 두 변수의 합에서는 분산도 더할 수 있어요.

서로 독립인 시행을 n 번 하고 각 시행의 성공확률이 p 로 일정하면 성공 횟수는 이항분포를 따라요. 평균은 np , 분산은 $np(1-p)$ 예요. 평균 μ , 표준편차 $\sigma > 0$ 인 정규분포는 $Z = (X - \mu) / \sigma$ 로 표준화해요. 확률 구간의 양 끝도 같은 방식으로 바뀌요.

직접 풀어봐요: 성공확률이 $1/4$ 인 독립 시행을 8번 할 때 성공 횟수의 평균은 $8 \times 1/4 = 2$, 분산은 $8 \times 1/4 \times 3/4 = 3/2$ 예요.

확률과 조건부확률

같은 가능성을 갖는 결과들을 기준으로 전체 경우와 사건의 경우를 세면 확률을 비로 나타낼 수 있어요. 결과들이 같은 확률인지 확인하지 않고 경우의 수만 나누면 안 돼요. A 또는 B의 확률은 $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ 예요.

$P(B)>0$ 일 때 $P(A|B)=P(A\cap B)/P(B)$ 예요. 조건부확률에서는 주어진 조건 B 안으로 표본공간을 좁혀요. 독립은 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ 인 관계이고, 동시에 일어날 수 없는 배반과 구분해요.

직접 풀어봐요: 공정한 주사위의 눈이 짝수라는 조건에서 4 이상일 확률을 구해요. 가능한 눈은 2,4,6이고 그중 4,6 이므로 조건부확률은 $2/3$ 이에요.

경우의 수

순서를 구분하는지, 같은 대상의 반복을 허용하는지, 대상을 서로 구별하는지를 먼저 표시해요. 서로 다른 n 개를 일렬로 놓는 순열은 $n!$ 이고, 순서 없이 r 개를 고르는 조합은 nCr 이에요. 같은 것이 각각 p 개, q 개씩 있으면 일렬 배열의 수를 $n!/(p!q!\cdots)$ 로 계산해요.

조건을 직접 세기 어렵다면 전체에서 제외할 경우를 빼요. 제외 조건이 겹치면 교집합을 다시 더해야 해요. 원순열에서는 회전만으로 같은 배치를 중복해서 세지 않도록 기준 대상을 고정해요. 서로 다른 경우로 나뉘었다면 각 경우가 겹치지 않는지 확인해요.

직접 풀어봐요: 서로 다른 책 5권에서 2권을 고르는 경우는 $5C2=10$ 이에요. 고른 2권을 좌우로 놓는 순서까지 구분하면 $5P2=20$ 이에요.

치환적분과 부분적분

치환적분은 새 변수 u 를 정해 식과 미분을 함께 바꾸는 방법이에요. u 와 du 가 대응하는지 확인하고, 정적분에서는 양 끝값도 새 변수의 값으로 바뀌요. 치환하면서 구간의 방향이 바뀌는 경우도 식에 그대로 반영해요.

부분적분은 곱의 미분법을 거꾸로 사용한 식 $\int uv' = uv - \int u'v$ 예요. 미분하면 단순해지는 쪽과 적분하기 쉬운 쪽을 구분해 선택해요. 답을 구한 뒤 원시함수를 미분해 원래 함수로 돌아오는지 확인하면 부호 실수를 잡을 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\int_0^1 2x(x^2+1)dx$ 에서 $u=x^2+1$ 로 바꾸면 구간은 1부터 2예요. $\int_1^2 u \, du = (4-1)/2 = 3/2$ 이에요.

수열의 극한과 급수

분수로 주어진 수열의 극한은 분자와 분모를 가장 높은 차수나 가장 빠르게 커지는 항으로 나누어 비교해요. 제곱근의 차이는 분모·분자를 유리화하면 차이를 만드는 항이 드러나는 경우가 많아요.

무한등비급수는 첫 항이 a 이고 공비 r 의 절댓값이 1보다 작을 때 $a/(1-r)$ 로 수렴해요. 일반 급수의 수렴을 판단할 때 항의 극한이 0인 것은 필요조건일 뿐 충분조건은 아니에요. 부분합을 먼저 구할 수 있는 망원급수라면 중간 항이 실제로 어떻게 소거되는지 적어 보세요.

직접 풀어봐요: $3+3/2+3/4+\cdots$ 는 첫 항 3, 공비 $1/2$ 인 급수이므로 합은 $3/(1-1/2)=6$ 이에요.

삼각함수의 극한

각을 라디안으로 나타낼 때 $x \rightarrow 0$ 에서 $\sin x/x$ 의 극한은 1이에요. $\sin(kx)$ 가 보이면 안쪽의 kx 와 분모를 맞추어 기본 극한을 적용해요. 각의 단위와 x 가 가까워지는 값을 먼저 확인해요.

$1 - \cos x = 2\sin^2(x/2)$ 를 이용하면 $(1 - \cos x)/x^2$ 의 극한은 $1/2$ 임을 알 수 있어요. 도형 문제에서는 길이나 넓이를 각의 삼각함수로 나타낸 다음 기본 극한에 맞게 정리해요.

직접 풀어봐요: $x \rightarrow 0$ 일 때 $\sin(3x)/x = 3 \cdot \sin(3x)/(3x)$ 이므로 극한은 3이에요.

여러 함수의 미분

합성함수 $f(g(x))$ 를 미분할 때는 바깥 함수의 도함수 $f'(g(x))$ 에 안쪽 함수의 도함수 $g'(x)$ 를 곱해요. 곱의 미분은 $(uv)'=u'v+uv'$ 예요. 함수식이 복잡하면 어떤 구조가 겹쳐 있는지 먼저 나눠요.

x 와 y 가 한 식에 함께 있으면 y 를 x 의 함수로 보고 음함수 미분을 해요. 매개변수 t 로 x, y 가 주어지면 $dx/dt \neq 0$ 인 점에서 $dy/dx=(dy/dt)/(dx/dt)$ 예요. 접선 기울기를 구한 뒤에는 접점의 좌표도 원래 식에 넣어 확인해요.

직접 풀어봐요: $y=(x^2+1)^3$ 의 도함수는 $3(x^2+1)^2 \times 2x=6x(x^2+1)^2$ 이에요. $x=1$ 에서 기울기는 24예요.

평면벡터

벡터는 크기와 방향을 함께 나타내요. 시작점을 옮겨도 같은 벡터일 수 있어요. 좌표로 $a=(a_1, a_2)$, $b=(b_1, b_2)$ 라 하면 내적은 $a_1b_1+a_2b_2$ 이고, 길이가 0이 아닌 두 벡터에서는 $|a||b|\cos\theta$ 와 같아요.

두 벡터의 수직 관계는 내적이 0이라는 식으로 표현할 수 있어요. 길이를 제공한 $|a+b|^2$ 을 내적으로 전개하면 $|a|^2+2a \cdot b+|b|^2$ 이에요. 점이 선분 위에 있다는 조건은 직선 위의 조건에 매개변수의 범위가 더해진다는 점을 확인해요.

직접 풀어봐요: $a=(1,2)$, $b=(2,-1)$ 이면 $a \cdot b=2-2=0$ 이에요. 두 벡터는 모두 영벡터가 아니므로 서로 수직이에요.

공간좌표와 정사영

공간에서 두 점 사이의 거리도 좌표 차의 제곱을 더한 뒤 제곱근을 씌워 구해요. 구와 평면이 만나면 구의 중심에서 평면까지의 거리 d 와 구의 반지름 R 을 먼저 구해요. $d < R$ 이면 단면 원의 반지름은 $\sqrt{R^2 - d^2}$ 예요.

평면 위 도형을 다른 평면에 수직으로 정사영하면 넓이는 원래 넓이에 두 평면이 이루는 작은 각 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi/2)$ 의 코사인을 곱한 값이에요. 평행한 두 평면에서는 $\theta = 0$ 이므로 넓이가 같아요. 투영 결과가 선분으로 퇴화하는 수직인 경우에는 넓이가 0이에요. 수선의 발과 법선벡터를 구분해 그리면 각의 위치를 찾기 쉬워요.

직접 풀어봐요: 반지름 5인 구의 중심에서 거리가 3인 평면으로 자르면 단면 원의 반지름은 $\sqrt{25-9}=4$, 넓이는 16π 예요.

이차곡선

포물선은 한 점인 초점과 한 직선인 준선까지의 거리가 같은 점들의 집합이에요. 타원에서는 두 초점까지의 거리의 합이 일정하고, 쌍곡선에서는 두 거리의 차의 절댓값이 일정해요. 그림의 가로·세로 방향과 표준형의 분모를 대응시켜요.

타원 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ 에서 $a \geq b > 0$ 이면 초점까지의 거리 c 는 $c^2 = a^2 - b^2$ 를 만족해요. 쌍곡선 $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ 에서는 $c^2 = a^2 + b^2$ 예요. 접선이나 다른 도형과의 교점을 구했다면 원래 곡선 위의 점인지 대입해 확인해요.

직접 풀어봐요: $x^2/9 + y^2/4 = 1$ 인 타원은 $a=3$, $b=2$ 이므로 초점은 $(\pm\sqrt{5}, 0)$ 이에요. 타원 위의 점에서 두 초점까지의 거리의 합은 6이에요.

방정식과 함수의 그래프

방정식의 실근은 그래프와 x 축이 만나는 지점의 x 좌표로 읽을 수 있어요. $f(x)=g(x)$ 는 두 그래프의 교점 문제로 바뀌어 볼 수 있어요. 식을 제공하거나 양변에 어떤 수를 곱할 때는 원래 식과 같은 해를 갖는지 살펴요.

다항식에서 $x=a$ 가 종근이면 그래프가 x 축을 만나는 모습과 부호 변화를 함께 확인해요. 미분으로 교점 개수를 세는 경우에는 극점의 위치, 극값의 부호, 정의역의 양 끝을 빠짐없이 비교해요. 얻은 해는 원래 조건에 다시 대입해요.

직접 풀어봐요: $x^2-3x+2=0$ 을 인수분해하면 $(x-1)(x-2)=0$ 이에요. 해 1과 2를 원래 식에 넣으면 모두 0이 돼요.

표본평균과 추정

같은 모집단에서 독립적으로 뽑은 크기 n 인 표본의 평균은 모집단 평균을 중심으로 분포해요. 모집단의 표준편차가 σ 이면 표본평균의 표준편차는 $\sigma/\sqrt{n}$ 이에요. 표본을 네 배로 늘려야 이 표준편차가 절반으로 줄어요.

모집단이 정규분포이고 σ 를 알 때 신뢰구간은 표본평균을 중심으로 정규분포의 기준값 $\times \sigma/\sqrt{n}$ 만큼 양쪽으로 잡아요. 정규모집단 조건 없이 큰 표본을 쓰는 경우에는 근사라는 점을 구분해요. 신뢰수준은 같은 방법으로 표본을 반복해서 뽑을 때의 구간 구성 절차에 관한 뜻이에요.

직접 풀어봐요: $\sigma=12$ 일 때 표본 크기가 36이면 표본평균의 표준편차는 2예요. 크기를 144로 늘리면 1이 돼요.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\log_3 x = 3$ 일 때, x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^3 (x+1)^2 dx$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 주기는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

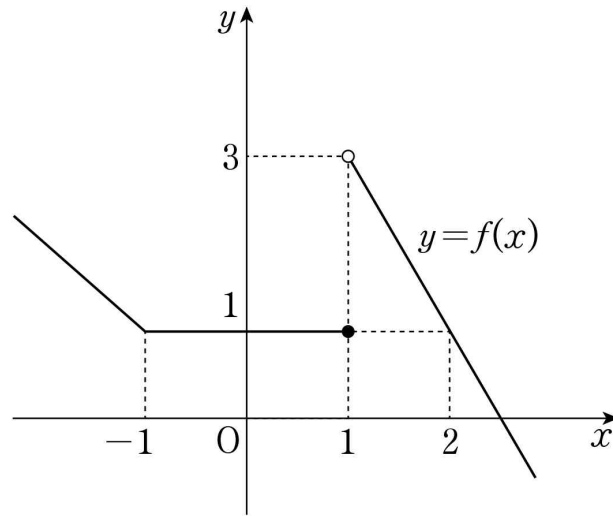
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $n^2 - 5n$ 일 때, $a_1 + d$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $(x^2+ax+b)f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 곡선 $y=6^{-x}$ 위의 두 점 $A(a, 6^{-a})$, $B(a+1, 6^{-a-1})$ 에 대하여
선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. 6^{-a} 의
값은? [3점]

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

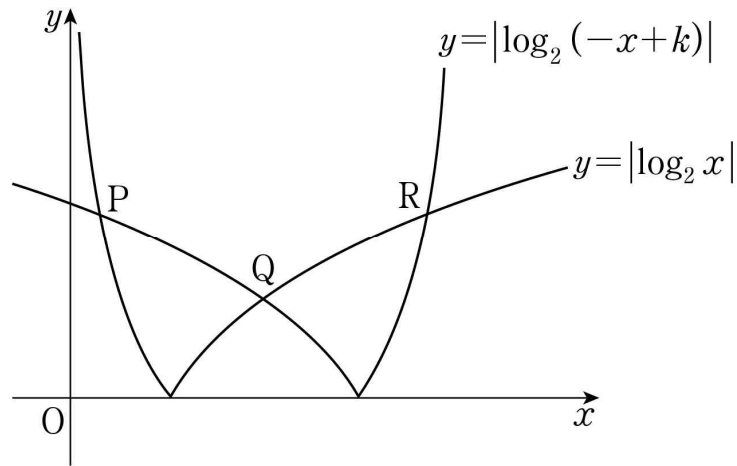
7. 두 함수 $f(x)=|x+3|$, $g(x)=2x+a$ 에 대하여 함수
 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a 의
값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 2보다 큰 상수 k 에 대하여 두 곡선 $y = |\log_2(-x+k)|$,
 $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 세 점 P, Q, R의 x 좌표를 각각 $x_1, x_2,$
 x_3 이라 하자. $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$ 일 때, $x_1 + x_3$ 의 값은?
 (단, $x_1 < x_2 < x_3$) [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{22}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 3보다 작은 실수
 a 에 대하여 함수 $g(x) = |(x-a)f(x)|$ 가 $x=3$ 에서만
 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 32일 때, $f(4)$ 의
 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \left(0 \leq x \leq \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right) - \sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \leq 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$ 의 교점의 개수를 a_k 라
할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

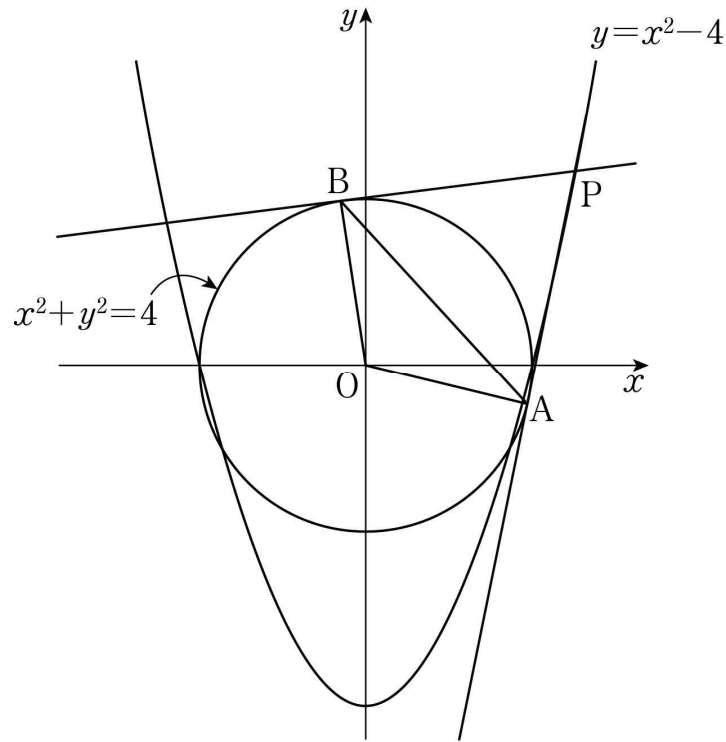
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 곡선 $y = x^2 - 4$ 위의 점 $P(t, t^2 - 4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2+} \frac{T(t)}{(t-2)S(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t > 2$ 이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $2f(x) = g(x) - g(-x)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

ㄱ. $a^2 \leq 3b$

ㄴ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. 방정식 $f'(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g'(1) = 1$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

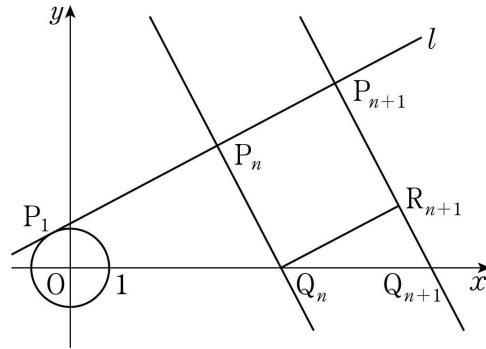
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 모든 자연수 n 에 대하여 직선 $l: x-2y+\sqrt{5}=0$ 위의 점 P_n 과 x 축 위의 점 Q_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선 P_nQ_n 과 직선 l 이 서로 수직이다.
- $\overline{P_nQ_n} = \overline{P_nP_{n+1}}$ 이고 점 P_{n+1} 의 x 좌표는 점 P_n 의 x 좌표보다 크다.

다음은 점 P_1 이 원 $x^2+y^2=1$ 과 직선 l 의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이를 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



자연수 n 에 대하여 점 Q_n 을 지나고 직선 l 과 평행한 직선이 선분 $P_{n+1}Q_{n+1}$ 과 만나는 점을 R_{n+1} 이라 하면 삼각형 $P_nQ_nR_{n+1}P_{n+1}$ 은 정사각형이다.

직선 l 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\overline{R_{n+1}Q_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}} \times \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고

$$\overline{P_{n+1}Q_{n+1}} = (1 + \boxed{\text{(가)}}) \times \overline{P_nQ_n}$$

이다. 이때, $\overline{P_1Q_1}=1$ 이므로 $\overline{P_nQ_n} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

그러므로 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$\overline{P_1P_n} = \sum_{k=1}^{n-1} \overline{P_kP_{k+1}} = \boxed{\text{(다)}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{P_nQ_n} \times \overline{P_1P_n} = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{(나)}} \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(6p)+g(8p)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 4 이고 $f(0) = f'(0) = 0$ 을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt + 5 & (x < c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt - \frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c 의 개수가 1 일 때, $g(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

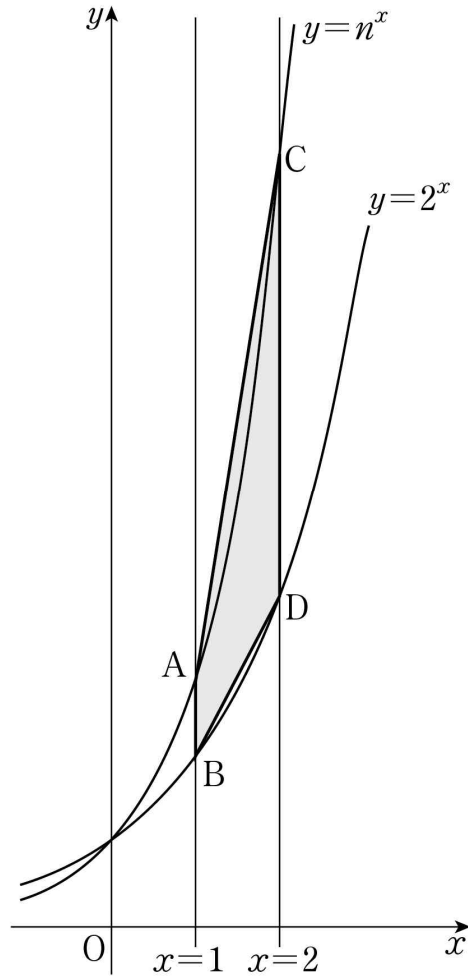
16. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 에 대하여 $x = 2$ 에서의 미분계수가 18 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 12 - 4t$ 일 때, 시각 $t = 0$ 에서 $t = 4$ 까지 점 P 가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 그림과 같이 3 이상의 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=2$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_{n+2} = \begin{cases} a_n - 3 & (n = 1, 3) \\ a_n + 3 & (n = 2, 4) \end{cases}$$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+6}$ 이 성립한다.

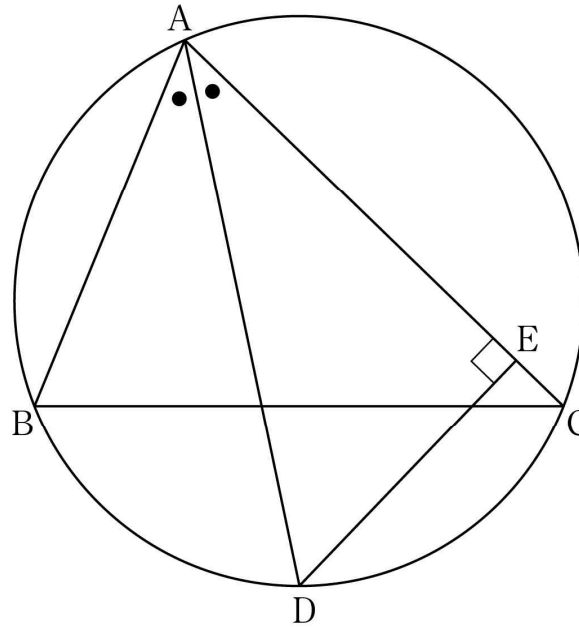
$\sum_{k=1}^{32} a_k = 112$ 일 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = -f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = -6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$ 인 예각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 삼각형 ABC 의 외접원이 만나는 점을 D , 점 D 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 하자. 선분 AE 의 길이를 k 라 할 때, $12k$ 의 값을 구하시오. [4점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)|-a)$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(60, \frac{5}{12}\right)$ 를 따를 때, $E(X)$ 의 값은?

[2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^c)P(B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 같은 종류의 공책 10권을 4명의 학생 A, B, C, D 에게 남김없이 나누어 줄 때, A 와 B 가 각각 2권 이상의 공책을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, 두 수 a, b 의 최대공약수가 홀수일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 확률변수 X 는 정규분포 $N(8, 2^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(12, 2^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표를 a 라 할 때, $P(8 \leq Y \leq a)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.1359 ② 0.1587 ③ 0.2417
 ④ 0.2857 ⑤ 0.3085

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 집합 $X = \{x | x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f 가 4 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 $f(2n-1) < f(2n)$ 일 때, $f(1) = f(5)$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 모든 숫자가 한 개 이상씩 포함되도록 중복을 허락하여 6개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 같은 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 X 라 할 때, 확률변수 X 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X=4)=16 \times P(X=16)=\frac{1}{81}$$

$$(나) E(X)=9$$

$V(X)=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\int_2^4 \frac{6}{x^2} dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - 4n}{n} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{3n - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 2)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t \ln t, \quad y = \frac{4t}{\ln t}$$

이다. 시각 $t = e^2$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

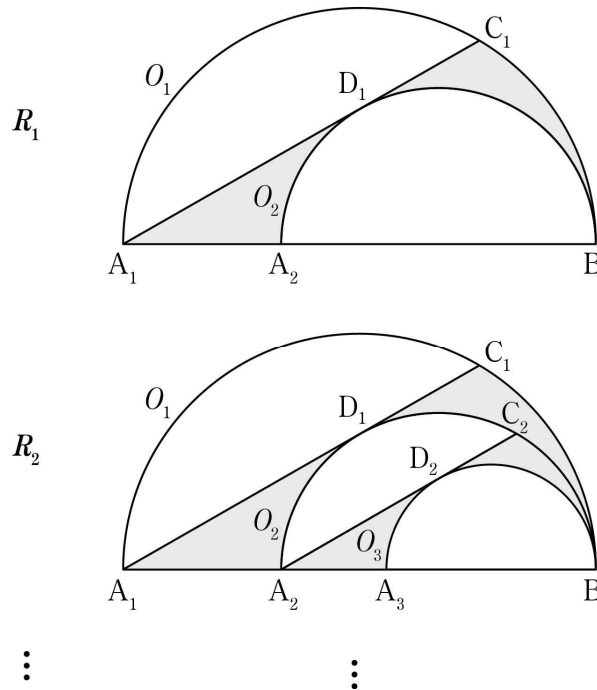
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1B 를 지름으로 하는 반원

O_1 이 있다. 호 BA_1 위에 점 C_1 을 $\angle BA_1C_1 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분 A_2B 를 지름으로 하는 반원 O_2 가 선분 A_1C_1 과 접하도록 선분 A_1B 위에 점 A_2 를 잡는다. 반원 O_2 와 선분 A_1C_1 의 접점을 D_1 이라 할 때, 두 선분 A_1A_2 , A_1D_1 과 호 D_1A_2 로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1 과 두 호 BC_1 , BD_1 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 BA_2 위에 점 C_2 를 $\angle BA_2C_2 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분 A_3B 를 지름으로 하는 반원 O_3 이 선분 A_2C_2 와 접하도록 선분 A_2B 위에 점 A_3 을 잡는다. 반원 O_3 과 선분 A_2C_2 의 접점을 D_2 라 할 때, 두 선분 A_2A_3 , A_2D_2 와 호 D_2A_3 으로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2 와 두 호 BC_2 , BD_2 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$ ② $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여
 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.

(나) 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이고
 최솟값은 -2 이다.

$\int_{-1}^3 f(x)dx = 3$ 일 때, $\int_{-2}^1 f^{-1}(x)dx$ 의 값은? [3점]

① 4

② 5

③ 6

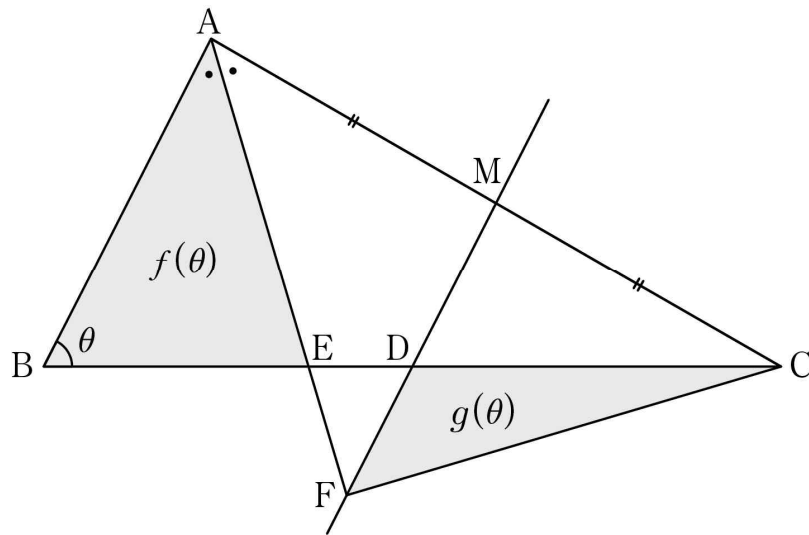
④ 7

⑤ 8

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 선분 AC 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 을 지나고 선분 AB 에 평행한 직선이 선분 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $\angle BAC$ 의 이등분선이 두 직선 BC , DM 과 만나는 점을 각각 E , F 라 하자. $\angle CBA = \theta$ 일 때, 삼각형 ABE 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 DFC 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$)

[4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x) = \sin(ax)$ ($a \neq 0$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{a}} f(x) dx \geq \frac{1}{2}$

(나) $0 < t < 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^{3\pi} |f(x) + t| dx = \int_0^{3\pi} |f(x) - t| dx$$

이다.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -\frac{ax^3 + bx}{x^2 + 1}$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \neq 0$ 이고, 두 함수 $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$, $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2) = h(0)$

(나) $g'(2) = -5h'(2)$

$4(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a} = (m-2, 3)$ 과 $\vec{b} = (2m+1, 9)$ 가 서로 평행할 때, 실수 m 의 값은? [2점]

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 좌표공간의 두 점 $A(-1, 1, -2)$, $B(2, 4, 1)$ 에 대하여 선분 AB 가 xy 평면과 만나는 점을 P 라 할 때, 선분 AP 의 길이는?
[3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 양수 a 에 대하여 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 과 포물선 $y^2 = ax$ 에 동시에 접할 때, 포물선 $y^2 = ax$ 의 초점의 x 좌표는? [3점]

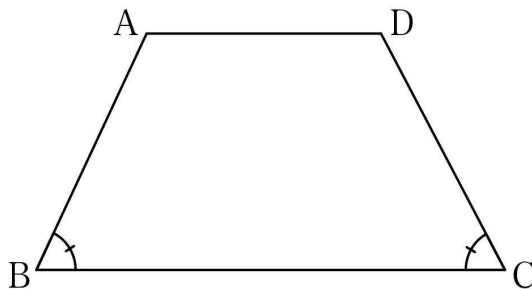
- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 변 AD 가 변 BC 와 평행하고 $\angle CBA = \angle DCB$ 인 사다리꼴 $ABCD$ 가 있다.

$$|\overrightarrow{AD}| = 2, |\overrightarrow{BC}| = 4, |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$$

일 때, $|\overrightarrow{BD}|$ 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 좌표공간에 $\overline{OA}=7$ 인 점 A 가 있다. 점 A 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 구 S 와 xy 평면이 만나서 생기는 원의 넓이가 25π 이다. 구 S 와 z 축이 만나는 두 점을 각각 B , C 라 할 때, 선분 BC 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{46}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{13}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 삼각형 ABC 와 삼각형 ABC 의 내부의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC} = 0, \quad \frac{|\overrightarrow{PA}|}{|\overrightarrow{PC}|} = 3$$

$$(나) \quad \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = -\frac{\sqrt{2}}{2} |\overrightarrow{PB}| |\overrightarrow{PC}| = -2 |\overrightarrow{PC}|^2$$

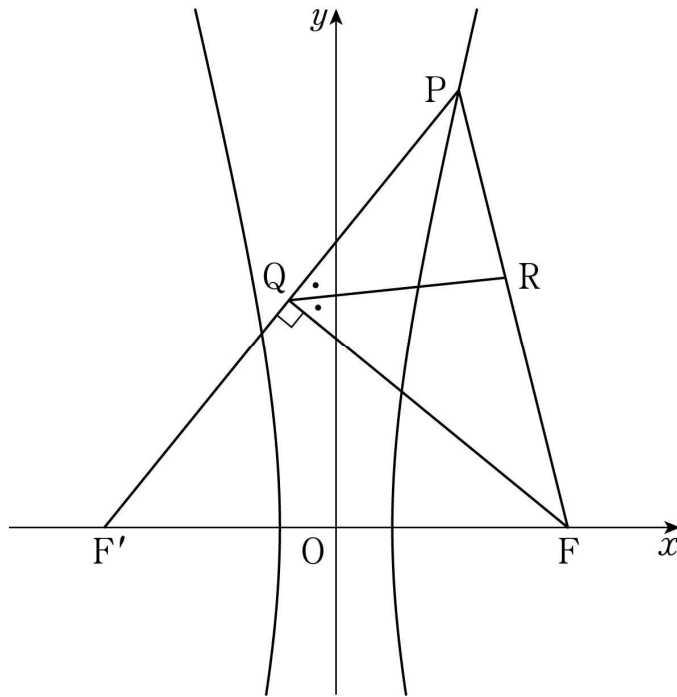
직선 AP 와 선분 BC 의 교점을 D 라 할 때, $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{PD}$ 이다. 실수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다.

쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 점 F 에서 선분 PF' 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, $\angle FQP$ 의 이등분선이 선분 PF 와 만나는 점을 R 라 하자. $4\overline{PR} = 3\overline{RF}$ 일 때, 삼각형 $PF'F$ 의 넓이를 구하시오. (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이고, $\angle F'PF < 90^\circ$ 이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

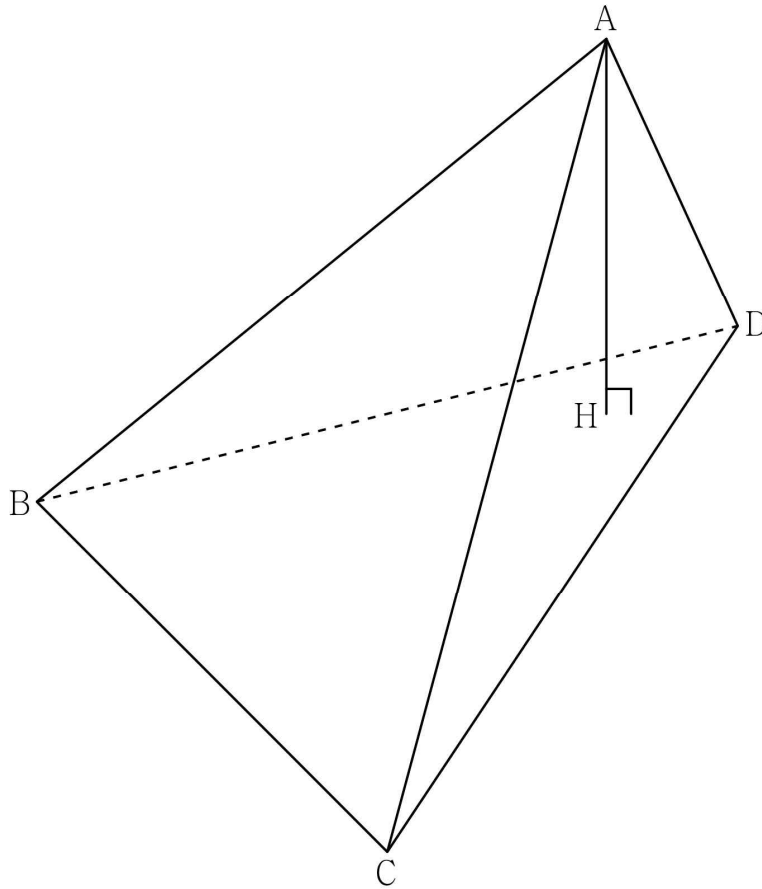
30. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 를 한 면으로 하는 사면체 $ABCD$ 의 꼭짓점 A 에서 평면 BCD 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 점 H 는 삼각형 BCD 의 내부에 놓여 있다. 직선 DH 가 선분 BC 와 만나는 점을 E 라 할 때, 점 E 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle AEH = \angle DAH$

(나) 점 E 는 선분 CD 를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $\overline{DE} = 4$ 이다.

삼각형 AHD 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

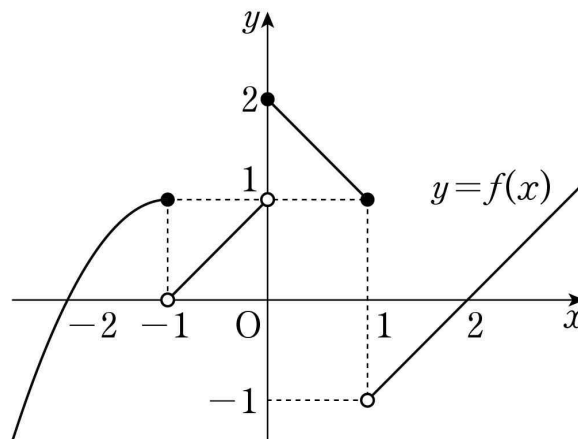
$$a_4 = 6, \quad 2a_7 = a_{19}$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta \tan \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\cos \theta + \tan \theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$

② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a+1$ 까지 변할 때의 평균변화율이 7 이다. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

① 6

② 8

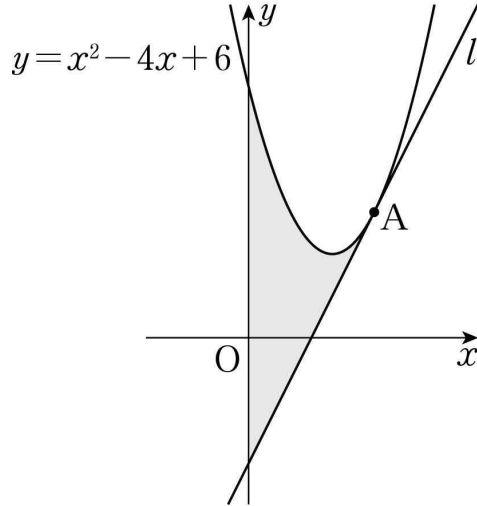
③ 10

④ 12

⑤ 14

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 그림과 같이 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 위의 점 $A(3, 3)$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



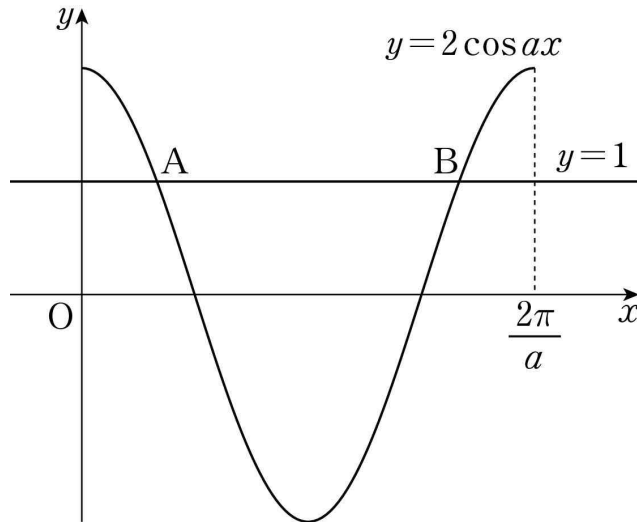
- ① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 그림과 같이 양의 상수 a 에 대하여 곡선

$y = 2\cos ax \left(0 \leq x \leq \frac{2\pi}{a}\right)$ 와 직선 $y = 1$ 이 만나는 두 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = \frac{8}{3}$ 일 때, a 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{12}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + at$$

이다. 시각 $t = 0$ 에서의 점 P의 위치와 시각 $t = 6$ 에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 점 P가 시각 $t = 0$ 에서 $t = 6$ 까지 움직인 거리는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 두 함수

$$f(x) = x^2 + 2x + k, \quad g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$$

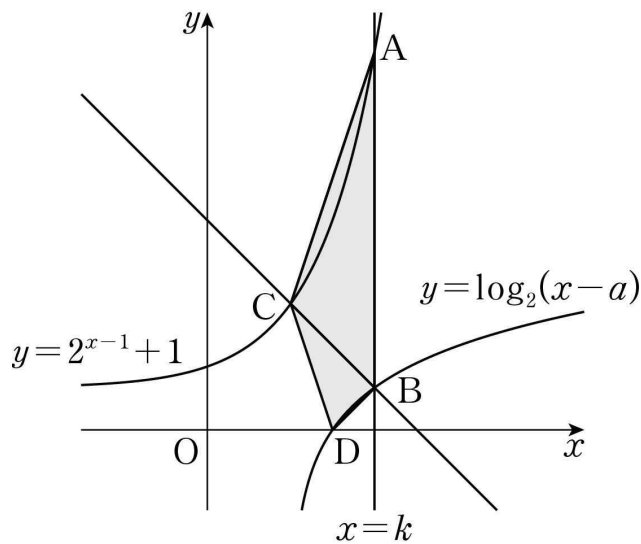
에 대하여 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 그림과 같이 두 상수 a, k 에 대하여 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ 일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$ 가 x 축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0 < a < k$) [4점]



- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. $a > 2$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & (x \leq 2) \\ -x^2 + ax & (x > 2) \end{cases}$$

라 하자. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $h(1) + h(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $x \neq 1, x \neq a$ 일 때, $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 이다.

(나) $h(1) = h(a)$

- ① $-\frac{15}{6}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{13}{6}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{11}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은? [4점]

- ① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 두 함수

$$f(x) = x^3 - kx + 6, \quad g(x) = 2x^2 - 2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $k=0$ 일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.
- ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.
- ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 가 존재한다.

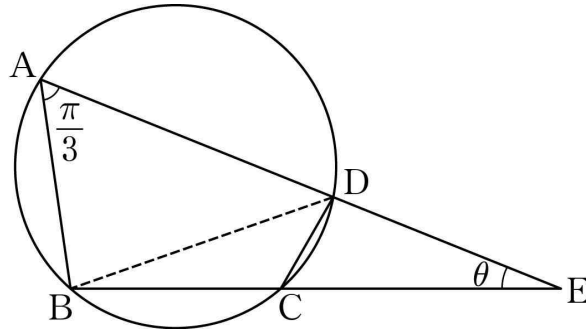
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 2, \quad \overline{AD} = 3, \quad \angle BAD = \frac{\pi}{3}$$

이다. 두 직선 AD, BC의 교점을 E라 하자.



다음은 $\angle AEB = \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 ABD와 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 이용하면

$$\overline{CD} = \boxed{\text{가}}$$

이다. 삼각형 EAB와 삼각형 ECD에서

$$\angle AEB \text{는 공통, } \angle EAB = \angle ECD$$

이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 닮음이다.

이를 이용하면

$$\overline{ED} = \boxed{\text{나}}$$

이다. 삼각형 ECD에서 사인법칙을 이용하면

$$\sin \theta = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $(p+q) \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{14}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\frac{\log_5 72}{\log_5 2} - 4 \log_2 \frac{\sqrt{6}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. $\int_{-3}^2 (2x^3 + 6|x|) dx - \int_{-3}^{-2} (2x^3 - 6x) dx$ 의 값을 구하시오.

[3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 부등식 $\sum_{k=1}^5 2^{k-1} < \sum_{k=1}^n (2k-1) < \sum_{k=1}^5 (2 \times 3^{k-1})$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 $1 < a_1 < 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$ 일 때, $40 \times a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 상수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $A(a, b)$ 가 오직 하나 존재한다.

- (가) 점 A 는 곡선 $y = \log_2(x+2) + k$ 위의 점이다.
 (나) 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은
 곡선 $y = 4^{x+k} + 2$ 위에 있다.

$a \times b$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $x|g(x)| = \int_{2a}^x (a-t)f(t)dt$ 이다.
 (나) 방정식 $g(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\int_{-2a}^{2a} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. ${}_3\Pi_4$ 의 값은? [2점]

- ① 63 ② 69 ③ 75 ④ 81 ⑤ 87

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

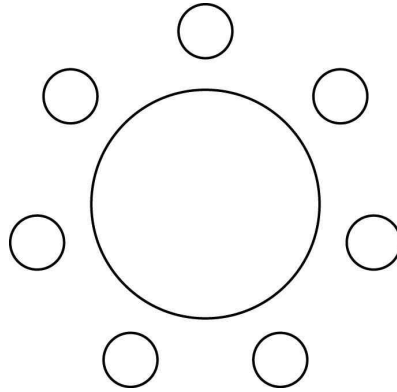
24. 6개의 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3을 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 홀수의 개수는? [3점]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

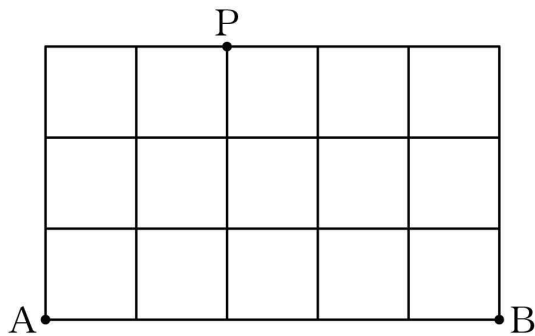
25. A 학교 학생 5명, B 학교 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, B 학교 학생끼리는 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 320 ② 360 ③ 400 ④ 440 ⑤ 480



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

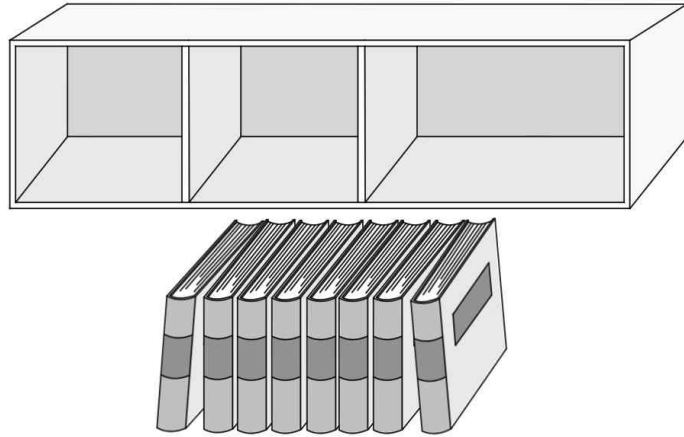
26. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 한 번 지난 도로를 다시 지날 수 있다.) [3점]



- ① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 그림과 같이 같은 종류의 책 8권과 이 책을 각 칸에 최대 5권, 5권, 8권을 꽂을 수 있는 3개의 칸으로 이루어진 책장이 있다. 이 책 8권을 책장에 남김없이 나누어 꽂는 경우의 수는? (단, 비어 있는 칸이 있을 수 있다.) [3점]



- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

- (가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.
(나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이다.

- ① 167 ② 170 ③ 173 ④ 176 ⑤ 179

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

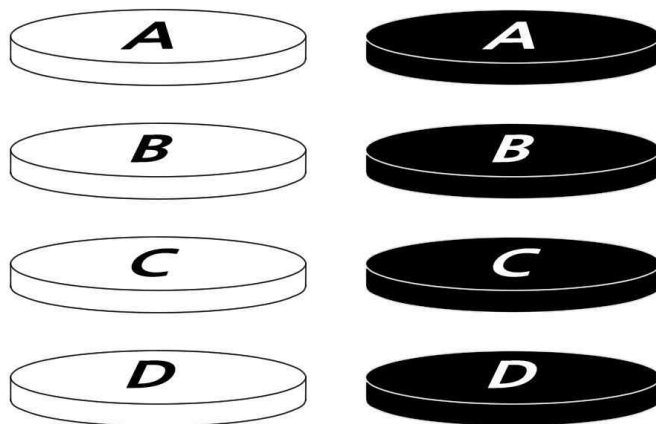
29. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여
다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오.
[4점]

- (가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$
(나) $f(a) + f(b) = 0$ 을 만족시키는 집합 X 의 서로 다른
두 원소 a, b 가 존재한다.

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 흰색 원판 4개와 검은색 원판 4개에 각각 A, B, C, D의
문자가 하나씩 적혀 있다. 이 8개의 원판 중에서 4개를 택하여
다음 규칙에 따라 원기둥 모양으로 쌓는 경우의 수를 구하시오.
(단, 원판의 크기는 모두 같고, 원판의 두 밑면은 서로 구별하지
않는다.) [4점]

- (가) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이
있으면 같은 문자가 적힌 원판끼리는 검은색 원판이
흰색 원판보다 아래쪽에 놓이도록 쌓는다.
(나) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이
없으면 D가 적힌 원판이 맨 아래에 놓이도록 쌓는다.



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n-1}}{(-2)^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 5n) = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + n} - \sqrt{an^2 - an}) = \frac{5}{4}$ 를 만족시키는 모든 양수

a 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 첫째항이 1인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 3, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n^2 < 4na_n + n - 4n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3n}{2n + 4}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) A_1 은 원점이다.

(나) n 이 홀수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 점이다.

(다) n 이 짝수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 y 축의 방향으로 $a+1$ 만큼 평행이동한 점이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{A_1 A_{2n}}}{n} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 실수 t 에 대하여 직선 $y = tx - 2$ 가 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+1} - 1}{x^{2n} + 1}$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1, a_2, \dots, a_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $m \times a_m$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

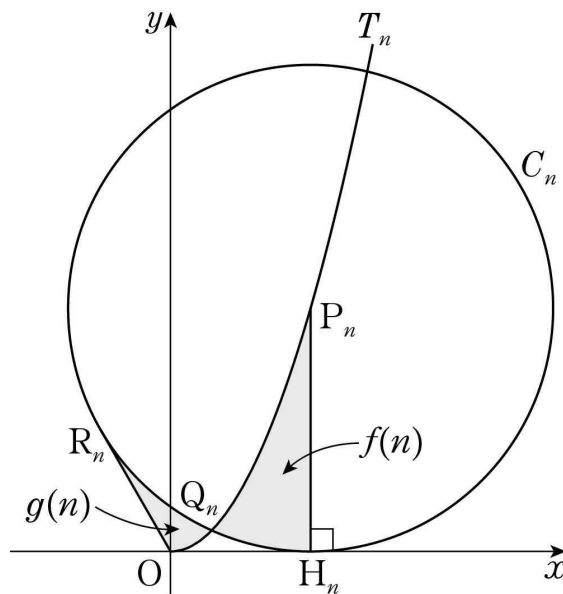
30. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선

$$T_n : y = \frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2 \quad (x \geq 0)$$

위에 있고 원점 O 와의 거리가 $2n+2$ 인 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 하자.

중심이 P_n 이고 점 H_n 을 지나는 원을 C_n 이라 할 때, 곡선 T_n 과 원 C_n 의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n , 원점에서 원 C_n 에 그은 두 접선의 접점 중 H_n 이 아닌 점을 R_n 이라 하자.

점 R_n 을 포함하지 않는 호 Q_nH_n 과 선분 P_nH_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n 을 포함하지 않는 호 R_nQ_n 과 선분 OR_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) - g(n)}{n^2} = \frac{\pi}{2} + k$ 이다. $60k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P와 y 축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 두 초점의 좌표가 $(0, 3)$, $(0, -3)$ 인 타원이 y 축과 점 $(0, 7)$ 에서 만날 때, 이 타원의 단축의 길이는? [3점]

- ① $4\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{7}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ 12 ⑤ $4\sqrt{10}$

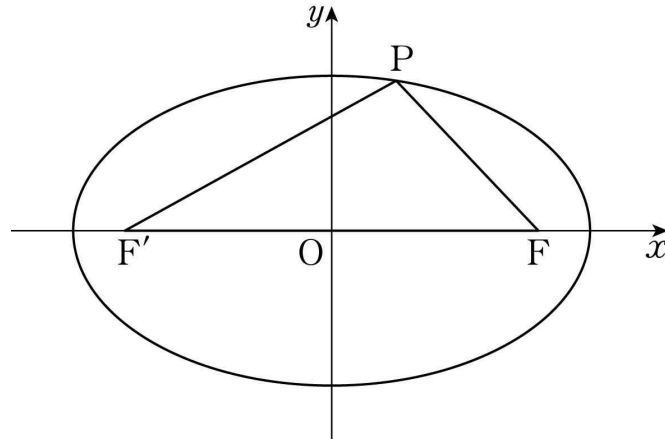
서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 쌍곡선 $4x^2 - 8x - y^2 - 6y - 9 = 0$ 의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{27}{4}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 세 선분 PF, PF', FF' 의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P 의 x 좌표는? (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.) [3점]



- ① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$) 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에서 준선에 내린 수선의 발 H 에 대하여 선분 FH 가 포물선과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 p 의 값은? [3점]

(가) 점 Q 는 선분 FH 를 1:2로 내분한다.

(나) 삼각형 PQF 의 넓이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 이다.

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

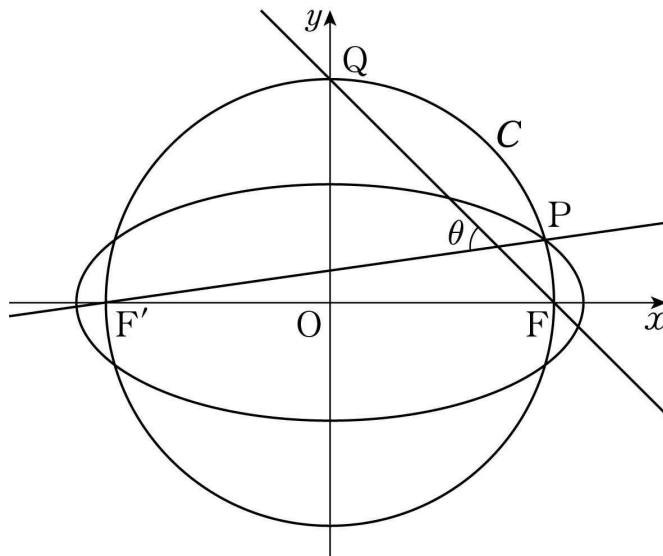
28. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 F, F' 에 대하여

선분 FF' 을 지름으로 하는 원을 C 라 하자. 원 C 가 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 원 C 가 y 축과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자. 두 직선 $F'P, QF$ 가

이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 일 때, $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값은?

(단, a, b 는 $a > b > 0$ 인 상수이고, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.)

[4점]



- ① $\frac{11}{64}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{13}{64}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ 위의 점 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AF} < \overline{AF'}$

(나) 선분 AF 의 수직이등분선은 점 F' 을 지난다.

선분 AF 의 중점 M 에 대하여 직선 MF' 과 쌍곡선의 교점 중 점 A 에 가까운 점을 B 라 할 때, 삼각형 BFM 의 둘레의 길이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 꼭짓점이 A_1 이고 초점이 F_1 인 포물선 P_1 과 꼭짓점이 A_2 이고 초점이 F_2 인 포물선 P_2 가 있다. 두 포물선의 준선은 모두 직선 F_1F_2 와 평행하고, 두 선분 A_1A_2 , F_1F_2 의 중점은 서로 일치한다.

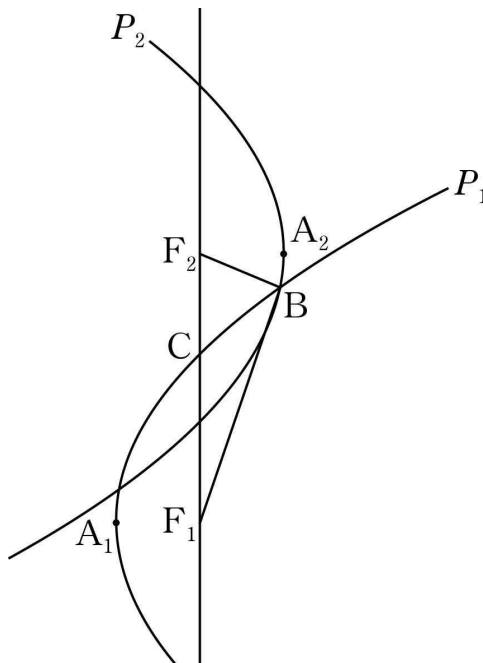
두 포물선 P_1 , P_2 가 서로 다른 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 A_2 에 가까운 점을 B 라 하자. 포물선 P_1 이 선분 F_1F_2 와 만나는 점을 C 라 할 때, 두 점 B , C 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overline{A_1C} = 5\sqrt{5}$$

$$(나) \overline{F_1B} - \overline{F_2B} = \frac{48}{5}$$

삼각형 BF_2F_1 의 넓이가 S 일 때, $10S$ 의 값을 구하시오.

(단, $\angle F_1F_2B < 90^\circ$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\sqrt{8} \times 4^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^2 (2x^3 + 3x^2) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

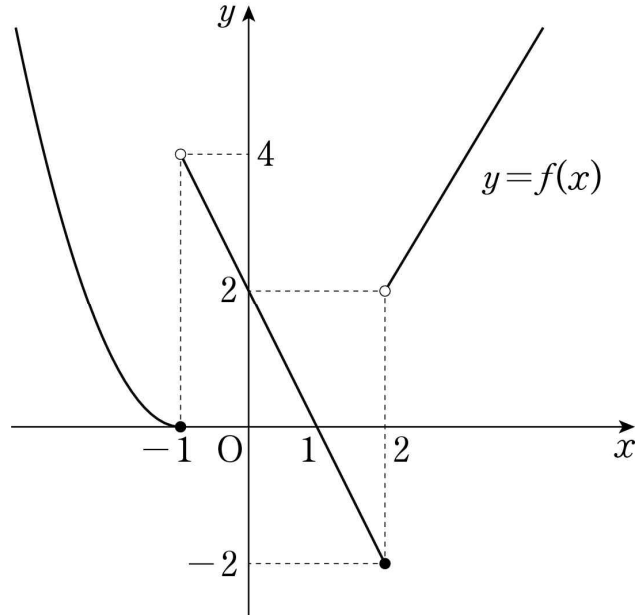
$$a_1 a_3 = 4, \quad a_3 a_5 = 64$$

일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = 2 \cos (\pi - \theta)$ 일 때,
 $\cos \theta \tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + a$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = 6$ 일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

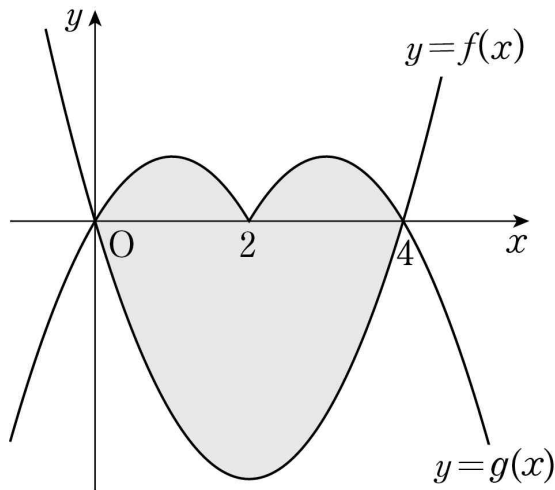
서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 두 함수

$$f(x) = x^2 - 4x, \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x < 2) \\ -x^2 + 6x - 8 & (x \geq 2) \end{cases}$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{40}{3}$ ② 14 ③ $\frac{44}{3}$ ④ $\frac{46}{3}$ ⑤ 16



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 첫째항이 20 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = |a_n| - 2$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 88 ② 90 ③ 92 ④ 94 ⑤ 96

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 최고차항의 계수가 1 인 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf'(x) - 3f(x) = 2x^2 - 8x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 곡선

$$y = -\log_2(-x), \quad y = \log_2(x+2a)$$

가 만나는 두 점을 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점이 직선 $4x + 3y + 5 = 0$ 위에 있을 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 두 정수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 4$ 에서 $f(x) = ax^2 + bx - 24$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

$1 < x < 10$ 일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 양수 a 에 대하여 함수

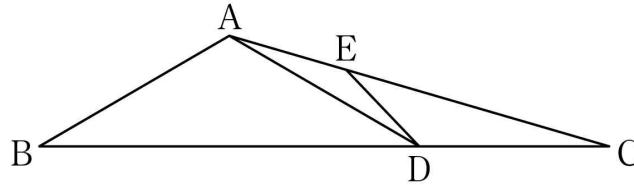
$$f(x) = \left| 4\sin\left(ax - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \right| \quad \left(0 \leq x < \frac{4\pi}{a} \right)$$

의 그래프가 직선 $y=2$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수는 n 이다. 이 n 개의 점의 x 좌표의 합이 39일 때, $n \times a$ 의 값은?
[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$, $\overline{CA}=\sqrt{13}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B가 아닌 점 D를 $\overline{AD}=2$ 가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 양 끝점 A, C가 아닌 점 E를 사각형 ABDE가 원에 내접하도록 잡는다.



다음은 선분 DE의 길이를 구하는 과정이다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ABC) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 삼각형 ABD에서 $\sin(\angle ABD) = \sqrt{1 - (\boxed{\text{(가)}})^2}$ 이므로 사인법칙에 의하여 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 ADC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{CD}}{\sin(\angle CAD)} = \frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)}$$

이므로 $\sin(\angle CAD) = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} \times \sin(\angle ACD)$ 이다.

삼각형 ADE에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{DE} = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ ② $\frac{7\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ ④ $\frac{9\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{13}}{13}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\int_t^x f(s)ds = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $f(x) = x^2(x-1)$ 일 때, $g(1) = 1$ 이다.
- ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이면 $g(a) = 3$ 인 실수 a 가 존재한다.
- ㄷ. $\lim_{t \rightarrow b} g(t) + g(b) = 6$ 을 만족시키는 실수 b 의 값이 0과 3뿐이면 $f(4) = 12$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 두 자연수 p, q 에 대하여 $S_n = pn^2 - 36n + q$ 일 때, S_n 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 p 의 최솟값을 p_1 이라 하자.

임의의 두 자연수 i, j 에 대하여 $i \neq j$ 이면 $S_i \neq S_j$ 이다.

$p = p_1$ 일 때, $|a_k| < a_1$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수가 3이 되도록 하는 모든 q 의 값의 합은? [4점]

- ① 372 ② 377 ③ 382 ④ 387 ⑤ 392

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\log_2 96 + \log_{\frac{1}{4}} 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 10$ 이 $x = 3$ 에서 극소일 때,
함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. $\sum_{k=1}^6 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^5 (k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의
속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t^3 - 48t$$

이다. 시각 $t = k$ ($k > 0$)에서 점 P의 가속도가 0일 때,
시각 $t = 0$ 에서 $t = k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.
(단, k 는 상수이다.) [3점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는
모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x) - 1|}{x}$ 의 값이 존재한다.

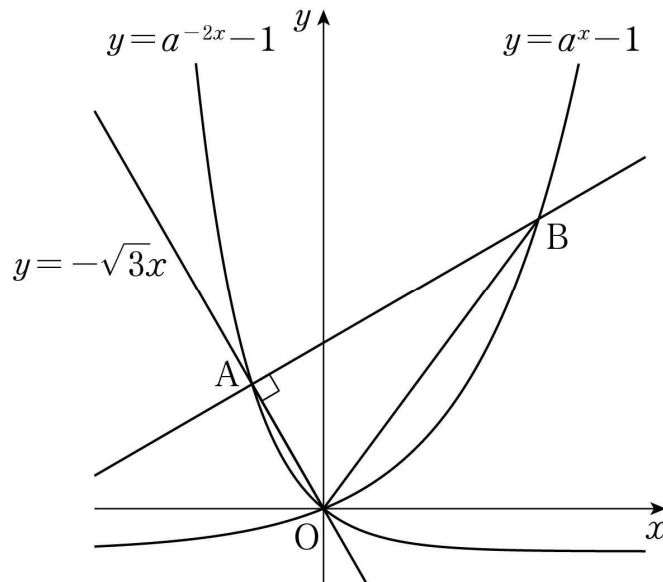
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $xf(x) \geq -4x^2 + x$ 이다.

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 그림과 같이 $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 곡선

$$y = a^{-2x} - 1, \quad y = a^x - 1$$

이 있다. 곡선 $y = a^{-2x} - 1$ 과 직선 $y = -\sqrt{3}x$ 가 서로 다른 두 점 O, A 에서 만난다. 점 A 를 지나고 직선 OA 에 수직인 직선이 곡선 $y = a^x - 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 B 라 하자. $\overline{OA} : \overline{OB} = \sqrt{3} : \sqrt{19}$ 일 때, 선분 AB 의 길이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

- 22.** 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여
구간 $(-\infty, t]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_1 이라 하고,
구간 $[t, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m_2 라 할 때,

$$g(t) = m_1 - m_2$$

라 하자. $k > 0$ 인 상수 k 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid 0 \leq t \leq 2\}$ 이다.

$g(4) = 0$ 일 때, $k + g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

- 23.** 표준편차가 12인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인
표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\bar{X}$ 라 할 때, $\sigma(\bar{X})$ 의
값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

- 24.** 다항식 $(x^2 + 1)(x - 2)^5$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-3	0	a	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$E(X) = -1$ 일 때, $V(aX)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

(가) $a \times b \times c \times d = 8$

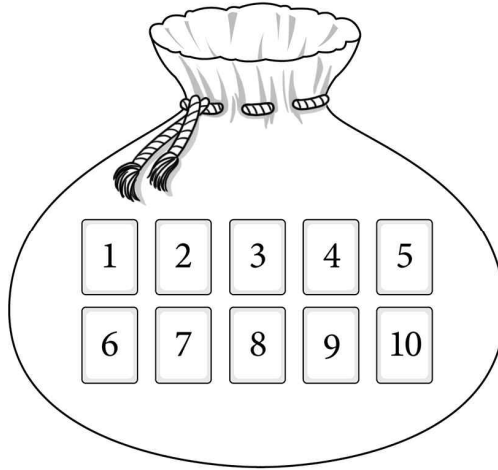
(나) $a + b + c + d < 10$

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 1 부터 10 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10 장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 4 장을 동시에 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 작은 수부터 크기 순서대로 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자. $a_1 \times a_2$ 의 값이 홀수이고, $a_3 + a_4 \geq 16$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{35}$ ⑤ $\frac{9}{70}$



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X , Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = f(x+6)$$

이다. 두 확률변수 X , Y 와 상수 k 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(X \leq 11) = P(Y \geq 23)$
(나) $P(X \leq k) + P(Y \leq k) = 1$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 $P(X \leq k) + P(Y \geq k)$ 의 값이 0.1336일 때, $E(X) + \sigma(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{41}{2}$ ② 21 ③ $\frac{43}{2}$ ④ 22 ⑤ $\frac{45}{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
 (나) $f(1) \leq 3$
 (다) $f(3) \leq f(1) + 4$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 주머니 A에 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있고, 주머니 B에도 흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있다. 한 개의 동전을 사용하여 [실행 1]과 [실행 2]를 순서대로 하려고 한다.

[실행 1] 한 개의 동전을 던져

앞면이 나오면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣고,

뒷면이 나오면 주머니 A에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 주머니 B에 넣는다.

[실행 2] 주머니 B에서 임의로 5개의 공을 꺼내어 주머니 A에 넣는다.

[실행 2]가 끝난 후 주머니 B에 흰 공이 남아 있지 않을 때, [실행 1]에서 주머니 B에 넣은 공 중 흰 공이 2개이었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{\ln(1 + 3x)} = 2$$

일 때, $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 매개변수 t ($0 < t < \pi$)로 나타내어진 곡선

$$x = \sin t - \cos t, \quad y = 3 \cos t + \sin t$$

위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 3일 때, $a+b$ 의 값은?
[3점]

- ① 0 ② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$
④ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{(2n-k)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2} - 2 \ln 2$ ② $1 - \ln 2$ ③ $\frac{3}{2} - \ln 3$
④ $\ln 2$ ⑤ $2 - \ln 3$

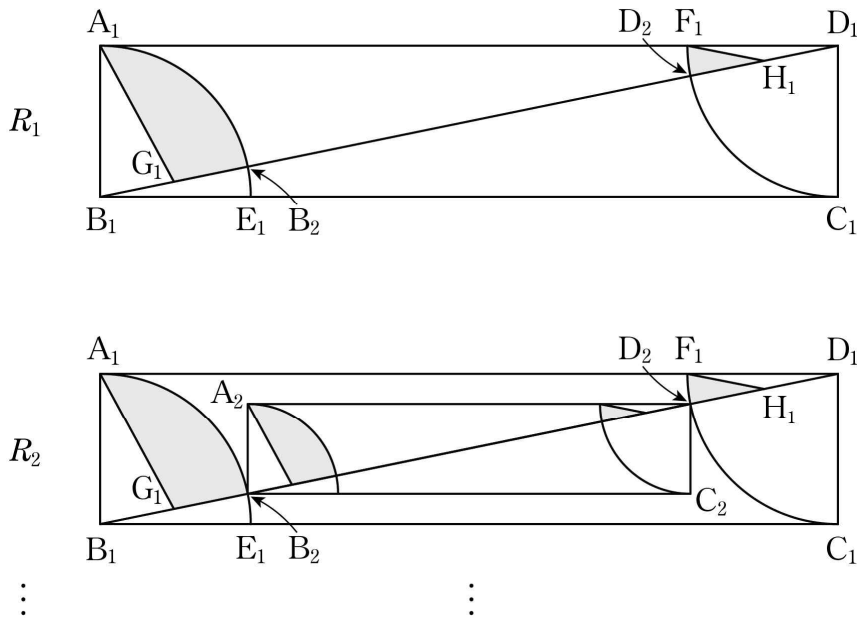
서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{6}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 B_1 이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 E_1 이라 하고, 중심이 D_1 이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분 A_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 선분 B_1D_1 이 호 A_1E_1 , 호 C_1F_1 과 만나는 점을 각각 B_2 , D_2 라 하고, 두 선분 B_1B_2 , D_1D_2 의 중점을 각각 G_1 , H_1 이라 하자.

두 선분 A_1G_1 , G_1B_2 와 호 B_2A_1 로 둘러싸인 부분인 ∇ 모양의 도형과 두 선분 D_2H_1 , H_1F_1 과 호 F_1D_2 로 둘러싸인 부분인 $\triangleright$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_2D_2 가 대각선이고 모든 변이 선분 A_1B_1 또는 선분 B_1C_1 에 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 ∇ 모양의 도형과 $\triangleright$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ① $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 5}{64}$ | ② $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 4}{64}$ |
| ③ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 6}{64}$ | ④ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 5}{64}$ |
| ⑤ $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 4}{64}$ | |

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 닫힌구간 $[0, 4\pi]$ 에서 연속이고 다음 조건을 만족시키는 모든

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^{4\pi} |f(x)| dx$ 의 최솟값은? [4점]

(가) $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $f(x) = 1 - \cos x$ 이다.

(나) $1 \leq n \leq 3$ 인 각각의 자연수 n 에 대하여

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) + f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

또는

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) - f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

이다.

(다) $0 < x < 4\pi$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점의 개수는 6 이다.

① 4π

② 6π

③ 8π

④ 10π

⑤ 12π

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

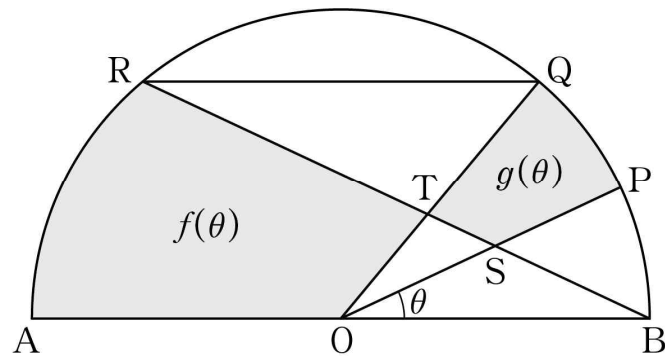
$$\angle BOP = \theta, \angle BOQ = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.

세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인

부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{f(\theta)} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을

구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \ln \{f(x) + f'(x) + 1\}$$

이 있다. 상수 a 와 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) > 0$ 이고

$$\int_{2a}^{3a+x} g(t) dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t) dt$$

이다.

(나) $g(4) = \ln 5$

$$\int_3^5 \{f'(x) + 2a\}g(x) dx = m + n \ln 2 \text{ 일 때, } m + n \text{의 값을}$$

구하시오. (단, m, n 은 정수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 좌표공간의 두 점 $A(3, a, -2)$, $B(-1, 3, a)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점이 xy 평면 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 에 접하고 기울기가 2인 두 직선이 y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는? [3점]

- ① $8\sqrt{2}$ ② 12 ③ $10\sqrt{2}$
④ 15 ⑤ $12\sqrt{2}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 평면 위의 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $|\overrightarrow{AD}|$ 의 값은? [3점]

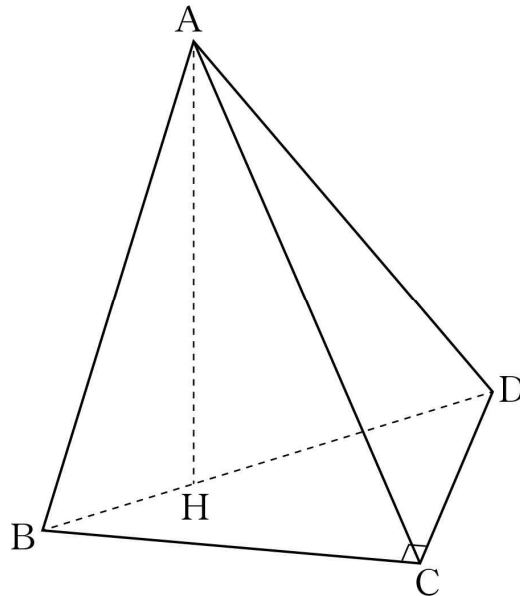
(가) $|\overrightarrow{AB}|=2, \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

(나) $|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}|=6$

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 $\overline{BC}=\overline{CD}=3$ 이고 $\angle BCD=90^\circ$ 인 사면체 ABCD가 있다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 선분 BD를 1:2로 내분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, 삼각형 AHC의 넓이는? [3점]



- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 양수 p 에 대하여 두 포물선 $x^2 = 8(y+2)$, $y^2 = 4px$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. 점 P 에서 포물선 $x^2 = 8(y+2)$ 의 준선에 내린 수선의 발 H 와 포물선 $x^2 = 8(y+2)$ 의 초점 F 에 대하여 $\overline{PH} + \overline{PF} = 40$ 일 때, p 의 값은? [3점]

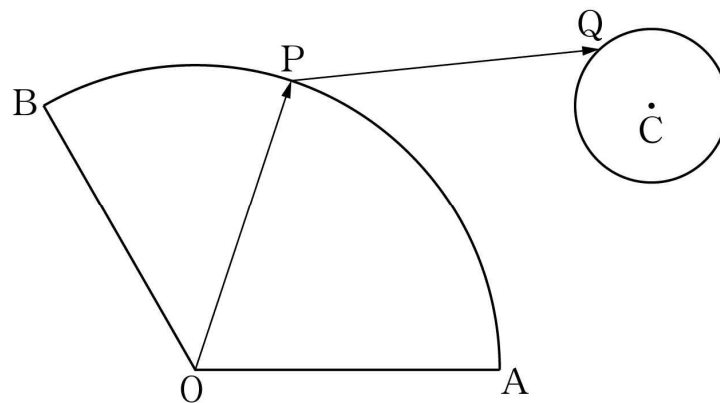
- ① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 한 평면 위에 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴 OAB 와 중심이 C 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있고, 세 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ 가

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 24, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

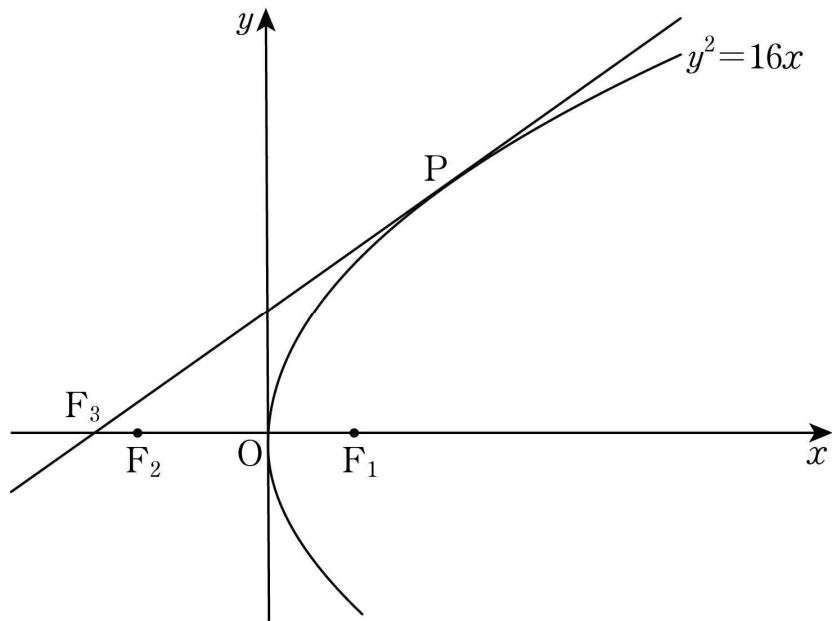
을 만족시킨다. 호 AB 위를 움직이는 점 P 와 원 C 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]



- ① $12\sqrt{3} - 34$ ② $12\sqrt{3} - 32$ ③ $16\sqrt{3} - 36$
 ④ $16\sqrt{3} - 34$ ⑤ $16\sqrt{3} - 32$

서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 두 점 $F_1(4, 0)$, $F_2(-6, 0)$ 에 대하여 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 가 $\overline{PF_2} - \overline{PF_1} = 6$ 을 만족시킨다.
 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 F_3 이라 하면 두 점 F_1 , F_3 을 초점으로 하는 타원의 한 꼭짓점은 선분 PF_3 위에 있다. 이 타원의 장축의 길이가 $2a$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

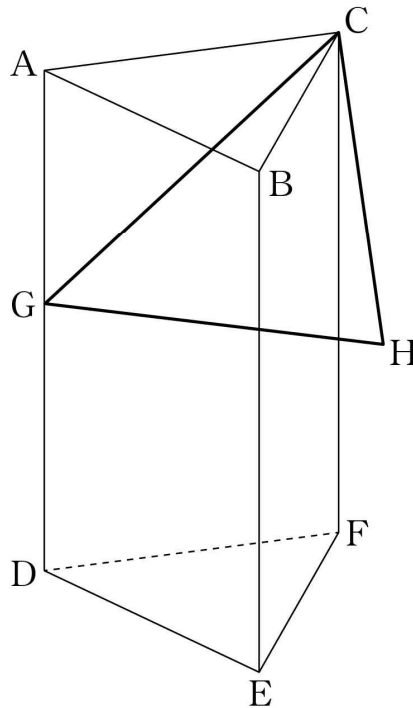


서울특별시교육청 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+2\sqrt{3}$ 인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 와 $\overline{DG}=4$ 인 선분 AD 위의 점 G 가 있다. 점 H 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 CGH 의 평면 $ADEB$ 위로의 정사영은 정삼각형이다.
- (나) 삼각형 CGH 의 평면 DEF 위로의 정사영의 내부와 삼각형 DEF 의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

삼각형 CGH 의 평면 $ADFC$ 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\sqrt[3]{8} \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 = 4, \quad a_7 = 4a_6 - 16$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. $\cos(\pi + \theta) = \frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi + \theta) > 0$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & (x < 2) \\ -x + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

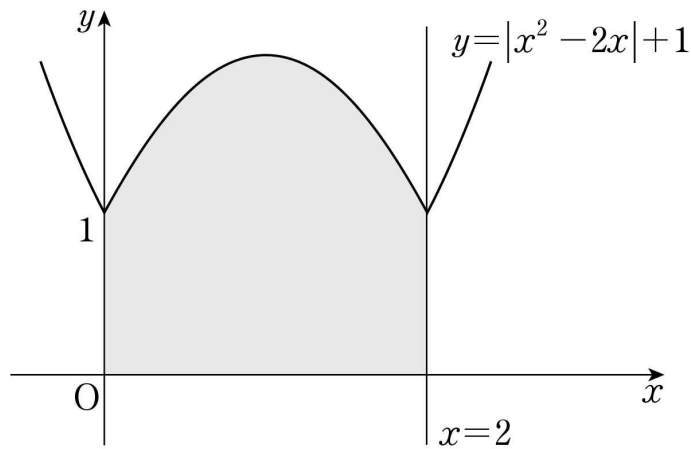
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 함수 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 두 점 $A(m, m+3)$, $B(m+3, m-3)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 곡선 $y = \log_4(x+8) + m - 3$ 위에 있을 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 함수 $f(x) = |x^3 - 3x^2 + p|$ 는 $x = a$ 와 $x = b$ 에서 극대이다.
 $f(a) = f(b)$ 일 때, 실수 p 의 값은?
 (단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
 a_{10} 의 값은? [4점]

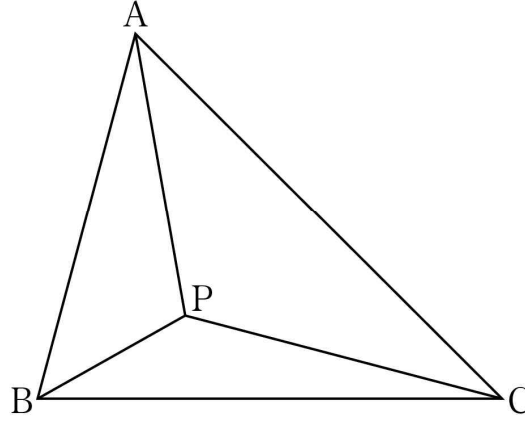
(가) $|a_4| + |a_6| = 8$

(나) $\sum_{k=1}^9 a_k = 27$

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 그림과 같이 $\angle BAC = 60^\circ$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30^\circ$, $\angle PCB = 15^\circ$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]

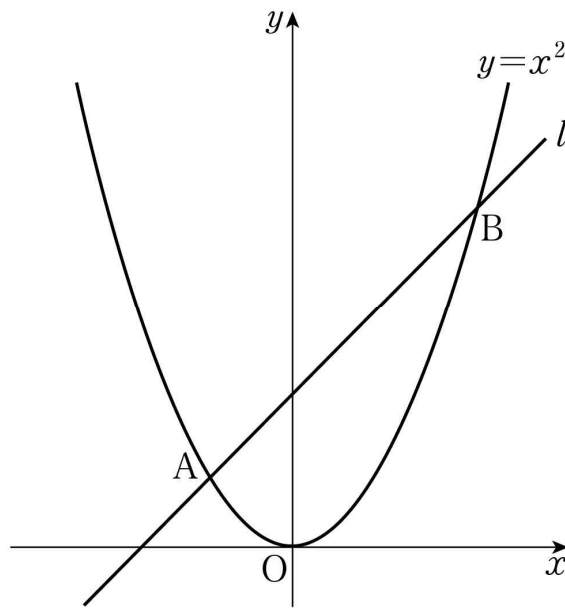


- ① $\frac{3 + \sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 곡선 $y = x^2$ 과 기울기가 1 인 직선 l 이 서로 다른 두 점 A, B 에서 만난다. 양의 실수 t 에 대하여 선분 AB 의 길이가 $2t$ 가 되도록 하는 직선 l 의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 두 함수

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = \sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이고, $0 \leq a \leq 2$ 이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2 = 1$

(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의
모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$ 이다.

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 세 양수 a, b, k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < k) \\ -x^2 + 4bx - 3b^2 & (x \geq k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —————
- ㄱ. $a=1$ 이면 $f'(k)=1$ 이다.
ㄴ. $k=3$ 이면 $a=-6+4\sqrt{3}$ 이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$ 이면 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로
둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} + a_n \text{ 이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) & (a_{n+1} + a_n \text{ 이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, $a_6 = 34$ 가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\log_2 96 - \frac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 직선 $y = 4x + 5$ 가 곡선 $y = 2x^4 - 4x + k$ 에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 5nx + 4n^2 = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 (1 - \alpha_n)(1 - \beta_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 15t + k, \quad v_2(t) = -3t^2 + 9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양의 실수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

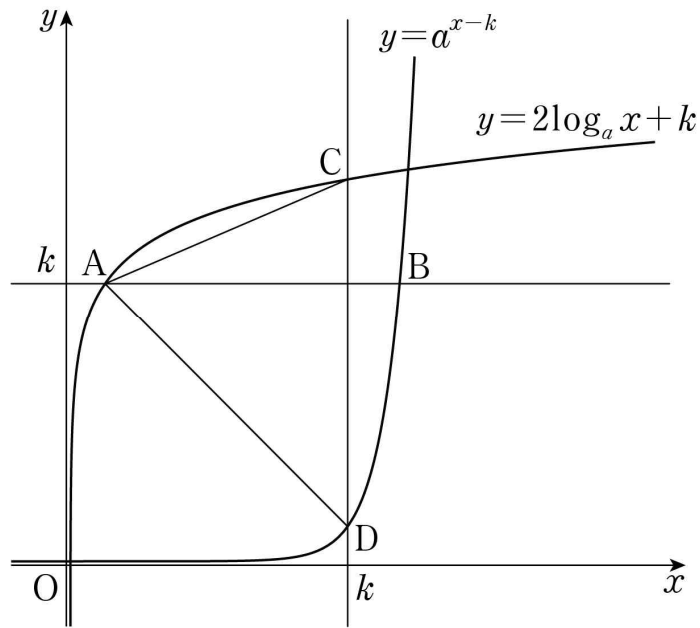
(가) $g'(0) = 0$

(나) $g(x) = \begin{cases} f(x-p) - f(-p) & (x < 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x \geq 0) \end{cases}$

$\int_0^p g(x) dx = 20$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여 직선 $y=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k, y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k, y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} \times \overline{CD} = 85$ 이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x) - t|$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x) - g(k)}{|x - k|}$ 의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k 의 개수를

$h(t)$ 라 하자.

함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{t \rightarrow 4+} h(t) = 5$$

(나) 함수 $h(t)$ 는 $t = -60$ 과 $t = 4$ 에서만 불연속이다.

$f(2) = 4$ 이고 $f'(2) > 0$ 일 때, $f(4) + h(4)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. ${}_3P_2 + {}_3P_2$ 의 값은? [2점]

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 16

② 20

③ 24

④ 28

⑤ 32

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 문자 A, A, A, B, B, B, C, C가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝 모두에 B가 적힌 카드가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

- ① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 방정식 $a+b+c+3d=10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

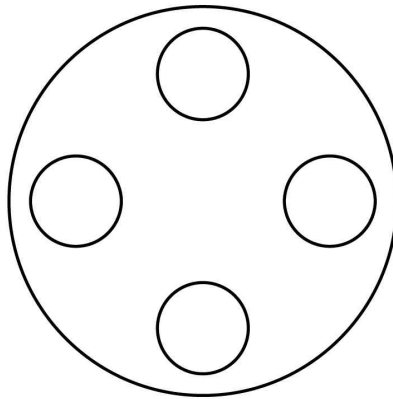
- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가
일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로
다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을
만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은
3 이하이다.

- ① 420 ② 450 ③ 480 ④ 510 ⑤ 540



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을
만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를
모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다.
(나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.
 (나) $f(2) \neq 1$ 이고 $f(4) \times f(5) < 20$ 이다.

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} - 6n}{a_n + 5} = 4$$

일 때, $a_2 - a_1$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1)a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (4n^2 + 1)(a_n + b_n) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)(a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. $a_1 = 3$, $a_2 = -4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} = \frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. $a > 0$, $a \neq 1$ 인 실수 a 와 자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 이 y 축과 만나는 점을 A_n , 직선 $y = n$ 이 곡선 $y = \log_a(x-1)$ 과 만나는 점을 B_n 이라 하자. 사각형 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = \frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 부등식 $x^2 - 4nx - n < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 a_n 이라 하자. 두 상수 p, q 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{na_n} - pn) = q$$

일 때, $100pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - x}{x^{2n} + 1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$2k-2 \leq |x| < 2k$ 일 때,

$$g(x) = (2k-1) \times f\left(\frac{x}{2k-1}\right)$$

이다. (단, k 는 자연수이다.)

$0 < t < 10$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 장축의 길이는? [2점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 포물선 $x^2 = 8y$ 의 초점과 준선 사이의 거리는? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 한 초점이 $F(3, 0)$ 이고 주축의 길이가 4인 쌍곡선

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선 중 기울기가 양수인 것을 l 이라 하자.

점 F 와 직선 l 사이의 거리는? (단, a, b 는 양수이다.) [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 포물선 $y^2 = 4x + 4y + 4$ 의 초점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 포물선과 만나는 두 점을 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ ($c > 0$)인 쌍곡선

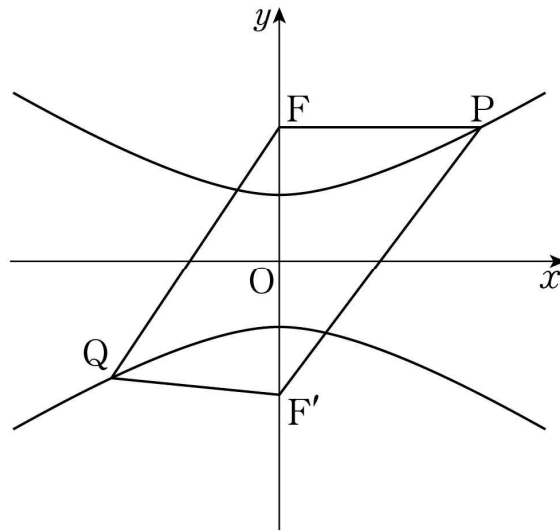
$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = -1$$

이 있다. 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와

쌍곡선 위의 제3사분면에 있는 점 Q가

$$\overline{PF'} - \overline{QF'} = 5, \quad \overline{PF} = \frac{2}{3}\overline{QF}$$

를 만족시킬 때, $\overline{PF} + \overline{QF}$ 의 값은? [3점]

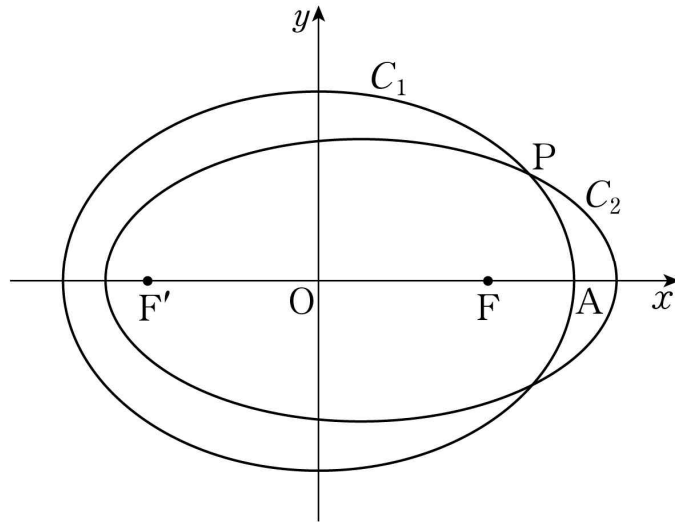


- ① 10 ② $\frac{35}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ 15 ⑤ $\frac{50}{3}$

서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

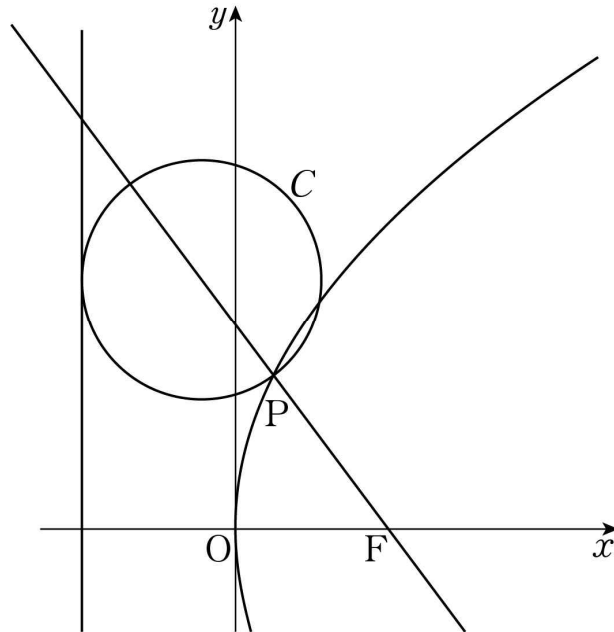
28. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원을 C_1 이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $A(3, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\cos(\angle AFP) = \frac{3}{8}$ 일 때, 삼각형 PFA 의 둘레의 길이는? [4점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{11}{2}$



서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 점 F 를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 C 가 점 P 를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 C 의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$ 의 값을 구하시오. (단, 원 C 의 중심의 x 좌표는 점 P 의 x 좌표보다 작다.) [4점]

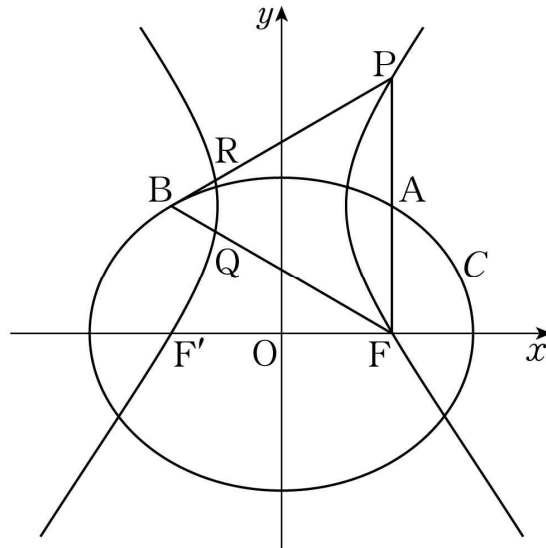


서울특별시교육청 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 C 가 있다. 타원 C 가 두 직선 $x=c$, $x=-c$ 와 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 각각 A , B 라 하자.
 두 초점이 A , B 이고 점 F 를 지나는 쌍곡선이 직선 $x=c$ 와 만나는 점 중 F 가 아닌 점을 P 라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF , BP 와 만나는 점 중 x 좌표가 음수인 점을 각각 Q , R 라 하자.
 세 점 P , Q , R 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 BFP 는 정삼각형이다.
 (나) 타원 C 의 장축의 길이와 삼각형 BQR 의 둘레의 길이의 차는 3이다.

$60 \times \overline{AF}$ 의 값을 구하시오. [4점]



정답 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ④ 2번 ④ 3번 ③ 4번 ② 5번 ② 6번 ①

7번 ③ 8번 ③ 9번 ⑤ 10번 ① 11번 ④ 12번 ②

13번 ① 14번 ⑤ 15번 ⑤ 16번 10 17번 20 18번 18

19번 7 20번 2 21번 84 22번 108

확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ②

29번 150 30번 23

미적분

23번 ① 24번 ③ 25번 ④ 26번 ② 27번 ⑤ 28번 ③

29번 14 30번 10

기하

23번 ③ 24번 ① 25번 ② 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ①

29번 32 30번 7

정답 · 2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ⑤ 2번 ② 3번 ④ 4번 ④ 5번 ① 6번 ③

7번 ② 8번 ③ 9번 ① 10번 ⑤ 11번 ⑤ 12번 ③

13번 ① 14번 ② 15번 ④ 16번 5 17번 24 18번 105

19번 32 20번 70 21번 12 22번 4

확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ⑤ 26번 ① 27번 ③ 28번 ④

29번 65 30번 708

미적분

23번 ② 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ①

29번 28 30번 80

기하

23번 ② 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ④

29번 128 30번 384

정답 · 2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ③ 2번 ② 3번 ③ 4번 ④ 5번 ⑤ 6번 ③

7번 ① 8번 ② 9번 ③ 10번 ⑤ 11번 ④ 12번 ④

13번 ① 14번 ② 15번 ① 16번 5 17번 15 18번 109

19번 80 20번 226 21번 8 22번 82

확률과 통계

23번 ② 24번 ① 25번 ③ 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ④

29번 105 30번 17

미적분

23번 ① 24번 ③ 25번 ⑤ 26번 ② 27번 ④ 28번 ②

29번 20 30번 12

기하

23번 ③ 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ② 27번 ① 28번 ⑤

29번 54 30번 48

정답 · 2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ① 2번 ④ 3번 ① 4번 ② 5번 ⑤ 6번 ①

7번 ③ 8번 ⑤ 9번 ② 10번 ② 11번 ③ 12번 ④

13번 ④ 14번 ⑤ 15번 ③ 16번 4 17번 11 18번 427

19번 18 20번 66 21번 12 22번 729

확률과 통계

23번 ① 24번 ③ 25번 ④ 26번 ⑤ 27번 ② 28번 ⑤

29번 120 30번 45

미적분

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ②

29번 50 30번 25

기하

23번 ⑤ 24번 ① 25번 ③ 26번 ② 27번 ④ 28번 ④

29번 96 30번 100

풀이를 확인해요

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 로그의 정의

$\log_3 x=3$ 을 지수식으로 바꾸면 $x=3^3$ 이에요.
따라서 $x=27$ 이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

$(x+1)^2$ 의 한 부정적분은 $(x+1)^3/3$ 이에요.
0부터 3까지 적분하면 $(4^3-1^3)/3=21$ 이에요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 삼각함수의 주기

$\tan u$ 의 주기는 π 이고 x 의 계수도 π 예요.
따라서 x 에 대한 주기는 $\pi/\pi=1$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 등차수열의 합

$S_1=1-5=-4$ 이므로 $a_1=-4$ 예요.
 $n \geq 2$ 에서 $a_n=S_n-S_{n-1}=2n-6$ 이므로 공차 $d=2$ 예요. 따라서 $a_1+d=-2$ 이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 함수의 연속

$x=1$ 에서 f 의 왼쪽 극한은 1, 오른쪽 극한은 3이에요.
 $p(x)=x^2+ax+b$ 라 하면 곱의 두 극한이 같으려면 $p(1)=3p(1)$, 즉 $p(1)=0$ 이어야 해요.
 $1+a+b=0$ 에서 $a+b=-1$ 이에요. 실제 함수값도 0이 되어 연속이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 지수함수와 거리

$6^{-a}=t>0$ 으로 놓으면 A와 B의 x 좌표 차이는 1, y 좌표 차이의 크기는 $t-t/6=5t/6$ 이에요.
한 변이 1인 정사각형의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로 $1+(5t/6)^2=2$ 예요.
 $t>0$ 에서 $t=6/5$ 이고 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 절댓값함수의 미분가능성

꺾이는 점은 $x=-3$ 이에요. $h(x)=|x+3|(2x+a)$ 의 이 점에서 오른쪽 미분계수는 $a-6$, 왼쪽 미분계수는 $-(a-6)$ 이에요.
두 값이 같으려면 $a-6=0$ 이므로 $a=6$ 이에요. 이 값에서는 $h(x)=2(x+3)|x+3|$ 로 미분가능하고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 로그함수와 절댓값

$|\log_2(k-x)|=|\log_2 x|$ 이므로 두 로그가 같거나 서로 반대예요. 같은 경우는 $x=k/2$ 예요.
반대인 경우에는 $x(k-x)=1$ 이므로 바깥 두 교점의 x 좌표는 $(k \pm \sqrt{k^2-4})/2$ 예요.
두 바깥 좌표의 차이가 $2\sqrt{3}$ 이므로 $\sqrt{k^2-4}=2\sqrt{3}$, $k=4$ 예요. 두 좌표의 합도 k 이므로 4, 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 수열의 귀납적 정의

$a_{n+1}=2n-a_n$ 을 다음 식에 넣으면 $a_{n+2}=a_n+2$ 예요.
따라서 짝수 번호 항들은 공차 2인 등차수열이고 $a_{22}=a_2+20$ 이에요.
 $a_1+a_2=2$ 이므로 $a_1+a_{22}=22$ 예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 절댓값과 극값

$H(x)=(x-a)f(x)$ 는 최고차항 계수가 1인 삼차식이에요. $|H|$ 가 $x=3$ 에서만 미분불가능하고 $a<3$ 이므로 a 는 H 의 종근, 3은 단순근이어야 해요. 따라서 $H=(x-a)^2(x-3)$, $f=(x-a)(x-3)$ 이에요.
 $x<3$ 에서 $g(x)=(x-a)^2(3-x)$ 이에요. 가운데 극댓점은 $x=(a+6)/3$ 이고 극댓값은 $4(3-a)^3/27$ 이에요.
이 값이 32이므로 $3-a=6$, $a=-3$ 이에요. $f(4)=(4+3)(4-3)=7$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각함수와 교점 수

$s=\sin(k\pi/6)$ 이라 두면 첫 구간의 교점 조건은 $\sin x=s$ 예요. 둘째 구간에서도 $2s-\sin x=s$ 이므로 같은 조건이 나와요.
따라서 구간을 나눈 위치와 관계없이 $[0,2\pi]$ 에서 $\sin x=s$ 의 해를 세면 돼요.
 $k=1,2,4,5$ 에서는 $0<s<1$ 이므로 각각 두 개, $k=3$ 에서는 $s=1$ 이므로 한 개예요. 합은 9이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 원의 접선과 극한

$d=OP$ 라 하면 두 접점을 잇는 현 AB 는 OP 에 수직이고 원점에서 현까지의 거리는 $4/d$ 예요. 같은 밑변 AB 에 대한 두 삼각형의 높이를 비교하면 $T/S=(d-4/d)/(4/d)=(d^2-4)/4$ 예요.
 $P=(t,t^2-4)$ 이므로 $d^2-4=t^2+(t^2-4)^2-4=(t^2-3)(t-2)(t+2)$ 이에요.
첫 극한은 $(t^2-3)(t+2)/4$ 의 $t \rightarrow 2+$ 극한이므로 1이에요. 둘째 극한은 $(t^4-7t^2+12)/\{4(t^4-2)\}$ 의 무한대 극한이므로 $1/4$ 이에요.
두 값을 더하면 $5/4$ 이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 역함수와 도함수의 부호

$2f(x)=g(x)-g(-x)$ 에서 $f(x)=x^3+bx$ 예요. 삼차함수 g 가 역함수를 가지려면 실수 전체에서 증가해야 하므로 $g'(x)=3x^2+2ax+b$ 가 음수가 될 수 없어요. 따라서 $a^2 \leq 3b$ 이고 $\neg$ 은 참이에요.
이로부터 $b \geq 0$ 이므로 $f'(x)=3x^2+b=0$ 은 서로 다른 두 실근을 가질 수 없어요. $\neg$ 은 거짓이에요.
 $f'=0$ 이 실근을 가지면 $b=0$ 이고 $a^2 \leq 0$ 에서 $a=0$ 이에요. 이때 $g'(1)=3$ 으로 1이 아니므로 $\neg$ 도 거짓이에요.
참인 것은 $\neg$ 뿐이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 등비수열과 도형

기울기 $1/2$ 인 직선과 수직선분이 만드는 직각삼각형에서 $R_{n+1}Q_{n+1}=(1/2)P_nP_{n+1}$ 이에요. 따라서 $p=1/2$ 예요.
 $P_nQ_n=P_nP_{n+1}$ 이고 다음 수직길이는 앞선 길이의 $3/2$ 배예요. 처음 길이가 1이므로 $f(n)=(3/2)^{n-1}$ 이에요.
 P_1P_n 은 앞선 길이들을 더해 $g(n)=2\{(3/2)^{n-1}-1\}$ 이에요.
 $f(6p)+g(8p)=f(3)+g(4)=9/4+19/4=7$ 이에요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 연속 조건과 정적분

$f(0)=f'(0)=0$ 이므로 $f(x)=4x^3+bx^2$ 로 놓아요. $F(x)=\int_0^x f(t)dt=x^4+(b/3)x^3$ 이에요.
 접합점에서 연속이려면 $F(c)+5=|F(c)-13/3|$ 이에요. 절댓값의 두 경우를 나누면 가능한 식은 $F(c)=-1/3$ 뿐이에요.
 F 는 $x=-b/4$ 에서 유일한 최솟값 $-b^4/768$ 을 가져요. $F(c)=-1/3$ 의 실근이 하나하려면 이 높이가 최솟값과 같아야 하므로 $b^4=256$, $b=\pm 4$ 예요.
 $b=4$ 이면 $c=-1$ 이고 $g(1)=|7/3-13/3|=2$ 예요. $b=-4$ 이면 $c=1$ 이고 $g(1)=|-1/3-13/3|=14/3$ 이에요.
 따라서 최댓값은 $14/3$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 미분계수

$f'(x)=4x+a$ 예요.
 $x=2$ 에서 미분계수가 18이므로 $8+a=18$, $a=10$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 속도와 이동거리

속도 $12-4t$ 는 $t=3$ 에서 부호가 바뀌어요. 처음 3초 동안 거리는 $\int_0^3 (12-4t)dt=18$ 이에요.
 3초부터 4초까지는 반대 방향이므로 거리는 $-\int_3^4 (12-4t)dt=2$ 예요. 합은 20이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 지수함수와 넓이

$x=1$ 에서 두 점의 높이 차이는 $n-2$ 이고 $x=2$ 에서는 n^2-4 예요. 두 수직선 사이 거리는 1이에요.
 사다리꼴 넓이는 $\{(n-2)+(n^2-4)\}/2=(n^2+n-6)/2$ 예요.
 18 이하라는 조건은 $(n+7)(n-6)\leq 0$ 이에요. $n\geq 3$ 인 자연수는 3,4,5,6이고 합은 18이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 주기수열의 합

$a_1=A$, $a_2=B$ 라 하면 첫 여섯 항은 $A, B, A-3, B+3, A-6, B+6$ 이에요. 여섯 항의 합은 $3(A+B)$ 이에요.
 수열의 주기가 6이고 $32=5\times 6+2$ 이므로 첫 32항의 합은 $15(A+B)+(A+B)=16(A+B)$ 이에요.
 $16(A+B)=112$ 에서 $a_1+a_2=7$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 대칭인 다항함수와 넓이

$f(1-x)=-f(1+x)$ 이므로 점 $(1,0)$ 에 대한 점대칭이에요. 최고차항 계수가 1인 삼차식은 $f(x)=(x-1)^3+p(x-1)$ 로 쓸 수 있어요.
 $f(0)=0$ 에서 $p=-1$ 이므로 $f(x)=x^3-3x^2+2x$ 예요. 다른 곡선과의 차는 $f(x)+6x^2=x(x+1)(x+2)$ 여서 교점의 x 좌표는 $-2, -1, 0$ 이에요.
 $u=x+1$ 로 옮기면 차는 u^3-u 가 돼요. 두 부분의 넓이는 같으므로 $S=2\int_0^1 (u-u^3)du=1/2$ 예요.
 따라서 $4S=2$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 원의 성질과 코사인법칙

AD 가 각의 이등분선이므로 두 원주각 $\angle BAD$ 와 $\angle DAC$ 가 같아요. 따라서 같은 원에서 대응하는 현 BD 와 CD 의 길이도 같아요.
 $r=AD$, $\theta=\angle DAC$ 로 놓고 두 삼각형에 코사인법칙을 쓰면 $BD^2=r^2+36-12r\cos\theta$, $CD^2=r^2+64-16r\cos\theta$ 예요.
 두 값이 같으므로 $4r\cos\theta=28$, $r\cos\theta=7$ 이에요. AE 는 AD 의 AC 방향 정사영이므로 $k=7$ 이고 $12k=84$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 조각함수의 미분가능성

$x < 0$ 또는 $x > 2$ 에서는 $g = |f| - a$ 이고, $0 < x < 2$ 에서는 $g = a - |f|$ 예요. $x = 0, 2$ 에서 연속이려면 $|f(0)| = |f(2)| = a$ 예요.
 $a > 0$ 이므로 두 점에서 f 는 0이 아니예요. 양쪽 g 의 도함수가 반대 부호로 연결되므로 미분가능하려면 $f'(0) = f'(2) = 0$ 이어야 해요.
 최고차항 계수가 1이므로 $f'(x) = 3x(x-2)$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + C$ 예요. $|C| = |C-4|$ 에서 $C = 2$ 이고 $a = 2$ 예요.
 $3a = 6$ 은 바깥 구간이므로 $g(6) = |216 - 108 + 2| - 2 = 108$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 이항분포

이항분포 $B(n, p)$ 의 기댓값은 np 예요.
 $E(X) = 60 \times 5/12 = 25$ 이므로 네 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 확률의 덧셈정리

$P(A^c) = 1 - 1/3 = 2/3$ 이므로 $(2/3)P(B) = 1/6$ 에서 $P(B) = 1/4$ 예요.
 두 사건은 배반이므로 $P(A \cup B) = 1/3 + 1/4 = 7/12$ 예요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 중복조합

A와 B에게 먼저 2권씩 주면 공책 6권이 남아요.
 남은 6권을 네 학생에게 0권도 가능하게 나누는 수는 ${}_4H_6 = {}_9C_3 = 84$ 가지예요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 최대공약수와 확률

최대공약수가 짝수인 것은 두 수가 모두 짝수일 때와 같아요.
 두 번 모두 짝수가 나올 확률은 $(3/6)^2 = 1/4$ 이에요. 따라서 최대공약수가 홀수일 확률은 $1 - 1/4 = 3/4$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 정규분포

표준편차가 같은 두 정규분포의 밀도함수는 두 평균의 가운데 $x = (8+12)/2 = 10$ 에서 만나요.
 따라서 $P(8 \leq Y \leq a) = P(-2 \leq Z \leq -1)$ 이에요. 대칭성을 쓰면 $P(1 \leq Z \leq 2)$ 와 같아요.
 표에서 $0.4772 - 0.3413 = 0.1359$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 조건부확률과 함수

각 쌍에서 $f(2n-1) < f(2n)$ 이므로 두 함수값을 여덟 수 중에서 고르면 작은 수의 자리가 자동으로 정해져요. 각 쌍의 경우는 ${}_8C_2 = 28$ 가지이고 전체는 28^4 가지예요.
 $f(1) = f(5) = v$ 로 고정하면 $f(2), f(6)$ 는 각각 v 보다 큰 수를 골라야 해요. 따라서 $(8-v)^2$ 가지이고 v 는 1부터 7까지예요.
 나머지 두 쌍은 각각 28가지이므로 확률은 $\{(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2)\} / 28^2 = (1^2 + \dots + 7^2) / 784 = 140 / 784 = 5/28$ 이에요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 중복순열과 포함배제

일의 자리와 백의 자리의 공통 숫자를 고르면 3가지예요.
 그 숫자를 d 라 하면 남은 네 자리에서 다른 두 숫자가 모두 한 번 이상 나와야 해요. 전체 3^4 에서 한 숫자가 빠진 2^4 을 두 번 빼고,
 두 숫자가 모두 빠진 한 경우를 다시 더해요.
 따라서 $3 \times (3^4 - 2 \times 2^4 + 1) = 3 \times 50 = 150$ 개예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 독립확률변수의 합과 분산

한 번 꺼낸 숫자를 Y 라 해요. $P(X=4)=P(Y=1)^4=1/81$ 에서 $P(Y=1)=1/3$ 이에요. $16P(X=16)=1/81$ 에서 $P(Y=4)=1/6$ 이에요.
 $E(X)=4E(Y)=9$ 이므로 $E(Y)=9/4$ 예요. 나머지 확률 p_2, p_3 는 $p_2+p_3=1/2$, $2p_2+3p_3=5/4$ 를 만족해 각각 $1/4$ 이에요.
 $E(Y^2)=1/3+4/4+9/4+16/6=25/4$ 이에요. $V(Y)=25/4-(9/4)^2=19/16$ 이에요.
 복원하여 네 번 독립 시행하므로 $V(X)=4V(Y)=19/4$ 예요. 따라서 $p+q=4+19=23$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 정적분

$6/x^2$ 의 한 부정적분은 $-6/x$ 예요.
 따라서 주어진 적분은 $(-6/4)-(-6/2)=3/2$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 급수의 수렴

급수가 수렴하므로 일반항 $(a_n - 4n)/n$ 은 0으로 수렴해요. 즉 $a_n/n \rightarrow 4$ 예요.
 분자와 분모를 n 으로 나누면 $(5+a_n/n)/(3-1/n) \rightarrow (5+4)/3=3$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 운동

$x'(t)=\ln t+1$ 이고 $y'(t)=4(\ln t-1)/(\ln t)^2$ 예요.
 $t=e^2$ 에서 속도 성분은 각각 3과 1이므로 속력은 $\sqrt{(3^2+1^2)}=\sqrt{10}$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 등비급수와 도형

$A_1=(0,0)$, $B=(2,0)$ 으로 놓으면 접선 A_1C_1 은 $y=x/\sqrt{3}$ 이에요. 작은 반원의 반지름을 r , 중심의 x 좌표를 c 라 하면 $c+r=2$ 이고 직선
 까지의 거리 $c/2=r$ 이므로 $r=2/3$ 이에요. 따라서 다음 단계의 길이비는 $2/3$, 넓이비는 $4/9$ 예요.
 큰 반원에서 현 A_1C_1 위쪽 활꼴의 중심각은 $2\pi/3$ 이에요. 그 넓이는 $\pi/3-\sqrt{3}/4$ 이므로 직선 아래쪽의 넓이는
 $\pi/2-(\pi/3-\sqrt{3}/4)=\pi/6+\sqrt{3}/4$ 예요.
 작은 반원의 넓이 $2\pi/9$ 를 빼면 첫 색칠 넓이는 $\sqrt{3}/4-\pi/18$ 이에요. 이후 같은 모양이 겹치지 않게 더해지므로 극한은
 $(\sqrt{3}/4-\pi/18)/(1-4/9)=(9\sqrt{3}-2\pi)/20$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 역함수의 적분

f 는 엄격히 감소하므로 $f(-1)=1$, $f(3)=-2$ 예요. 역함수 적분에서 $y=f(x)$ 로 치환하면 x 의 범위가 3에서 -1로 바뀌어요.
 따라서 $\int_{(-2부터 1까지)} f^{-1}(y)dy=[xf(x)](3부터 -1까지)-\int_{(3부터 -1까지)} f(x)dx$ 예요.
 값은 $\{-1-(-6)\}+3=8$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 삼각함수의 극한과 도형

$B=(0,0)$, $C=(2,0)$, $A=(\cos\theta, \sin\theta)$ 로 놓고 $AC=L=\sqrt{(5-4\cos\theta)}$ 라 해요. 각의 이등분선 정리에 따라 $BE=2/(1+L)$ 이므로
 $f(\theta)=\sin\theta/(1+L)$ 이에요.
 D 는 BC 의 중점이므로 $D=(1,0)$ 이에요. $F=(1+t \cos\theta, t \sin\theta)$ 로 놓고 A, E, F 가 일직선이라는 조건을 쓰면 $t=(1-L)/2$ 를 얻어요. 따
 라서 $g(\theta)=(L-1)\sin\theta/4$ 예요.
 $g(\theta)/f(\theta)=(L^2-1)/4=1-\cos\theta$ 이므로 구하는 극한은 $\lim (1-\cos\theta)/\theta^2=1/2$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수 적분과 대칭

조건 (가)의 적분은 $2/a$ 이므로 $a > 0$ 이고 $a \leq 4$ 예요. 조건 (나)에서 $t \rightarrow 1^-$ 로 보내면 두 적분의 차는 $2 \int_0^1 \sin(ax) dx = 0$ 이 돼요.

따라서 $1 - \cos(3a\pi) = 0$, 즉 $a = 2n/3$ 인 양의 정수 n 이어야 해요. $0 < a \leq 4$ 이므로 $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 이에요.

이 값들은 $[0, 3\pi]$ 안에 정확히 n 개의 완전한 사인 주기를 만들어요. 각 주기에서 양수와 음수 부분이 대응하므로 모든 $0 < t < 1$ 에 대해 조건 (나)를 만족해요.

합은 $(2/3)(1+2+3+4+5+6) = 14$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 역함수와 합성함수 미분

f 는 홀함수이고 $f(0) = 0$ 이므로 $h(0) = 0$ 이에요. $u = -f(2) > 0$ 이라 하면 $g(2) = 0$ 에서 $f(u) = -2$ 예요. $u = (8a+2b)/5$ 로부터 $b = (5u-8a)/2$ 를 대입하면 $(u^2-4)(au+1/2) = 0$ 이므로 $u = 2$, 즉 $4a+b = 5$ 예요.

$p = f'(2)$ 라 하면 $f(2) = -2$ 와 도함수의 짝함수 성질에 따라 $(f^{-1})'(2) = 1/p$ 예요. 따라서 $g'(2) = p - 1/p$, $h'(2) = p^2 - 1$ 이고 조건 (나)는 $(p^2-1)(1/p+5) = 0$ 이 돼요.

$f' < 0$ 이므로 $p < 0$ 이에요. $p = -1$ 이면 $f'(2) = (3-8a)/5$ 에서 $a = b = 1$ 이 되어 제외돼요. 따라서 $p = -1/5$, $a = 1/2$, $b = 3$ 이에요.

이때 $f'(x) = -(x^4 - 3x^2 + 6)/(2(x^2 + 1)^2) < 0$ 이라 전 구간 조건도 만족해요. 구하는 값은 $4(3 - 1/2) = 10$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 평행

평행한 두 벡터의 성분으로 만든 행렬식은 0이에요.

$9(m-2) - 3(2m+1) = 0$ 을 풀면 $3m - 21 = 0$ 이므로 $m = 7$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 공간좌표의 내분

P 는 $z = 0$ 인 점이므로 z 좌표 -2 와 1 사이를 $2:1$ 로 내분해요. 따라서 $AP = (2/3)AB$ 예요.

$AB = \sqrt{(3^2 + 3^2 + 3^2)} = 3\sqrt{3}$ 이므로 $AP = 2\sqrt{3}$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 이차곡선의 접선

기울기가 $1/2$ 인 타원의 접선을 $y = x/2 + c$ 라 하면 $c^2 = 36(1/2)^2 + 16 = 25$ 예요.

포물선 $y^2 = ax$ 의 기울기 m 인 접선은 $y = mx + a/(4m)$ 이므로 여기서는 절편이 $a/2$ 예요. $a > 0$ 이므로 $c = 5$, $a = 10$ 이에요.

포물선의 초점은 $(a/4, 0)$ 이므로 x 좌표는 $5/2$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 평면벡터와 도형

두 밑각이 같으므로 등변사다리꼴이에요. $B = (0, 0)$, $C = (4, 0)$, $A = (1, h)$, $D = (3, h)$ 로 놓을 수 있어요.

AB 벡터 + AC 벡터 = $(2, -2h)$ 이므로 $4 + 4h^2 = 20$, $h^2 = 4$ 예요.

따라서 $BD = \sqrt{(3^2 + h^2)} = \sqrt{13}$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 구와 평면의 교선

xy 평면의 교선 원 반지름은 5 이므로 중심 A 의 z 좌표 제곱은 $8^2 - 5^2 = 39$ 예요. $OA^2 = 49$ 이므로 A 에서 z 축까지 거리의 제곱은 $49 - 39 = 10$ 이에요.

구의 중심에서 z 축에 내린 수선은 현 BC 를 이등분해요. 따라서 $(BC/2)^2 = 8^2 - 10 = 54$ 예요.

$BC = 2\sqrt{54} = 6\sqrt{6}$ 이에요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 벡터의 내적과 좌표

$PC=1$ 로 크기를 맞추고 $P=(0,0)$, $C=(1,0)$, $A=(0,3)$ 으로 놓아요. 조건 (나)에서 PB 벡터의 x 성분은 -2 이고 $|PB|=2\sqrt{2}$ 예요. 따라서 $B=(-2, \pm 2)$ 인데 P 가 삼각형 내부에 있으려면 $B=(-2, -2)$ 예요. 직선 BC 와 $x=0$ 의 교점 D 는 $(0, -2/3)$ 이에요. $PD=2/3$ 이고 $AD=3+2/3=11/3$ 이므로 $k=(11/3)/(2/3)=11/2$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 쌍곡선과 각의 이등분선

$PF=u$ 라 하면 쌍곡선의 정의에 따라 $PF'=u+2$ 예요. 각의 이등분선 정리에서 $PQ:QF=PR:RF=3:4$ 예요. 직각삼각형 PQF 의 세 변을 $3k, 4k, 5k$ 로 놓으면 $u=5k$ 이고 $F'Q=PF'-PQ=2k+2$ 예요. $FF'=2\sqrt{17}$ 이므로 직각삼각형 $F'QF$ 에서 $(2k+2)^2+(4k)^2=68$ 이에요. $5k^2+2k-16=0$ 의 양의 해는 $k=8/5$ 예요. 따라서 $PF'=10$, $QF=32/5$ 이고 삼각형 $PF'F$ 의 넓이는 $(1/2) \times 10 \times (32/5)=32$ 예요.

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 공간도형의 정사영

E 가 지름 CD 인 원 위에 있으므로 $CE \perp DE$ 예요. $E=(0,0,0)$, $D=(0,4,0)$, $C=(c,0,0)$, $B=(c-4,0,0)$, $H=(0,h,0)$, $A=(0,h,z)$ 로 놓아요. $AB=AC=4$ 에서 $c=2$ 와 $h^2+z^2=12$ 를 얻어요. 각 AEH 와 DAH 의 탄젠트가 같으므로 $z/h=(4-h)/z$, 즉 $z^2=h(4-h)$ 예요. 앞 식과 합치면 $h=3$, $z=\sqrt{3}$ 이에요. 따라서 삼각형 AHD 의 넓이는 $\sqrt{3}/2$ 예요. 평면 AHD 의 법선벡터는 $(1,0,0)$ 이에요. 평면 ABD 의 법선벡터는 $(D-A) \times (B-A)=(-4\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 2)$ 이고 길이는 8 이에요. 두 평면 사이 각의 코사인은 $\sqrt{3}/2$ 예요. 정사영 넓이는 $(\sqrt{3}/2) \times (\sqrt{3}/2)=3/4$ 이므로 $p+q=4+3=7$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

$3\sqrt{3}=3^{3/2}$ 이므로 $(3\sqrt{3})^{1/3}=3^{1/2}$ 이에요. 같은 밑의 지수를 더하면 $3^{1/2+3/2}=9$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 다항함수의 미분

$f'(x)=3x^2+4x+3$ 이에요. $x=-1$ 을 대입하면 $3-4+3=2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등차수열

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면 $a+3d=6$ 이고 $2(a+6d)=a+18d$ 예요. 두 번째 식에서 $a=6d$ 이고 첫 식에 대입하면 $d=2/3$, $a=4$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 좌우극한

x 가 -1 의 오른쪽에서 다가가면 그래프는 높이 0 으로 다가가요. x 가 1 의 왼쪽에서 다가가면 높이 1 로 다가가므로 합은 1 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수

$\cos\theta \tan\theta = \sin\theta = 1/2$ 이고 θ 는 제2사분면에 있으므로 $\cos\theta = -\sqrt{3}/2$ 예요. $\tan\theta = -1/\sqrt{3}$ 이므로 합은 $-\sqrt{3}/2 - \sqrt{3}/3 = -5\sqrt{3}/6$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 평균변화율과 미분계수

평균변화율은 $f(a+1)-f(a)=4a-1=7$ 이므로 $a=2$ 예요.
주어진 극한은 $2f'(a)=2(4a-3)=10$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

$f'(3)=2$ 이므로 접선은 $y=2x-3$ 이에요. 곡선과 접선의 높이 차이는 $x^2-6x+9=(x-3)^2$ 예요.
넓이는 $\int (0부터\ 3까지)(x-3)^2dx=9$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 삼각함수의 그래프

한 주기 안에서 $\cos(ax)=1/2$ 인 두 x 좌표는 $\pi/(3a), 5\pi/(3a)$ 예요.
따라서 $AB=4\pi/(3a)=8/3$ 이므로 $a=\pi/2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 속도와 이동거리

위치가 같으므로 $\int (0부터\ 6까지)(3t^2+at)dt=216+18a=0, a=-12$ 예요.
속도는 $3t(t-4)$ 이므로 $0<t<4$ 에서 음수, $4<t<6$ 에서 양수예요. 원점 기준 변위 t^3-6t^2 는 $t=4$ 에서 $-32, t=6$ 에서 0 이에요.
이동거리는 $32+32=64$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 합성함수의 최솟값

$f(x)=(x+1)^2+k-1$ 의 치역은 $[k-1, \infty)$ 예요. $g'(t)=6(t-1)(t-2)$ 이므로 $t=2$ 에서 극솟값 2 를 가져요.
 $g(t)-2=(t-2)^2(2t-1)$ 이므로 구간 $[k-1, \infty)$ 에서 최솟값이 2 가 되려면 $1/2 \leq k-1 \leq 2$ 여야 해요.
따라서 k 의 최솟값은 $3/2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 지수로그함수와 도형

$B=(k, b)$ 라 하면 기울기 -1 과 $BC=2\sqrt{2}$ 에서 $C=(k-2, b+2), A=(k, b+8)$ 이에요. 지수함수 식으로 $2^{k-3}+1=b+2, 2^{k-1}+1=b+8$ 을 얻어요.
두 식에서 $2^{k-3}=2$ 이므로 $k=4, b=1$ 이에요. $\log_2(4-a)=1$ 에서 $a=2$ 이므로 $D=(3, 0), C=(2, 3), A=(4, 9), B=(4, 1)$ 이에요.
삼각형 ABC 의 넓이는 8 이고 삼각형 CBD 의 넓이는 2 이므로 사각형 $ACDB$ 의 넓이는 10 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 연속함수와 다항식

분모가 0 인 $x=1, a$ 에서 연속하려면 $g(1)=g(a)=0$ 이에요. $x=2$ 에서 분모의 좌우극한 -1 과 $2a-4$ 가 다르므로 $g(2)=0$ 이어야 해요. 따라서 $g(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$ 예요.
약분하면 $h(1)=(1-a)/2$ 이고 $h(a)=-(a-1)(a-2)/a$ 예요. 두 값이 같고 $a>2$ 이므로 $1/2=(a-2)/a$ 에서 $a=4$ 예요.
 $h(1)=-3/2, h(3)=-(3-1)(3-2)/3=-2/3$ 이므로 합은 $-13/6$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 등차수열의 합과 절댓값

첫째항을 $a>0$, 공차를 d 라 하면 $S_3=3a+3d, S_6=6a+15d$ 예요. $S_3=S_6$ 이면 $a=-4d$ 이고 $d<0$ 이에요. $|S_3|=|S_{11}|-3$ 에서 $-9d=-11d-3$ 이므로 $d=-3/2, a=6$ 이에요.
 $S_3=-S_6$ 이면 $a=-2d$ 이고 $d<0$ 이에요. 이때 $-3d=-33d-3$ 이므로 $d=-1/10, a=1/5$ 이에요.
가능한 첫째항의 합은 $6+1/5=31/5$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 삼차방정식의 실근

ㄱ: $k=0$ 에서 $f+g=x^3+2x^2+4$ 의 극대·극솟값이 모두 양수이므로 실근은 하나예요. 참이에요.
 ㄴ: $f-g=x^3-2x^2-kx+8$ 의 중근을 r 라 하면 $k=3r^2-4r$ 이고 $r^3-r^2-4=(r-2)(r^2+r+2)=0$ 이에요. 따라서 $r=2$, $k=4$ 하나뿐이에요. 참이에요.
 ㄷ: $|f|=g$ 의 해는 $|x| \geq 1$ 에서 $f-g=0$ 또는 $f+g=0$ 인 점이에요. $k < 4$ 이면 두 식에서 합해 최대 2개, $k=4$ 이면 최대 3개, $4 < k < 7$ 이면 최대 4개예요. $k=7$ 에서는 $f+g=(x-1)^2(x+4)$ 이고 $x=1$ 이 두 식의 공통근이므로 모두 4개예요.
 $k > 7$ 에서는 두 삼차식이 각각 $(0,1)$ 에 한 근을 가져 그 근이 제외되고, 나머지는 식마다 2개씩이므로 최대 4개예요. 5개는 불가능해 ㄷ은 거짓이에요. 따라서 ㄱ, ㄴ을 골라요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 원에 내접하는 사각형

삼각형 ABD에서 $BD^2=2^2+3^2-2 \times 2 \times 3 \cos(\pi/3)=7$ 이에요. $\angle BCD=2\pi/3$ 이고 $BC=2$ 이므로 $7=4+CD^2+2CD$ 에서 $CD=1$ 이에요. 따라서 $p=1$ 이에요.
 닮음비 $AB:CD=2:1$ 이므로 $EA=2EC$, $EB=2ED$ 예요. $ED=q$ 로 놓으면 $EA=q+3$, $EC=(q+3)/2$, $EB=EC+2=2q$ 이므로 $q=7/3$ 이에요.
 삼각형 ECD의 사인법칙에서 $r=\sin\theta=CD \sin(2\pi/3)/ED=3\sqrt{3}/14$ 예요. 따라서 $(p+q)r=(1+7/3) \times 3\sqrt{3}/14=5\sqrt{3}/7$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 성질

밑변환으로 첫 항은 $\log_2 72$ 예요. 두 번째 항은 $\log_2((\sqrt{6}/2)^4)=\log_2(9/4)$ 이에요.
 따라서 전체는 $\log_2(72 \div (9/4))=\log_2 32=5$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 절댓값과 정적분

$x < 0$ 에서는 $|x|=-x$ 이므로 -3 부터 -2 까지의 적분이 서로 없어져요. 남은 것은 $\int_{-2}^0 (2x^3-6x)dx + \int_0^2 (2x^3+6x)dx$ 예요.
 홀함수 $2x^3$ 의 대칭 적분은 0이고 나머지 두 삼각형의 넓이 합은 $12+12=24$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 수열의 합과 부등식

양끝 등비수열의 합은 각각 31과 242이고, 가운데 홀수의 합은 n^2 이에요.
 $31 < n^2 < 242$ 이므로 $n=6,7,\dots,15$ 예요. 이들의 합은 $(6+15) \times 10/2=105$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 다항함수의 최솟값

상수항을 뺀 함수의 도함수는 $12x(x-2)(x+1)$ 이에요. 극값 후보 $-1,0,2$ 에서 함숫값은 $-5,0,-32$ 예요.
 최솟값은 -32 이므로 전체가 항상 0 이상이라면 $k \geq 32$ 예요. 최솟값은 32예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 점화식의 역추적

$a_1=a$ 라 하면 $a_2=a-2 < 0$, $a_3=4-2a > 0$, $a_4=2-2a < 0$, $a_5=4a-4$ 예요.
 $a < 3/2$ 이면 $a_6=4a-6 < 0$, $a_7=12-8a$ 예요. $a_7=-1$ 을 풀면 $a=13/8$ 이라 이 범위에 맞지 않아요.
 $a \geq 3/2$ 이면 $a_6=4a-6 \geq 0$ 이고 $a_7=4a-8$ 이에요. 따라서 $a=7/4$ 로 조건을 만족하고 $40a_1=70$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수로그 방정식의 접점

대칭이동 조건에서 $b = \log_2(a+2) + k$, $a = 4^{b+k} + 2$ 예요. 첫 식을 바꾸면 $a = 2^{b-k} - 2$ 예요.
 $u = 2^b > 0$ 으로 놓으면 $4^k u^2 - 2^{-k} u + 4 = 0$ 이에요. A가 하나뿐이므로 판별식 $2^{-2k} - 16 \times 2^{2k} = 0$ 에서 $k = -1$ 이에요.
 중근은 $u = 4$ 이므로 $b = 2$, $a = 4^{2-1} + 2 = 6$ 이에요. 따라서 $ab = 12$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 적분으로 정의된 함수

조건 (가)에 $x = 2a$ 를 넣으면 $g(2a) = 0$ 이에요. $x|g(x)|$ 를 미분하면 $(a-x)f(x)$ 예요. f 의 연속성 때문에 0이 아닌 단순근에서는 절댓값의 꺾임이 생길 수 없어요. 따라서 $2a$ 는 중근이고, 상수항이 0인 일계수 삼차식은 $g(x) = x(x-2a)^2$ 예요.
 미분식을 정리하면 $f(x) = 4|x|(2a-x)$ 예요. $g(f(x)) = 0$ 은 $f(x) = 0$ 또는 $f(x) = 2a$ 예요. $f = 0$ 의 해는 0, $2a$ 두 개이고, $f = 2a$ 는 음수 구간에서 한 해를 가져요.
 $0 < x < 2a$ 에서 f 의 최댓값은 $4a^2$ 예요. 전체 해가 4개가 되려면 이 구간에서 $f = 2a$ 의 해가 한 개, 즉 $4a^2 = 2a$ 여야 하므로 $a = 1/2$ 예요.
 따라서 구하는 적분은 $\int_{-1}^1 4|x|(1-x)dx$ 예요. 홀함수 부분은 없어지고 $8 \int_0^1 x dx = 4$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 중복순열

서로 다른 3개 중에서 중복을 허용해 4개를 순서 있게 고르는 수예요.
 각 자리의 선택이 3가지이므로 $3^4 = 81$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 같은 것이 있는 순열

홀수이려면 일의 자리는 1 또는 3이에요. 일의 자리가 1이면 나머지를 나열하는 수는 $5!/3! = 20$ 이에요.
 일의 자리가 3이면 $5!/(2!3!) = 10$ 이므로 합은 30이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 원순열

A 학교 학생 5명의 원순열은 $4! = 24$ 가지예요.
 A 학생 사이의 다섯 틈 중 두 곳을 고르고 B 학생 2명을 배치하면 $C(5,2) \times 2! = 20$ 가지예요. 전체는 $24 \times 20 = 480$ 가지예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 최단 경로

A에서 P까지는 오른쪽 2번, 위쪽 3번이므로 $C(5,2) = 10$ 가지예요.
 P에서 B까지는 오른쪽 3번, 아래쪽 3번이므로 $C(6,3) = 20$ 가지예요. 두 경로를 이어 $10 \times 20 = 200$ 가지예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 중복조합과 상한

세 칸의 책 수를 x, y, z 라 하면 $x+y+z=8$ 의 음이 아닌 정수해는 $C(10,2) = 45$ 개예요.
 첫 칸에 6권 이상 들어가는 해는 $C(4,2) = 6$ 개이고 둘째 칸도 6개예요. 두 조건을 동시에 어기는 해는 없으므로 $45 - 6 - 6 = 33$ 가지예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 함수의 개수와 분배

B가 받는 수를 $b = 0, 1, 2$ 로 나뉘요. B의 사탕을 고르는 수는 $C(5,b)$ 이고 나머지를 A, C에게 주는 수는 2^{5-b} 예요.
 A가 하나도 받지 않는 한 경우를 빼면 합은 $(32-1) + 5(16-1) + 10(8-1) = 31 + 75 + 70 = 176$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 중복조합과 여사건

비감소 함수는 다섯 함수값의 중복조합과 같으므로 전체 $C(9,4)=126$ 개예요. 서로 다른 입력의 합이 0이 되려면 0이 두 번 이상 나오거나 -1과 1이 함께 나와야 해요.

여사건에서 0이 없으면 -1, 1 중 하나가 없어야 하므로 $2C(7,2)-C(6,1)=36$ 개예요. 0이 한 번이면 나머지 네 값에 대해 $2C(6,2)-C(5,1)=25$ 개예요.

따라서 $126-36-25=65$ 개예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부 순열

같은 문자가 두 쌍이면 문자쌍 선택 $C(4,2)=6$ 가지예요. 각 문자에서 검은 원판이 먼저 오는 나열은 $4!/2^2=6$ 가지이므로 36가지예요.

같은 문자가 한 쌍이면 쌍의 문자 4가지, 나머지 두 문자 $C(3,2)=3$ 가지, 그 색 2^2 가지예요. 쌍의 검정이 흰색보다 아래인 순서는 $4!/2=12$ 가지이므로 576가지예요.

문자가 모두 다르면 각 문자의 색은 2^4 가지이고 D를 맨 아래에 고정한 나머지 순서는 $3!$ 가지예요. 따라서 96가지예요.

세 경우를 합하면 $36+576+96=708$ 가지예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

분자와 분모를 3^n 으로 나누면 $\{2(2/3)^n+1/3\}/\{(-2/3)^n+1\}$ 이에요.

절댓값이 1보다 작은 등비수열은 0으로 가므로 극한은 $1/3$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 수열의 극한

$3a_n-5n \rightarrow 2$ 이므로 n 으로 나누면 $3a_n/n-5 \rightarrow 0$, 즉 $a_n/n \rightarrow 5/3$ 이에요.

주어진 식은 $\{(2+1/n)/4\}(a_n/n)$ 이므로 극한은 $(1/2)(5/3)=5/6$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 무리식의 극한

켈레식으로 유리화하면 극한은 $(1+a)/(2\sqrt{a})$ 이에요. 이를 $5/4$ 와 같게 놓고 $u=\sqrt{a}>0$ 이라 해요.

$2u^2-5u+2=(2u-1)(u-2)=0$ 이므로 $a=1/4$ 또는 4 예요. 합은 $17/4$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 수열의 일반항과 극한

$a_1=1$ 이고 공차가 3이므로 $a_n=3n-2$ 예요. 부분합 차를 쓰면 $1/b_n=n^2-(n-1)^2=2n-1$ 이고 $n=1$ 에도 맞아요.

따라서 $a_nb_n=(3n-2)/(2n-1) \rightarrow 3/2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 샌드위치 정리

주어진 부등식을 정리하면 $(a_n-2n)^2 < n$ 이에요. 따라서 $2-1/\sqrt{n} < a_n/n < 2+1/\sqrt{n}$ 이에요.

샌드위치 정리에 따라 $a_n/n \rightarrow 2$ 이므로 $(a_n+3n)/(2n+4) \rightarrow (2+3)/2=5/2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 좌표수열의 극한

A_{2n} 까지 x방향 이동은 n 번, y방향 이동은 $n-1$ 번이므로 $A_{2n}=(na, (n-1)(a+1))$ 이에요.

거리의 n 에 대한 비의 극한은 $\sqrt{a^2+(a+1)^2}=\sqrt{34/2}$ 예요. 제곱하면 $2a^2+2a+1=17/2$ 이에요.

$4a^2+4a-15=0$ 의 양의 해는 $a=3/2$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 극한함수와 교점 개수

극한함수는 $|x| < 1$ 에서 -1 , $|x| > 1$ 에서 $2x$ 이고 $f(1)=1/2$, $f(-1)=-3/2$ 예요.
가운데 수평선과의 교점은 $|t| > 1$ 일 때 한 개예요. 바깥 두 직선과의 교점은 $0 < t < 4$ 이면서 $t \neq 2$ 일 때 한 개예요. 끝점 교점은 $t=5/2$ 또는 $t=-1/2$ 일 때 각각 한 개예요.
따라서 교점 수가 불연속인 t 는 $-1, -1/2, 0, 1, 2, 5/2, 4$ 의 7개예요. 최댓값은 4이므로 $m \times a_m = 28$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 극한과 도형의 넓이

$m=n+1$ 로 놓고 모든 좌표를 m 으로 나누면 포물선은 $y=\sqrt{3}x^2$, $P=(1,\sqrt{3})$, $H=(1,0)$ 이에요. 원의 반지름은 $\sqrt{3}$ 이고 $OP=2$ 예요.
원래 넓이는 이 닳은 도형 넓이의 m^2 배예요.
다른 접점은 $R=(-1/2,\sqrt{3}/2)$ 이고 $\angle HPR=\pi/3$ 이에요. 부채꼴 HPR 의 넓이는 $\pi/2$ 예요. 사각형 $ORPH$ 는 두 직각삼각형으로 나뉘어 넓이가 $\sqrt{3}$ 이에요.
 $f-g$ 의 공통 경계를 지우면 부채꼴 넓이에서 사각형 $ORPH$ 의 넓이를 빼고 포물선 아래의 넓이를 더한 값이에요. 따라서 닳은 도형에서는 $\pi/2 - \sqrt{3} + \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx = \pi/2 - 2\sqrt{3}/3$ 이에요.
 $m^2/n^2 \rightarrow 1$ 이므로 $k=-2\sqrt{3}/3$ 이고 $60k^2=80$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 포물선의 정의

포물선의 초점은 $(2,0)$, 준선은 $x=-2$ 예요. y 축까지 거리가 3이고 포물선 위에 있으므로 P 의 x 좌표는 3이에요.
초점까지 거리는 준선까지 거리와 같으므로 $PF=3+2=5$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 타원의 축

y 축 끝점이 $(0,7)$ 이므로 장반경은 7, 초점거리는 3이에요.
단반경 b 는 $b^2=7^2-3^2=40$ 이므로 단축의 길이는 $2b=4\sqrt{10}$ 이에요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 쌍곡선의 점근선

완전제곱으로 정리하면 $(x-1)^2 - (y+3)^2/4 = 1$ 이에요. 양의 기울기의 점근선은 $y+3=2(x-1)$, 즉 $y=2x-5$ 예요.
두 절편은 $5/2$ 와 -5 이므로 삼각형 넓이는 $(1/2) \times (5/2) \times 5 = 25/4$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 타원과 등차수열

타원의 초점은 $(\pm 4,0)$ 이므로 $FF'=8$ 이고 $PF+PF'=10$ 이에요. 등차수열 조건은 $2PF'=PF+8$ 이에요.
두 식을 풀면 $PF=4$, $PF'=6$ 이에요. P 의 x 좌표를 x 라 하면 $PF'^2 - PF^2 = 16x$ 이므로 $x=(36-16)/16=5/4$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 포물선과 내분점

$P=(x,y)$, $F=(p,0)$, $H=(-p,y)$ 예요. $FQ:QH=1:2$ 에서 $Q=(p/3,y/3)$ 이에요.
 Q 가 포물선 위이므로 $y^2/9=4p^2/3$, 즉 $y=2\sqrt{3}p$ 예요. P 도 포물선 위이므로 $x=3p$ 예요.
삼각형 PQF 의 넓이는 좌표로 계산하면 $4\sqrt{3}p^2/3$ 이에요. 이를 $8\sqrt{3}/3$ 과 같게 놓으면 $p^2=2$, $p=\sqrt{2}$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 타원과 원의 교점

$c^2=a^2-b^2$ 로 놓으면 $F=(c,0)$, $F'=(-c,0)$, $Q=(0,c)$ 이예요. $P=(c \cos \phi, c \sin \phi)$ 로 나타내면 $F'P$ 의 방향각은 $\phi/2$ 이고 QF 의 방향각은 $-\pi/4$ 예요.

따라서 $\cos(\pi/4+\phi/2)=3/5$ 이고, 제곱하면 $(1-\sin \phi)/2=9/25$ 예요. 제1사분면 조건에서 $\sin \phi=7/25$, $\cos \phi=24/25$ 예요.
 $r=b^2/a^2$ 라 하면 타원 식에 P 를 넣어 $(1-r)(576+49/r)=625$ 를 얻어요. 정리하면 $576r^2+98r-49=0$ 이고 양의 해는 $r=7/32$ 예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 쌍곡선과 수직이등분선

초점은 $(\pm 6,0)$ 이므로 $FF'=12$ 예요. F' 가 AF 의 수직이등분선 위에 있어 $AF'=12$ 이고, 쌍곡선의 거리 차가 4이므로 $AF=8$ 이예요.
 M 은 AF 의 중점이므로 $FM=4$ 이고 직각삼각형 FMF' 에서 $MF'=\sqrt{(12^2-4^2)}=8\sqrt{2}$ 예요.
 A 에 가까운 교점 B 는 M 과 F' 사이에 있고 $BF'-BF=4$ 예요. 따라서 $BF+BM=BF'+BM-4=MF'-4$ 이예요. 삼각형 BFM 의 둘레는 $MF'=8\sqrt{2}$ 이므로 $k^2=128$ 이예요.

2022학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 두 포물선의 교점

두 초점의 중점을 원점으로 놓고 $A_1=(-p,-d/2)$, $F_1=(0,-d/2)$, $A_2=(p,d/2)$, $F_2=(0,d/2)$ 로 잡아요. 포물선 식은 $(y+d/2)^2=4p(x+p)$, $(y-d/2)^2=4p(p-x)$ 예요.
 $C=(0,-d/2+2p)$ 이므로 $A_1C=p\sqrt{5}=5\sqrt{5}$ 에서 $p=5$ 예요. $B=(x,y)$ 에 대해 두 식의 차와 합으로 $dy=20x$, $y^2+d^2/4=100$ 을 얻어요.
포물선의 정의에서 $F_1B=10+x$, $F_2B=10-x$ 이므로 $2x=48/5$, $x=24/5$ 예요. 따라서 $dy=96$ 이예요. $u=d/2$ 라 하면 $uy=48$, $u^2+y^2=100$ 이므로 $\{u,y\}=\{8,6\}$ 이예요.
 $\angle F_1F_2B < 90^\circ$ 에서 $y < u$ 이므로 $d=16$, $y=6$ 이예요. $S=(1/2) \times 16 \times (24/5)=192/5$ 이므로 $10S=384$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 이고 $4^{1/4}=\sqrt{2}$ 예요.
곱은 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2}=4$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

부정적분은 $x^4/2+x^3$ 이예요.
0부터 2까지의 값은 $8+8=16$ 이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등비수열

등비수열 성질로 $a_2^2=a_1a_3=4$, $a_4^2=a_3a_5=64$ 예요. 모든 항이 양수이므로 $a_2=2$, $a_4=8$ 이예요.
공비 $r>0$ 에서 $r^2=4$ 이므로 $r=2$ 이고 $a_6=a_4r^2=32$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 좌우극한

$x \rightarrow -1+$ 에서는 직선을 따라 높이 4로 가요.
 $x \rightarrow 2-$ 에서는 높이 -2로 가므로 합은 2예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수

$\sin \theta=2\cos(\pi-\theta)=-2\cos \theta$ 이고 θ 는 제2사분면이예요. 따라서 $\sin \theta=2/\sqrt{5}$ 예요.
 $\cos \theta \tan \theta=\sin \theta$ 이므로 값은 $2\sqrt{5}/5$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 접선과 절편

$f'(1)=1$ 이고 $f(1)=1+a$ 이므로 접선은 $y=x+a$ 예요.
 절편점은 $(-a,0), (0,a)$ 이므로 $PQ=a\sqrt{2}=6$ 이에요. 따라서 $a=3\sqrt{2}$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

영역은 $x=2$ 를 기준으로 대칭이에요. $0 \leq x \leq 2$ 에서 위아래 차이는 $(-x^2+2x)-(x^2-4x)=-2x^2+6x$ 예요.
 넓이는 $2 \int_0^2 (-2x^2+6x)dx = 2(-16/3+12) = 40/3$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 절댓값 점화식

첫 11항은 20, 18, ..., 0이고 합은 110이에요. 그다음부터 -2, 0이 번갈아 나와요.
 12항부터 30항까지 19개 중 -2가 10번이므로 전체 합은 $110 - 20 = 90$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 다항식의 계수 비교

다항식 cx^n 에 연산 $xf'-3f$ 를 적용하면 $(n-3)cx^n$ 이 돼요. 일계수 조건에서 사라지는 삼차항의 계수는 1이에요.
 우변과 비교하면 이차항 계수 -2, 일차항 계수 4, 상수항 0이므로 $f=x^3-2x^2+4x$ 예요. $f(1)=3$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 로그함수의 교점

교점은 $(-x)(x+2a)=1$ 에서 $x^2+2ax+1=0$ 의 두 근이에요. 두 x 좌표의 곱이 1이므로 y 좌표 합은 $-\log_2 1 = 0$ 이에요.
 중점은 $(-a, 0)$ 이므로 $4(-a)+5=0$ 에서 $a=5/4$ 예요. 교점 x 좌표는 -2, -1/2이고 y 좌표는 -1, 1이에요.
 따라서 $AB = \sqrt{((3/2)^2 + 2^2)} = 5/2$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 주기함수와 이차방정식

연속성과 주기 4에서 $16a+4b-24=-24$ 이므로 $b=-4a$ 예요. 한 주기의 두 근은 $r, 4-r$ 로 대칭이에요.
 $1 < x < 10$ 에서 근이 5개가 되려면 작은 근 r 가 $1 < r < 2$ 여야 해요. 따라서 $r(4-r)$ 가 3과 4 사이이고 $a=-24/\{r(4-r)\}$ 는 -8과 -6 사이의 정수예요.
 $a=-7, b=28$ 이므로 $a+b=21$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 삼각함수의 절댓값

$t=ax$ 라 하면 $|4\sin(t-\pi/3)+2|=2$ 는 $\sin(t-\pi/3)=0$ 또는 -1 이에요. $0 \leq t < 4\pi$ 에서 해는 $\pi/3, 4\pi/3, 7\pi/3, 10\pi/3, 11\pi/6, 23\pi/6$ 의 6개예요.
 t 값 합은 13π 이므로 x 값 합 $13\pi/a=39$ 에서 $a=\pi/3$ 이에요. 따라서 $na=6 \times \pi/3=2\pi$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 사인코사인법칙

코사인법칙에서 $p=\cos \angle ABC=(4+27-13)/(12\sqrt{3})=\sqrt{3}/2$ 예요. $\sin \angle ABD=1/2$ 이므로 외접반지름 $q=AD/(2\sin \angle ABD)=2$ 예요.
 $AB=AD=2$ 에서 $BD=2\sqrt{3}$ 이고 $CD=\sqrt{3}$ 이에요. $\sin \angle ACD=AB \sin \angle ABC/AC=1/\sqrt{13}$ 이므로 $\sin \angle CAD=\sqrt{3}/(2\sqrt{13})$ 이에요.
 A, B, D, E 가 같은 원 위에 있어 $r=DE=2q \sin \angle DAE=2\sqrt{3}/\sqrt{13}$ 이에요. 따라서 $pqr=6\sqrt{13}/13$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 적분함수와 실근 개수

원시함수를 F 라 하면 $g(t)$ 는 수평선 $y=F(t)$ 와 사차함수 F 의 교점 수예요. $\neg$ 에서 $F=x^4/4-x^3/3$ 은 $x=1$ 에서 유일한 최솟값을 가지므로 $g(1)=1$ 이에요. 참이에요.
 $\neg$ 에서 f 가 서로 다른 세 실근을 가지면 F 는 두 극소점과 한 극대점을 가져요. 극대값 높이의 수평선은 가운데 접점과 양쪽 바깥 교점, 모두 3개를 가지므로 참이에요.
 $\neg$ 의 반례로 $F=x^2(x-3)^2/4$ 를 택해요. 이때 해당 극한과 $g(b)$ 의 합이 6인 b 는 같은 최소높이를 갖는 0,3뿐이에요. 그러나 $f=F'=x(x-3)(x-3/2)$ 에서 $f(4)=10$ 이에요.
따라서 $\neg$ 은 거짓이고 $\neg, \neg$ 을 골라요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 이차수열과 정수 조건

$S_i=S_j$ 이고 $i \neq j$ 이면 $p(i+j)=36$ 이에요. 서로 다른 양의 정수의 합은 3 이상이므로 $p=1,2,3,4$ 는 모두 충돌이 있고 $p=5$ 는 $36/5$ 가 정수가 아니라 충돌이 없어요. 따라서 $p_1=5$ 예요.
이때 $a_1=q-31$ 이고 $k \geq 2$ 에서 $a_k=10k-41$ 이에요. 조건을 만족하는 k 가 있으려면 $q-31 > 0$ 이에요. $k \geq 2$ 에서 $|a_k|$ 의 작은 값 순서는 1,9,11,19,21,...이에요.
정확히 3개이려면 $11 < q-31 \leq 19$ 이므로 $q=43, \dots, 50$ 이에요. 합은 $(43+50) \times 8/2 = 372$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 성질

$\log_{1/4} 9 = -(1/2) \log_2 9 = -\log_2 3$ 이에요.
따라서 전체는 $\log_2(96/3) = \log_2 32 = 5$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 삼차함수의 극값

$f'(3)=27-18+a=0$ 에서 $a=-9$ 예요. 도함수는 $3(x-3)(x+1)$ 이므로 극대점은 $x=-1$ 이에요.
 $f(-1)=-1-3+9+10=15$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 수열의 합

첫 합은 2^2 부터 7^2 까지, 둘째 합은 0^2 부터 4^2 까지예요.
공통항을 지우면 $5^2+6^2+7^2-1^2=25+36+49-1=109$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 가속도와 이동거리

가속도는 $12t^2-48$ 이므로 양의 영점은 $k=2$ 예요. 이 구간에서 $v(t)=4t(t^2-12) \leq 0$ 이에요.
거리는 $-\int (0 \text{부터 } 2 \text{까지}) (4t^3-48t) dt = -(16-96)=80$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 절댓값 극한과 부등식

양쪽 극한이 존재하려면 $f(0)=1$ 이고 $f'(0)=0$ 이어야 해요. 따라서 $f=x^3+bx^2+1$ 이에요.
부등식을 정리하면 $x^2(x^2+bx+4) \geq 0$ 이 모든 실수에서 성립해요. 이차식이 항상 0 이상이어야 하므로 판별식 $b^2-16 \leq 0$, 즉 $-4 \leq b \leq 4$ 예요.
 $f(5)=126+25b$ 는 $b=4$ 에서 최대이므로 최댓값은 226이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수함수와 직각삼각형

$A=(-t, \sqrt{3}t)$ 라 하면 $OA=2t$ 예요. 직각삼각형 OAB 와 주어진 비에서 $AB=8t/\sqrt{3}$ 이예요. AB 의 방향각은 $\pi/6$ 이므로 $B=(3t, 7t/\sqrt{3})$ 이예요.
 $z=a^t > 1$ 이라 하면 A 에서 $z^2-1=\sqrt{3}t$, B 에서 $z^3-1=7t/\sqrt{3}$ 이예요. 따라서 $3z^3-7z^2+4=(z-1)(3z^2-4z-4)=0$ 이예요.
 $z > 1$ 에서 $z=2$ 이므로 $t=\sqrt{3}$ 이고 $AB=8$ 이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 구간 최솟값과 사차함수

g 는 왼쪽 구간 최솟값에서 오른쪽 구간 최솟값을 뺀 값이므로 감소해요. $g=k > 0$ 의 구간이 $[0, 2]$ 라는 것은 $x=0$ 의 왼쪽 극솟값 L 을 $x=2$ 에서 다시 만나며, 오른쪽의 더 낮은 극솟값 R 이 따로 있다는 뜻이예요.
 $g(4)=0$ 에서 오른쪽 전역 극소점은 $x=4$ 예요. 따라서 $f-L=x^2(x-2)(x-r)$ 이고 $f'(4)=0$ 에서 $r=5$ 예요.
 $f(4)-L=-32$ 이므로 $k=L-R=32$ 예요. 또 $f(-1)-L=18$ 이고 $x \leq 0$ 에서 왼쪽 최소는 $f(x)$ 이므로 $g(-1)=f(-1)-R=50$ 이예요.
따라서 $k+g(-1)=82$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 표본평균의 표준편차

크기 n 인 표본평균의 표준편차는 모집단 표준편차를 $\sqrt{n}$ 으로 나눈 값이예요.
따라서 $\sigma(X)=12/\sqrt{36}=2$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

x^6 항은 x^2 와 $(x-2)^5$ 의 x^4 항을 곱할 때만 나와요.
계수는 $C(5, 4)(-2)=-10$ 이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 이산확률변수의 분산

$E(X)=-3/2+a/4=-1$ 에서 $a=2$ 예요. $E(X^2)=9/2+4/4=11/2$ 예요.
 $V(X)=11/2-1=9/2$ 이므로 $V(aX)=a^2V(X)=4 \times 9/2=18$ 이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 곱 조건의 정수해

네 자연수의 곱이 8이면 값의 묶음은 $(8, 1, 1, 1), (4, 2, 1, 1), (2, 2, 2, 1)$ 이예요. 첫 묶음은 합이 11이라 제외돼요.
나머지 두 묶음의 순열 수는 $4!/2!=12$ 와 $4!/3!=4$ 이므로 합은 16이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 조합과 확률

a_1, a_2 가 홀수이려면 a_1, a_2 가 모두 홀수예요. (a_3, a_4) 는 $(6, 10), (7, 9), (7, 10), (8, 9), (8, 10), (9, 10)$ 이예요.
각 경우 작은 두 홀수를 고르는 수는 3, 3, 3, 6, 6, 6으로 총 27가지예요.
전체 $C(10, 4)=210$ 가지이므로 확률은 $27/210=9/70$ 이예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 정규분포의 대칭

$g(x)=f(x+6)$ 이므로 Y 의 평균은 X 의 평균보다 6 작고 표준편차는 같아요. 조건 (가)의 대칭에서 두 평균 합은 34이므로 $E(X)=20$, $E(Y)=14$ 예요.
조건 (나)에서 k 는 두 평균의 중점 17이예요. 두 꼬리 확률이 같고 합이 0.1336이므로 각 확률은 0.0668이예요.
표준정규표에서 $0.5-0.4332=0.0668$ 이므로 $(20-17)/\sigma=1.5$, $\sigma=2$ 예요. 따라서 $E(X)+\sigma(Y)=22$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 비감소 함수의 개수

비감소 네 함수값의 전체 중복조합은 $C(9,4)=126$ 개예요. $f(1) \geq 4$ 인 경우는 4,5,6 중 고르는 중복조합 $C(6,4)=15$ 개이므로 111개가 남아요.

조건 (다)를 어기는 것은 $f(1)=1, f(3)=f(4)=6$ 인 경우뿐이에요. 이때 $f(2)$ 는 1부터 6까지 6가지예요.

따라서 $111-6=105$ 개예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부확률과 공의 이동

B에 흰 공이 남지 않는 사건을 E라 해요. 앞면에서 흰 공 2개를 옮긴 경우 E와의 교집합 확률은 $(1/2)(1/2)(1/6)=1/24$ 이에요. 흰 공 1개와 검은 공 1개를 옮긴 경우에는 $(1/2)(1/2)(1/3)=1/12$ 이에요.

뒷면에서 흰 공 3개를 옮기면 B의 흰 공이 6개라 다섯 개 추출로 모두 없앨 수 없어요. 흰 공 2개와 검은 공 1개를 옮긴 경우 교집합 확률은 $(1/2)(3/4)(1/21)=1/56$ 이에요.

따라서 $P(E)=1/24+1/12+1/56=1/7$ 이에요. 흰 공을 2개 옮긴 교집합은 $1/24+1/56=5/84$ 이므로 조건부확률은 $5/12$ 예요.

$p+q=12+5=17$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

등차수열 일반항은 $a_n=2n-1$ 이에요.

$(2n-1)/(3n+1)$ 에서 최고차항의 비를 취하면 극한은 $2/3$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 로그함수와 미분계수

분모 $\ln(1+3x)$ 는 $x \rightarrow 0$ 에서 $3x$ 와 같은 비로 0에 가까워져요.

주어진 극한은 $f'(0)/3=2$ 이므로 $f'(0)=6$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 미분

접선 기울기는 $(\cos t - 3\sin t)/(\cos t + \sin t)=3$ 이에요. 따라서 $\cos t = -3\sin t$ 예요.

$0 < t < \pi$ 에서 $\sin t = 1/\sqrt{10}$, $\cos t = -3/\sqrt{10}$ 이에요. 좌표 합은 $2\sin t + 2\cos t = -4/\sqrt{10} = -2\sqrt{10}/5$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 정적분의 구분구적법

합은 $(1/n) \sum \{(k/n)/(2-k/n)^2\}$ 이므로 극한은 $\int (0 \text{부터 } 1 \text{까지}) x/(2-x)^2 dx$ 예요.

$u=2-x$ 로 치환하면 $\int (1 \text{부터 } 2 \text{까지}) (2/u^2 - 1/u) du = 1 - \ln 2$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 원호 반복도형

대각선이 밑변과 이루는 각을 δ 라 하면 대각선 길이가 5이므로 $\cos \delta = 2\sqrt{6}/5$, $\sin \delta = 1/5$ 예요. $B_1B_2=D_1D_2=1$ 이고 G_1, H_1 은 각각 중점이에요.

왼쪽 색칠 넓이는 부채꼴 $B_1A_1B_2$ 에서 삼각형 $B_1A_1G_1$ 을 뺀 값으로 $\pi/4 - \delta/2 - \cos \delta/4$ 예요. 오른쪽 색칠 넓이는 부채꼴 $D_1F_1D_2$ 에서 삼각형 $D_1F_1H_1$ 을 뺀 $\delta/2 - \sin \delta/4$ 예요.

첫 합은 $\pi/4 - (2\sqrt{6}+1)/20$ 이에요. 다음 직사각형의 대각선은 $B_2D_2=3$ 이므로 길이비 $3/5$, 넓이비 $9/25$ 예요.

급수의 합은 $\{\pi/4 - (2\sqrt{6}+1)/20\}/(1-9/25) = (25\pi - 10\sqrt{6} - 5)/64$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 함수의 연장과 변곡점

각 π 구간에서 f 는 앞 구간 끝값에 $\pm(1-\cos t)$ 를 더한 모양이에요. 각 구간 내부에는 변곡점이 하나씩 있어 모두 4개예요.
이웃 구간의 부호가 같으면 경계 $n\pi$ 에서 두 이계도함수의 부호가 바뀌어 변곡점이 하나 더 생겨요. 총 6개이려면 세 경계 중 두 곳에서 부호가 같고 한 곳에서 달라야 해요.
첫 구간 부호가 +이므로 가능한 부호열은 $+++$, $++-$, $+-$ 예요. 각 구간 양 끝 높이의 평균을 적분하면 절댓값 적분은 각각 $14\pi, 8\pi, 6\pi$ 예요.
따라서 최솟값은 6π 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 원호 넓이의 극한

$O=(0,0)$, $B=(1,0)$ 으로 놓으면 $R=(-\cos 2\theta, \sin 2\theta)$, $S=(1/2, \tan \theta/2)$ 이에요. T 의 x 좌표는 $\tan \theta/(\tan \theta + \tan 2\theta)$, y 좌표는 그 값에 $\tan 2\theta$ 를 곱한 값이에요.
 f 는 중심각 2θ 인 부채꼴 AOR와 삼각형 OTR의 합이므로 $f=\theta+(T_x R_y - T_y R_x)/2$ 예요. g 는 중심각 θ 인 부채꼴 OPQ에서 삼각형 OST를 뺀 값이므로 $g=\theta/2-(S_x T_y - S_y T_x)/2$ 예요.
 $\theta \rightarrow 0$ 에서 $T_x \rightarrow 1/3$, $T_y/\theta \rightarrow 2/3$, $R_x \rightarrow -1$, $R_y/\theta \rightarrow 2$, $S_y/\theta \rightarrow 1/2$ 예요. 따라서 $f/\theta \rightarrow 5/3$, $g/\theta \rightarrow 5/12$ 예요.
비의 극한 $a=1/4$ 이므로 $80a=20$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 적분 항등식과 로그 적분

적분 항등식을 x 로 미분하면 $g(3a+x)=g(3a-x)$ 이므로 g 의 대칭축은 $3a$ 예요. $x=0$ 을 대입하고 이 대칭을 쓰면 $\int (3a \text{부터 } 4a \text{까지}) g = \int (3a \text{부터 } 2a+2 \text{까지}) g$ 예요.
 $g>0$ 이므로 적분함수는 엄격히 증가해 $4a=2a+2$, $a=1$ 이에요. 로그 안의 일계수 이차식은 $(x-3)^2+d$ 이고 $g(4)=\ln 5$ 에서 $d=4$ 예요.
 $f+f'+1=x^2-6x+13$ 이므로 $f=x^2-8x+20$ 이고 $f'+2a=2x-6$ 이에요. $u=(x-3)^2+4$ 로 치환하면 적분은 $\int (4 \text{부터 } 8 \text{까지}) \ln u \, du$ 예요.
값은 $[u \ln u - u](4 \text{부터 } 8 \text{까지})=16 \ln 2 - 4$ 이므로 $m+n=12$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 공간좌표의 중점

중점이 xy 평면 위에 있으므로 중점의 z 좌표는 0이에요.
 $(-2+a)/2=0$ 에서 $a=2$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 타원의 접선

기울기 2인 접선을 $y=2x+c$ 라 하면 접선 조건은 $c^2=16 \times 2^2+8=72$ 예요.
 y 절편은 $\pm 6\sqrt{2}$ 이므로 $AB=12\sqrt{2}$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터 내적

AB 벡터= u , AC 벡터= v 라 하면 $|u|=2$ 이고 $CD=-u$ 에서 $BD=v-2u$ 예요. $BA-BC=-v$ 이므로 $|v|=6$, $|v-2u|=6$ 이에요.
제곱을 전개하면 $36+16-4u \cdot v=36$ 이므로 $u \cdot v=4$ 예요. $AD=v-u$ 의 크기 제곱은 $36+4-8=32$ 예요.
따라서 $|AD|=4\sqrt{2}$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 공간삼각형의 넓이

$C=(0,0,0)$, $B=(3,0,0)$, $D=(0,3,0)$ 으로 놓으면 $H=(2,1,0)$, $A=(2,1,z)$ 예요.
삼각형 ABC 넓이가 6이므로 $(1/2) \times 3 \times \sqrt{(1+z^2)}=6$ 에서 $z^2=15$ 예요.
 $AH=\sqrt{15}$, $HC=\sqrt{5}$ 이고 서로 수직이므로 삼각형 AHC의 넓이는 $\sqrt{75}/2=5\sqrt{3}/2$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 포물선의 정의

첫 포물선의 초점은 (0,0), 준선은 $y=-4$ 예요. 따라서 $PH=PF=y+4$ 예요.
두 거리 합이 40이므로 $y=16$ 이에요. $x^2=8(16+2)=144$ 이고 제1사분면에서 $x=12$ 예요.
 $y^2=4px$ 에 대입하면 $256=48p$ 이므로 $p=16/3$ 이에요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 내적의 최댓값과 최솟값

$O=(0,0)$, $A=(4,0)$, $B=(-2,2\sqrt{3})$ 로 놓으면 $OC=(6,2\sqrt{3})$ 이에요. 이 벡터의 길이는 $4\sqrt{3}$, 방향각은 $\pi/6$ 이에요.
 $OP \cdot PQ = OP \cdot OC - 16 + OP \cdot CQ$ 예요. Q가 반지름 1인 원 위에 있으므로 마지막 항의 최댓값과 최솟값은 ± 4 예요.
P의 방향각은 0부터 $2\pi/3$ 까지예요. $OP \cdot OC$ 는 $16\sqrt{3}\cos(\phi-\pi/6)$ 이므로 최대 $16\sqrt{3}$, 최소 0이에요.
따라서 $M=16\sqrt{3}-12$, $m=-20$ 이고 $M+m=16\sqrt{3}-32$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 포물선과 타원의 꼭짓점

포물선의 정의에서 $PF_1=x+4$ 이고 $PF_2=x+10$ 이에요. 거리 제곱을 비교하면 $(x+6)^2+16x=(x+10)^2$ 에서 $x=8$, $y=8\sqrt{2}$ 예요.
접선은 $8\sqrt{2}y=8(x+8)$ 이므로 $F_3=(-8,0)$ 이에요. 타원 중심은 $(-2,0)$, 초점거리 $c=6$ 이에요.
선분 PF_3 위의 타원 꼭짓점은 단축 끝점이에요. 중심의 수직선 $x=-2$ 와 이 선분의 교점 높이는 $3\sqrt{2}$ 이므로 $b^2=18$ 이에요.
 $a^2=b^2+c^2=18+36=54$ 예요.

2022학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 공간도형의 두 정사영

$D=(0,0,0)$, $E=(4,0,0)$, $F=(2,2\sqrt{3},0)$, $G=(0,0,4)$, $C=(2,2\sqrt{3},4+2\sqrt{3})$ 로 놓아요. 평면 ADEB는 $y=0$ 이에요. C,G의 정사영을 한 변으로 하는 정삼각형의 세 번째 점은 $(4,0,4)$ 또는 $(-2,0,4+2\sqrt{3})$ 이에요.
두 번째 후보를 밑면에 투영하면 DEF와의 공통 넓이가 $2\sqrt{3}$ 보다 작아 조건을 만족하지 못해요. 첫 번째 후보에서 $H=(4,y,4)$ 이고, 공통 넓이가 DEF 넓이의 절반이라면 DH의 밑면 투영이 EF의 중점을 지나야 해요. 따라서 $y=4\sqrt{3}/3$ 이에요.
CG벡터= $(2,2\sqrt{3},2\sqrt{3})$, GH벡터= $(4,4\sqrt{3}/3,0)$ 이므로 면적벡터는 외적의 절반인 $(-4,4\sqrt{3},-8\sqrt{3}/3)$ 이에요.
평면 ADFC의 단위법선은 $(\sqrt{3}/2,-1/2,0)$ 이에요. 정사영 넓이는 두 벡터 내적의 절댓값 $4\sqrt{3}$ 이므로 $S^2=48$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

$\sqrt[3]{8}=2$ 이고 지수법칙에서 $2^{\sqrt{2}}/2^{1+\sqrt{2}}=1/2$ 예요.
두 값을 곱하면 1이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 다항함수의 미분

$f'(x)=6x^2-2x$ 예요.
 $f'(1)=6-2=4$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 등비수열

공비 r에 대해 $a_6=4r$, $a_7=4r^2$ 이므로 $4r^2=16r-16$ 이에요.
 $(r-2)^2=0$ 에서 $r=2$ 이고 $a_8=4 \times 2^3=32$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 적분 항등식

$x=1$ 에서 좌변이 0이므로 $1-a+1=0$, $a=2$ 예요.
 등식을 미분하면 $f(x)=3x^2-2$ 이므로 $f(2)=10$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 삼각함수의 부호

$\cos\theta=-1/3$ 이고 $\sin\theta<0$ 이므로 $\sin\theta=-2\sqrt{2}/3$ 이에요.
 $\tan\theta=\sin\theta/\cos\theta=2\sqrt{2}$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 조각함수의 연속

$x=2$ 에서 오른쪽 함수값은 -1 이고 왼쪽 극한은 $5-2a$ 예요. 제곱 함수가 연속이려면 $(5-2a)^2=1$ 이에요.
 $a=2$ 또는 3 이므로 합은 5 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 정적분과 넓이

$0\leq x\leq 2$ 에서 $x^2-2x\leq 0$ 이므로 그래프는 $-x^2+2x+1$ 이에요.
 넓이는 $\int (0\text{부터 } 2\text{까지})(-x^2+2x+1)dx=-8/3+4+2=10/3$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 내분점과 로그함수

$2:1$ 내분점은 $(m+2, m-1)$ 이에요. 곡선 식에 넣으면 $m-1=\log_4(m+10)+m-3$ 이에요.
 $\log_4(m+10)=2$ 이므로 $m+10=16$, $m=6$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 절댓값 삼차함수의 극값

안쪽 삼차함수의 임계점은 0 과 2 예요. 절댓값 함수가 두 곳에서 극대이려면 원래 극댓값 p 가 양수이고 극솟값 $p-4$ 가 음수여야 해요.
 두 극댓값은 p 와 $4-p$ 이므로 같게 놓으면 $p=2$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 등차수열

처음 아홉 항의 합은 $9a_5=27$ 이므로 $a_5=3$ 이에요. 공차 $d>0$ 에서 $|a_4|+|a_6|=|3-d|+|3+d|=8$ 이에요.
 $d\leq 3$ 이면 합이 6 이라 불가능하고 $d>3$ 이면 $2d=8$ 에서 $d=4$ 예요. $a_{10}=3+5\times 4=23$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각형의 사인법칙

사인법칙에서 $\sin\angle C=AB\sin 60^\circ/BC=\sqrt{2}/2$ 이에요. $\angle A=60^\circ$ 이므로 $\angle C=45^\circ$, $\angle B=75^\circ$ 예요. 따라서 $AC=4\sin 75^\circ=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ 예요.
 삼각형 BPC에서 $\angle P=135^\circ$ 이므로 $CP=BC\sin 30^\circ/\sin 135^\circ=\sqrt{6}$ 이에요. $\angle ACP=45^\circ-15^\circ=30^\circ$ 예요.
 삼각형 APC의 넓이는 $(1/2)(\sqrt{6}+\sqrt{2})\sqrt{6}\sin 30^\circ=(3+\sqrt{3})/2$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 이차방정식과 거리

직선을 $y=x+c$ 라 하면 교점 x 좌표의 차는 $\sqrt{1+4c}$ 이에요. 기울기가 1 이므로 $AB=\sqrt{2}\sqrt{1+4c}=2t$ 예요.
 따라서 $c=g(t)=t^2/2-1/4$ 이고 $g(t)/t^2\rightarrow 1/2$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 삼각방정식의 해의 합

$\sin^2(a\pi)=1$ 과 $0 \leq a \leq 2$ 에서 $a=1/2$ 또는 $3/2$ 예요. f 의 실근 u 에 대해 $\sin x=u$ 의 해의 합은 $0 < u < 1$ 이면 π , $u=1$ 이면 $\pi/2$, $-1 < u < 0$ 이면 3π , $u=-1$ 이면 $3\pi/2$ 예요.

전체 합이 $5\pi/2$ 가 되려면 두 근이 -1 과 양의 1 미만인 수여야 해요. 두 근의 합이 $-a$ 이므로 다른 근은 $1-a$ 예요. 따라서 $a=1/2$, 다른 근 $1/2$, $b=-1/2$ 이예요. $f(2)=4+1-1/2=9/2$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 조각함수의 미분 가능성

$x=k$ 에서 연속·미분 조건은 $ak=-k^2+4bk-3b^2$, $a=-2k+4b$ 예요. 정리하면 $k^2=3b^2$ 이므로 $k=\sqrt{3}b$, $a=(4-2\sqrt{3})b$ 예요.

γ 은 미분계수 일치에서 $f'(k)=a=1$ 로 참이예요. ι 은 $k=3$ 에서 $b=\sqrt{3}$, $a=-6+4\sqrt{3}$ 이므로 참이예요.

ϵ 에서 $f(k)=f'(k)$ 는 $ak=a$ 이고 $a>0$ 이므로 $k=1$ 이예요. $b=1/\sqrt{3}$ 이고 영역의 오른쪽 끝은 $3b=\sqrt{3}$ 이예요.

넓이는 $a/2 + \int (1부터 \sqrt{3}까지)(-x^2+4x/\sqrt{3}-1)dx=(2/\sqrt{3}-1)+(4/3-2/\sqrt{3})=1/3$ 이예요. 따라서 세 문장이 모두 참이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 홀짝 점화식의 역추적

마지막 값 34가 짝수이므로 $a_4+a_5=68$ 이예요. 이전 단계의 합은 다음 항 c 가 홀수이면 c 또는 $2c$, c 가 짝수이면 $2c$ 만 가능해요.

이 규칙으로 a_3, a_2 를 거꾸로 구하고 $a_1=1$ 을 확인하면 가능한 수열 앞 여섯 항은 $(1, 19, 10, 29, 39, 34)$, $(1, 49, 25, 37, 31, 34)$ 예요.

두 수열은 각 단계의 홀짝 규칙도 모두 맞아요. 따라서 가능한 a_2 의 합은 $19+49=68$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 밑변환

$1/\log_6 2 = \log_2 6$ 이예요.

따라서 값은 $\log_2 96 - \log_2 6 = \log_2 16 = 4$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 곡선의 접선

곡선의 도함수 $8x^3-4$ 가 접선 기울기 4와 같으므로 $x=1$ 이예요.

직선의 y 값은 9이고 곡선의 값은 $k-2$ 이므로 $k=11$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 근과 계수와 시그마

두 근의 합은 $5n$, 곱은 $4n^2$ 이므로 $(1-\alpha_n)(1-\beta_n)=1-5n+4n^2$ 이예요.

합은 $7-5 \times 28 + 4 \times 140 = 427$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 상대속도와 만남

두 점의 상대 위치는 $\int (0부터 t까지)(6s^2-24s+k)ds=t(2t^2-12t+k)$ 이예요. 출발 뒤 만남은 양수 t 에서 이차식이 0인 경우예요.

문제에서 k 는 양수예요. 따라서 실근이 생기면 두 근의 곱 $k/2$ 와 합 6이 모두 양수여서 양의 근 두 개 또는 양의 중근 하나예요.

한 번만 만나려면 판별식 $144-8k=0$ 이어야 하므로 $k=18$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 삼차함수의 평행이동

$g'(0)=0$ 에서 $f'(-p)=f'(p)=0$ 이예요. 따라서 $f'=3(x^2-p^2)$, $f=x^3-3p^2x+1$ 이예요.

$x \geq 0$ 에서는 $g(x)=f(x+p)-f(p)=x^3+3px^2$ 이므로 $\int (0부터 p까지)g=5p^4/4=20$ 이예요. $p>0$ 에서 $p=2$ 예요.

따라서 $f(5)=125-60+1=66$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 지수로그함수와 넓이

$u = \log_a k$, $w = k - 1$ 로 놓으면 $AB = w + u$, $CD = w + 2u$ 예요. 삼각형 CAD의 높이는 w 이므로 $w(w + 2u) = 70$ 이에요.
또 $(w + u)(w + 2u) = 85$ 이므로 두 식의 차에서 $u(w + 2u) = 15$ 예요. 따라서 $w/u = 14/3$ 이고 대입하면 $w = 7$, $u = 3/2$ 예요.
 $k = 8$ 이고 $\log_a 8 = 3/2$ 에서 $a = 4$ 예요. 따라서 $a + k = 12$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 절댓값 극한과 사차함수

분모가 $|x - k|$ 이므로 $f(k) \neq t$ 에서는 $f'(k) = 0$ 일 때만 극한이 존재해요. $f(k) = t$ 인 점에서는 항상 존재해요. 따라서 $h(t)$ 는 임계점과 수평선 교점의 합집합 크기예요.
주어진 불연속 높이와 4보다 큰 쪽에서 $h = 5$ 라는 조건에 따라 f 는 같은 극솟값 -60 을 갖는 두 극소점과 극댓값 4를 가져요. 따라서 $f(x) = \{(x - c)^2 - 8\}^2 - 60$ 이에요.
 $f(2) = 4$ 의 후보는 $2 - c = 0, \pm 4$ 이고 $f'(2) > 0$ 이므로 $2 - c = 4$, $c = -2$ 예요. 따라서 $f(4) = (36 - 8)^2 - 60 = 724$ 예요.
 $t = 4$ 에서는 임계점 세 개와 양 바깥 교점 두 개가 있어 $h(4) = 5$ 예요. 구하는 합은 729예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 순열과 중복순열

${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$ 이고 ${}_3P_2 = 3^2 = 9$ 예요.
합은 $6 + 9 = 15$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 원순열

회전해서 같은 배치는 하나로 보므로 한 사람의 자리를 고정해요.
나머지 네 사람의 배치는 $4! = 24$ 가지예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 같은 것이 있는 순열

양끝에 B를 하나씩 고정하면 가운데에는 A, A, A, B, C, C가 남아요.
나열 수는 $6! / (3!2!) = 60$ 가지예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 서로 다른 물건의 분배

A에 넣을 공 3개를 $C(6, 3) = 20$ 가지로 골라요.
나머지 세 공은 각각 B, C 중 하나로 가므로 $2^3 = 8$ 가지예요. 전체는 160가지예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 자연수해의 개수

$a, b, c \geq 1$ 이므로 d 는 1 또는 2예요. $d = 1$ 이면 $a + b + c = 7$ 의 양의 정수해가 $C(6, 2) = 15$ 개예요.
 $d = 2$ 이면 $a + b + c = 4$ 의 해가 $C(3, 2) = 3$ 개이므로 합은 18개예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 원형 분배와 상한

빵은 한 접시에 2개, 나머지 접시에 1개씩 담겨요. 빵 2개를 고르는 수는 $C(5, 2) = 10$ 가지이고 그 접시를 원형의 기준으로 고정하면 나머지 빵 배치는 $3! = 6$ 가지예요.
빵 2개인 접시에 사탕을 0개 담으면 나머지 사탕 수는 $(2, 2, 1)$ 의 순열 3가지예요. 그 접시에 1개 담으면 나머지는 $(2, 2, 0)$ 또는 $(2, 1, 1)$ 의 순열 6가지예요.
따라서 전체는 $10 \times 6 \times (3 + 6) = 540$ 가지예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 같은 것이 있는 순열과 나머지

1,2,3의 개수를 a, b, c 라 하면 $a+b+c=6$ 이고 숫자 합은 $12+(c-a)$ 예요. 모두 한 개 이상이므로 $|c-a| \leq 3$ 이에요.
합이 4의 배수가 되려면 $c=a$ 여야 해요. 가능한 개수는 (1,4,1), (2,2,2)이에요.
나열 수는 $6!/4!+6!/(2!2!2!)=30+90=120$ 가지예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 비감소 함수의 조건

$m=f(4)$ 라 해요. $f(2) \neq 1$ 에서 $f(2) \geq 2$ 이므로 $m=2, 3, 4$ 만 가능해요. 앞의 세 값은 1부터 m 까지의 중복조합 $C(m+2, 3)$ 개에서 첫 두 값이 1인 m 개를 빼요.
 $m=2$ 이면 앞 세 값 2가지, $f(5)$ 는 2,3,4,5의 4가지라 8개예요. $m=3$ 이면 앞 세 값 7가지, $f(5)$ 는 3,4,5의 3가지라 21개예요.
 $m=4$ 이면 앞 세 값 16가지이고 $4f(5) < 20$ 에서 $f(5)=4$ 뿐이라 16개예요. 합은 $8+21+16=45$ 개예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

분자는 $6n^2+n-1$ 이에요.
분자와 분모를 n^2 으로 나누면 극한은 6이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 샌드위치 정리

3^n 으로 나누면 $1-(2/3)^n < a_n/3^n < 1+(2/3)^n$ 이므로 $a_n/3^n \rightarrow 1$ 이에요.
주어진 비는 $(a_n/3^n)/(3+(2/3)^n)$ 이므로 극한은 $1/3$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 등차수열의 극한

공차를 d 라 해요. $d=0$ 이면 분자가 $-6n$ 때문에 발산하므로 제외돼요.
 $d \neq 0$ 에서 극한은 $(2d-6)/d=4$ 이므로 $d=-3$ 이에요. 구하는 차 a_2-a_1 도 -3 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 수열 극한의 계산

첫 조건에서 $n^2 a_n \rightarrow 3$ 이고 둘째 조건에서 $n^2(a_n+b_n) \rightarrow 1/4$ 이에요.
 $a_n+2b_n=2(a_n+b_n)-a_n$ 이므로 $n^2(a_n+2b_n) \rightarrow 1/2-3=-5/2$ 예요. 따라서 주어진 극한은 -5 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 부분합과 일반항

$n=1$ 에서 $3/b_1=3$ 이므로 $b_1=1$ 이에요. $n=2$ 에서 $-4/b_2=2-3=-1$ 이므로 $b_2=4$, $b_n=3n-2$ 예요.
 $n \geq 2$ 에서 $a_n/b_n=6/(n+1)-6/n=-6/\{n(n+1)\}$ 이에요.
따라서 $a_n b_n = -6(3n-2)^2/\{n(n+1)\} \rightarrow -54$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 로그함수와 도형의 극한

$B_n=(a^n+1, n)$ 이므로 $S_n=\{a^n+a^{n+1}+2\}/2$ 이고 $B_n B_{n+1}=\sqrt{((a-1)^2 a^{2n}+1)}$ 이에요.
 $a>1$ 이면 비의 극한은 $2(a-1)/(a+1)$ 이에요. $3/(2a+2)$ 와 같게 놓으면 $a=7/4$ 예요.
 $0<a<1$ 이면 비의 극한은 1이므로 $a=1/2$ 예요. 합은 $7/4+1/2=9/4$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 정수해와 무리식 극한

두 경계근은 $2n \pm \sqrt{(4n^2+n)}$ 이예요. $2n < \sqrt{(4n^2+n)} < 2n+1$ 이므로 작은 근은 -1 과 0 사이, 큰 근은 $4n$ 과 $4n+1$ 사이예요. 따라서 정수해는 $0, 1, \dots, 4n$ 의 $4n+1$ 개예요. $\sqrt{(na_n)} = \sqrt{(4n^2+n)}$ 이므로 유한한 극한을 위해 $p=2$ 여야 해요. 유리화하면 $\sqrt{(4n^2+n)} - 2n = n/(\sqrt{(4n^2+n)} + 2n) \rightarrow 1/4$ 이예요. 따라서 $q=1/4$, $100pq=50$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 극한함수의 치역

f 는 $|x| < 1$ 에서 $-x$, $|x| > 1$ 에서 x 이고 $x = \pm 1$ 에서는 0 이예요. 각 k 에 $2k-2 \leq |x| < 2k$ 에서 g 는 $|x| < 2k-1$ 이면 $-x$, $|x| > 2k-1$ 이면 x , 경계 $|x| = 2k-1$ 이면 0 이예요. 양의 함수값을 모으면 음수 x 의 안쪽 반띠에서 $[2k-2, 2k-1)$, 양수 x 의 바깥 반띠에서 $(2k-1, 2k)$ 가 나와요. 짝수 경계는 다음 띠의 음수 x 에서 포함돼요. 따라서 $0 < t < 10$ 에서 빠지는 높이는 $1, 3, 5, 7, 9$ 뿐이고 합은 25 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 타원의 축

큰 분모가 16 이므로 장반경은 4 예요. 장축 길이는 그 두 배인 8 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 포물선의 초점과 준선

$x^2 = 4py$ 에서 $p=2$ 이므로 초점은 $(0, 2)$, 준선은 $y = -2$ 예요. 둘 사이의 거리는 4 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 쌍곡선의 점근선

주축 길이가 4 이므로 $a=2$ 이고 $c=3$ 에서 $b^2 = c^2 - a^2 = 5$ 예요. 양의 기울기의 점근선은 $\sqrt{5}x - 2y = 0$ 이예요. $F=(3, 0)$ 에서 이 직선까지 거리는 $3\sqrt{5}/\sqrt{(5+4)} = \sqrt{5}$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 이동한 포물선

$(y-2)^2 = 4(x+2)$ 이므로 초점은 $(-1, 2)$, 준선은 $x = -3$ 이예요. 원과 만나는 점에서는 초점거리 2 가 준선거리 $x+3$ 과 같아 $x = -1$ 이예요. 포물선 식에서 $(y-2)^2 = 4$ 이므로 $y = 0, 4$ 예요. 두 점 좌표의 합은 $-1+0-1+4=2$ 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 쌍곡선의 거리 차

위쪽 가지의 P 에서 $PF' = PF + 4$ 이고 아래쪽 가지의 Q 에서 $QF' = QF - 4$ 예요. 주어진 차에서 $PF + 4 - (QF - 4) = 5$ 이므로 $QF - PF = 3$ 이예요. $PF = (2/3)QF$ 와 연립하면 $QF = 9$, $PF = 6$ 이예요. 따라서 합은 15 예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 두 타원의 교점

두 타원의 거리 합이 모두 6 이므로 $PF = PA$ 예요. 따라서 P 의 x 좌표는 $(c+3)/2$ 예요. $s = PF$ 라 하면 $PF' = 6 - s$ 예요. 거리 제곱 차에서 $36 - 12s = 4cx = 2c(c+3)$ 이므로 $s = (3-c)(c+6)/6$ 이예요. 이등변삼각형 PFA 에서 $FA = 3 - c = 2s \cos \angle AFP = 3s/4$ 이므로 $s = 4(3-c)/3$ 이예요. 두 식을 비교하면 $c = 2$, $s = 4/3$ 이예요. 둘레는 $2s + FA = 8/3 + 1 = 11/3$ 이예요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 포물선과 접하는 원

$P=(pt^2, 2pt)$, $t>0$ 으로 놓아요. FP의 기울기 조건에서 $2t/(t^2-1)=-4/3$ 이므로 $t=1/2$, $P=(p/4, p)$ 이에요.

원의 중심은 P보다 x좌표가 작으므로 P에서 FP 방향의 단위벡터 $(-3/5, 4/5)$ 를 따라 3만큼 이동한 점이에요. 따라서 중심의 x좌표는 $p/4-9/5$ 예요.

준선 $x=-p$ 에 반지름 3인 원이 접하므로 중심 x좌표는 $3-p$ 예요. $p/4-9/5=3-p$ 에서 $p=96/25$ 이므로 $25p=96$ 이에요.

2023학년도 3월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 타원과 쌍곡선의 초점삼각형

$AF=d$ 라 놓으면 BFP가 정삼각형이므로 $FP=2d$, $AB=\sqrt{3}d$ 예요. 타원 위의 A에서 $AF'=2d$ 이므로 타원 장축 길이는 $3d$ 예요.

쌍곡선의 초점이 A, B이고 F가 그 위에 있어 거리 차는 $BF-AF=d$ 예요. 대칭으로 $BQ=BR=t$ 이며 $\angle QBR=60^\circ$ 이므로 BQR도 정삼각형이에요.

왼쪽 가지에서 $AQ=t+d$ 예요. 삼각형 ABQ의 코사인법칙으로 $(t+d)^2=3d^2+t^2-3dt$ 에서 $t=2d/5$ 예요.

장축과 둘레 차는 $3d-3t=9d/5=3$ 이므로 $d=5/3$ 이에요. 따라서 $60AF=100$ 이에요.

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
6	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
7	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
8	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
9	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
10	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
11	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
12	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
13	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
14	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
15	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
23	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
24	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
25	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
26	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
27	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
28	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

16번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

17번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

18번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

19번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

20번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

21번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

22번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

29번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

30번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)