Aldus Libris

인천광역시교육청 수학 기출 모음

문제와 팁 · 교재형

92문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $4^{\frac{1}{2}}+\log_2 8$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

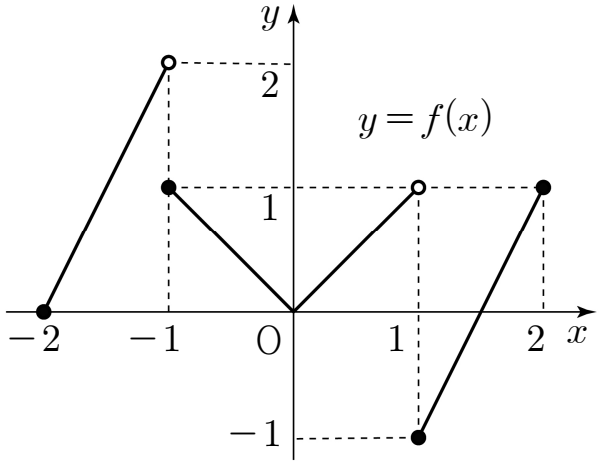
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $f(x)=x^2-ax$ 에 대하여 $f'(1)=0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 닫힌구간 $[-2,\ 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 부등식 $5^{2x-7} \le \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. $\cos(-\theta)+\sin(\pi+\theta)=\frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 5-\dfrac{10}{a_n} & (a_n\text{이 정수인 경우}) \\ -2a_n+3 & (a_n\text{이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_9+a_{12}의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 첫째항이 $a\,(a>0)$이고, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.
$2a=S_2+S_3$, $r^2=64a^2$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 2 이상의 두 자연수 a, n에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$의 값이 자연수가 되도록 하는 n의 최댓값을 $f(a)$라 하자.
$f(4)+f(27)$의 값은? [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식

$$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

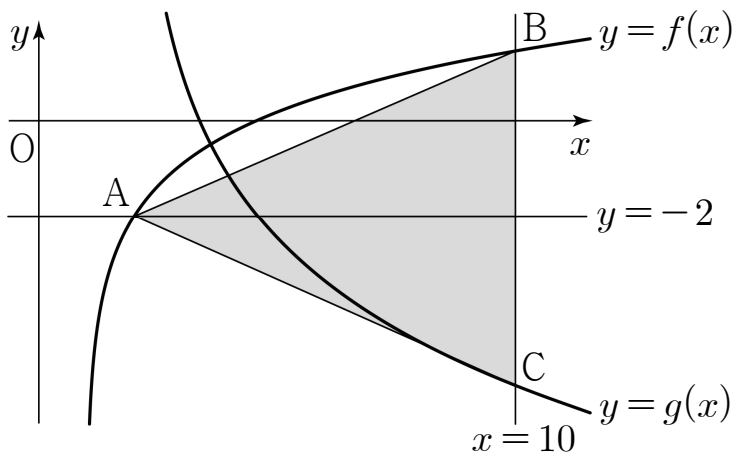
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. $a>1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{2}\log_a(x-1)-2,\ g(x)=\log_{\frac{1}{a}}(x-2)+1$$

이 있다. 직선 $y=-2$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A 라 하고, 직선 $x=10$ 과 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 삼각형 ACB 의 넓이가 28 일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 다항함수 $f(x)$는 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2-3x-5}=2$를 만족시키고, 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-3} & (x\neq 3)\\ 1 & (x=3)\end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$(n+1)S_{n+1}=\log_2(n+2)+\sum_{k=1}^{n}S_k \ \cdots \ (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n}ka_k$를 구하는 과정이다.

> 주어진 식 $(*)$에 의하여
>
> $$nS_n=\log_2(n+1)+\sum_{k=1}^{n-1}S_k \ (n \geq 2) \ \cdots \ ㉠$$
>
> 이다. $(*)$에서 ㉠을 빼서 정리하면
>
> $$(n+1)S_{n+1}-nS_n$$
>
> $$=\log_2(n+2)-\log_2(n+1)+\sum_{k=1}^{n}S_k-\sum_{k=1}^{n-1}S_k \ (n \geq 2)$$
>
> 이므로
>
> $$(\boxed{(가)})\times a_{n+1}=\log_2\frac{n+2}{n+1} \ (n \geq 2)$$
>
> 이다.
>
> $a_1=1=\log_2 2$이고,
>
> $2S_2=\log_2 3+S_1=\log_2 3+a_1$이므로
>
> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$na_n=\boxed{(나)}$$
>
> 이다. 따라서
>
> $$\sum_{k=1}^{n}ka_k=\boxed{(다)}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $f(8)-g(8)+h(8)$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=2$에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
ㄴ. 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4이다.
ㄷ. 점 P가 시각 $t=0$일 때부터 가속도가 12가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 서로 다른 세 실근 α, 0, $\beta\,(\alpha<0<\beta)$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 가진다. (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$에 대하여 $\int_0^{10} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to-1}\frac{x^2+4x+a}{x+1}=b$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$이고 $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$에서 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$의 값과 같게 되도록 하는 양수 a에 대하여 $3a^2$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4} = 2, \ \lim_{x \to 2} \frac{g(x)+1}{x-2} = 8$$

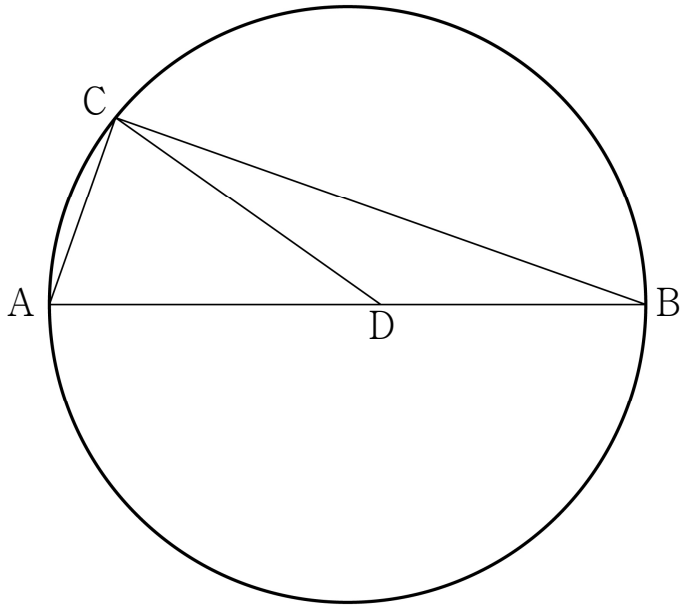
을 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$에 대하여 $h'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C에 대하여

$$\overline{\mathrm{BC}}=12\sqrt{2},\ \cos(\angle \mathrm{CAB})=\frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S이다.
$\frac{S}{\pi}$의 값을 구하시오. [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 공차가 d이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \le d$
(나) 어떤 자연수 $k\,(k \ge 3)$에 대하여 세 항 a_2, a_k, a_{3k-1}이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \le a_{16} \le 100$일 때, a_{20}의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$에 대하여 $x \ge -3$에서 정의된 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (-3 \le x < 3) \\ \dfrac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \le x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k는 모든 자연수)

이다. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{12} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{12},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{11}{12}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 다항식 $(2x+1)^7$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$\frac{1}{2}a$	$\frac{3}{2}a$	1

$\mathrm{E}(X)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $(a-2)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=2$가 성립할 확률은? [3점]

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 3개의 문자 A, B, C를 포함한 서로 다른 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 두 문자 B와 C 사이에 문자 A를 포함하여 1개 이상의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다. 상수 a에 대하여 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $Y = 3X - a$
(나) $\mathrm{P}(X \le 4) = \mathrm{P}(Y \ge a)$

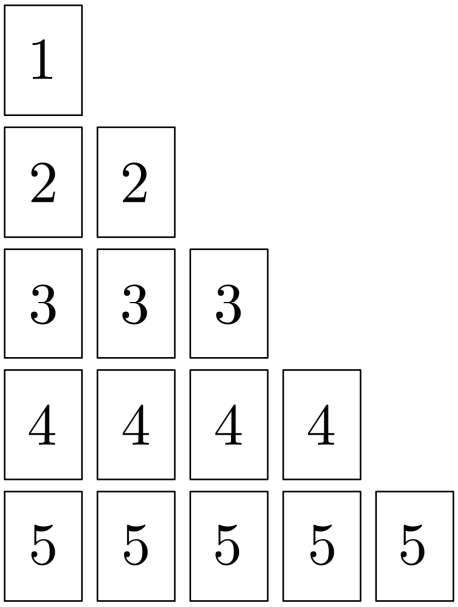
$\mathrm{P}(Y \ge 9)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668
③ 0.1587 ④ 0.2417
⑤ 0.3085

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다.
이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 4개, 흰 공 5개, 빨간 공 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다. (나) 학생 A는 흰 공과 검은 공을 받으며 흰 공보다 검은 공을 더 많이 받는다. (다) 학생 A가 받는 공의 개수는 홀수이며 학생 A가 받는 공의 개수 이상의 공을 받는 학생은 없다.

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\sec\theta$의 값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^2 2x \, dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 자연수 r에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n+r^{n+1}}{3^n+7\times r^n}=1$이 성립하도록 하는 모든 r의 값의 합은? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

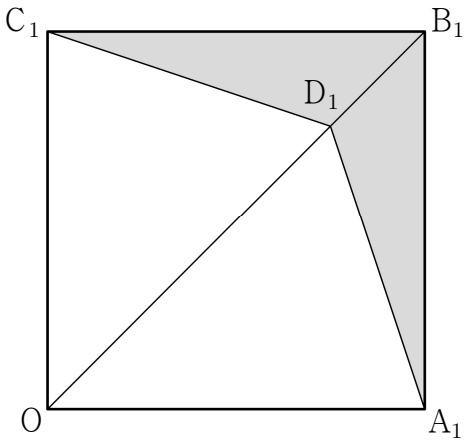
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OA_1B_1C_1$의 대각선 OB_1을 $3:1$로 내분하는 점을 D_1이라 하고, 네 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1로 둘러싸인 ㄱ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

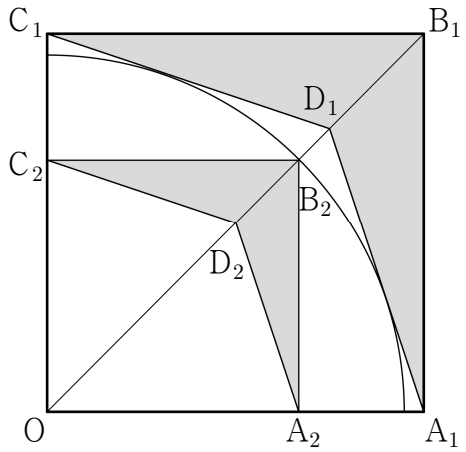
그림 R_1에서 중심이 O이고 두 직선 A_1D_1, C_1D_1에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1이 만나는 점을 B_2라 하자. 선분 OB_2를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 ㄱ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

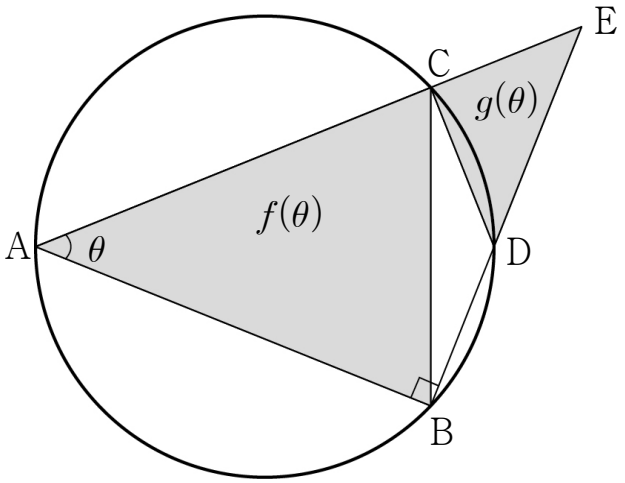
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 곡선 $y=xe^{-2x}$의 변곡점을 A라 하자. 곡선 $y=xe^{-2x}$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ 1 ④ e^{2} ⑤ $3e^{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고, $\overline{AB}=\overline{AC}$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC=\theta$라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x)=x^3-x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=ax^3+x^2+bx+1$ 이 있다. 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x<0 \text{ 또는 } x>1) \\ \dfrac{1}{\pi}\sin \pi x & (0 \le x \le 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 두 자연수 a, b에 대하여 이차함수 $f(x)=ax^2+b$가 있다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\ln f(x)-\frac{1}{10}\{f(x)-1\}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 직선 $y=|g(t)|$와 함수 $y=|g(x)|$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다. (나) 함수 $h(t)$가 $t=k$에서 불연속인 k의 값의 개수는 7이다.

$\int_0^a e^x f(x)\,dx=me^a-19$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오.

[4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2,\ 4)$, $\vec{b}=(-1,\ k)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{b}$가 서로 평행하도록 하는 실수 k의 값은?

[2점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 쌍곡선 $x^2-y^2=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에서의 접선의 기울기가 2일 때, ab의 값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

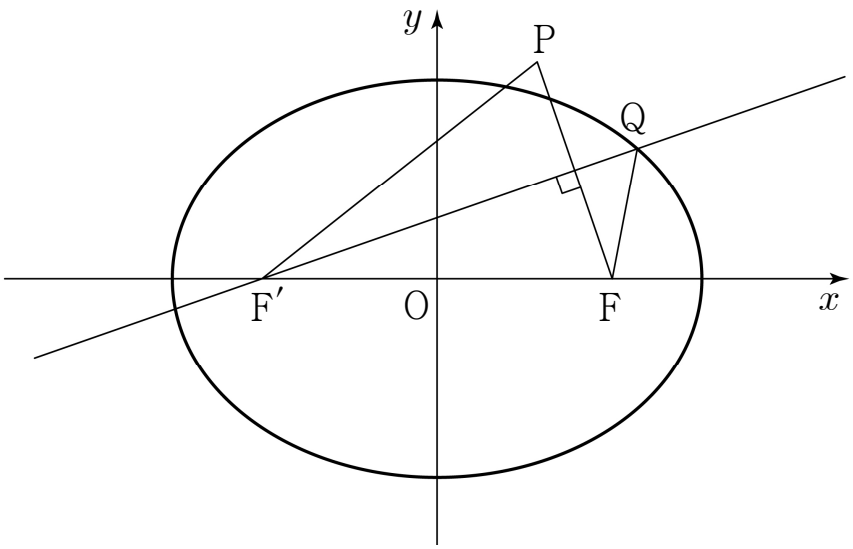
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 점 $\mathrm{A}(2,\ 6)$과 직선 $l:\frac{x-5}{2}=y-5$ 위의 한 점 P에 대하여 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$와 직선 l의 방향벡터가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

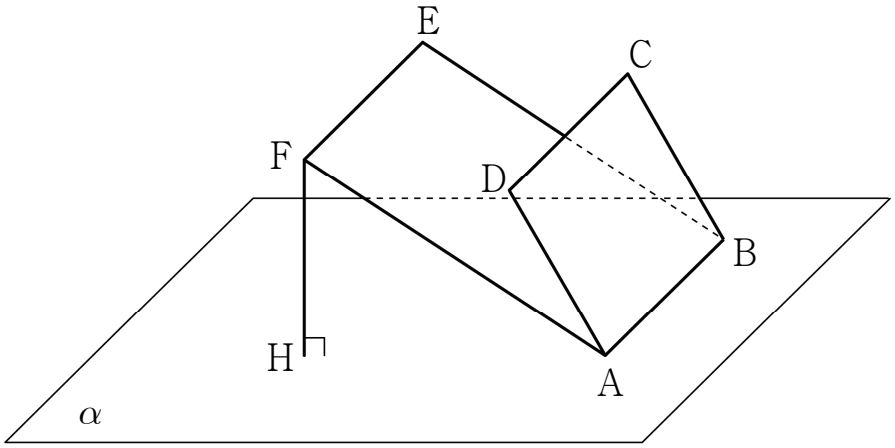
26. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(\sqrt{7},\ 0)$, $\mathrm{F}'(-\sqrt{7},\ 0)$을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다.
$\overline{\mathrm{FF}'}=\overline{\mathrm{PF}'}$, $\overline{\mathrm{FP}}=2\sqrt{3}$을 만족시키는 점 P에 대하여 점 F′을 지나고 선분 FP에 수직인 직선이 타원과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 Q라 할 때, 선분 FQ의 길이는? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

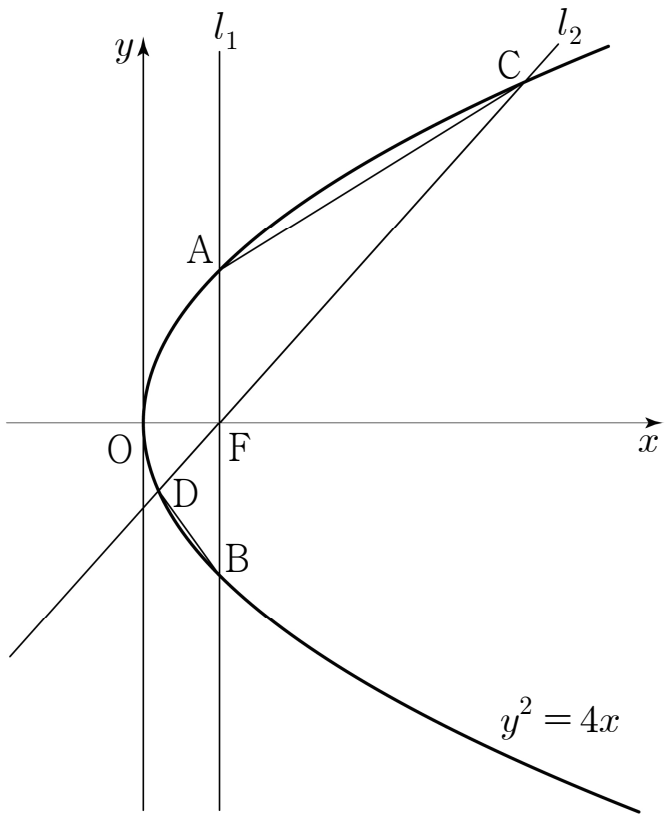
27. 그림과 같이 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 네 점 C, D, E, F가 있다. 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사각형이고 사각형 ABEF는 $\overline{\mathrm{AF}}=12$인 직사각형이다.
정사각형 ABCD의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 18이고, 점 F의 평면 α 위로의 정사영을 H라 하면 $\overline{\mathrm{FH}}=6$이다.
정사각형 ABCD의 평면 ABEF 위로의 정사영의 넓이는?
(단, $0<\angle\mathrm{DAF}<\frac{\pi}{2}$) [3점]



① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $18\sqrt{2}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선 $y^2=4x$의 초점 F를 지나고 x축과 수직인 직선 l_1이 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 F를 지나고 기울기가 $m\,(m>0)$인 직선 l_2가 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C, D라 하자. 삼각형 FCA의 넓이가 삼각형 FDB의 넓이의 5배일 때, m의 값은? (단, 두 점 A, C는 제1사분면 위의 점이고, 두 점 B, D는 제4사분면 위의 점이다.) [4점]



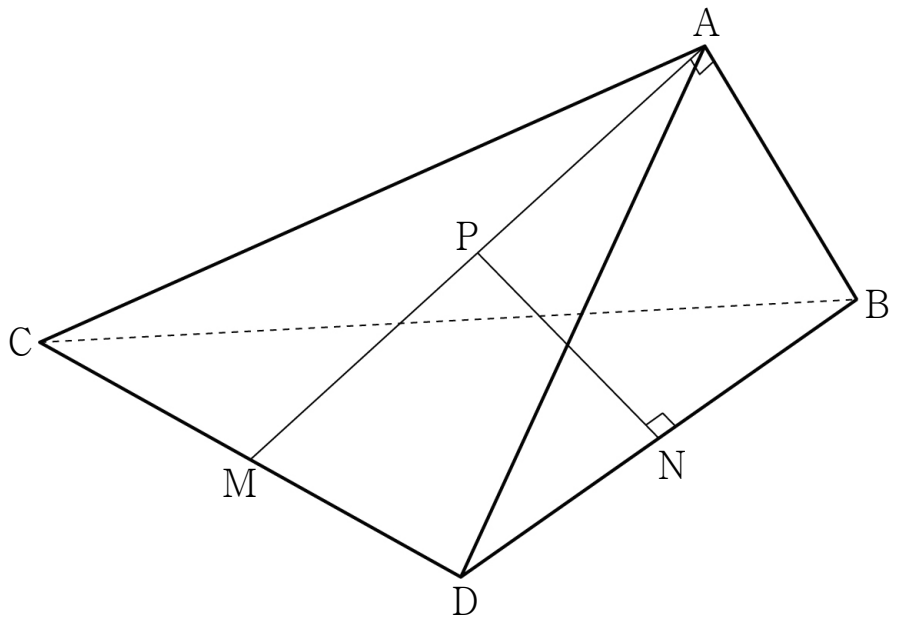
① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4,\ \overline{CD}=8,\ \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

인 사면체 ABCD에 대하여 직선 AB와 평면 ACD는 서로 수직이다. 두 선분 CD, DB의 중점을 각각 M, N이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P에 대하여 선분 DB와 선분 PN은 서로 수직이다. 두 평면 PDB와 CDB가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $40\cos^2\theta$의 값을 구하시오. [4점]

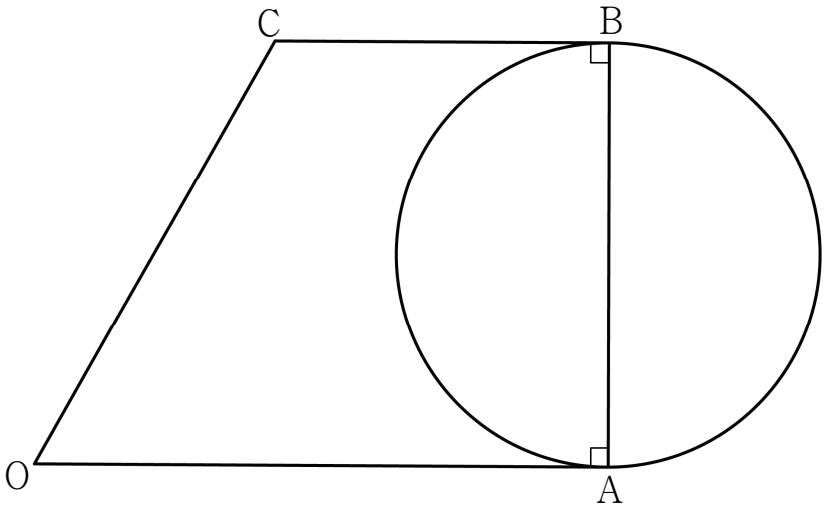


인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 평면 위에

$$\overline{\mathrm{OA}}=2+2\sqrt{3},\ \overline{\mathrm{AB}}=4,\ \angle\mathrm{COA}=\frac{\pi}{3},\ \angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{B}=\frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 OABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}$의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 할 때, 직선 OQ가 원과 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 D라 하자. 원 위의 점 R에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{DQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}$의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오. [4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $3^{2\sqrt{2}}\times 9^{1-\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$일 때, a_5의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

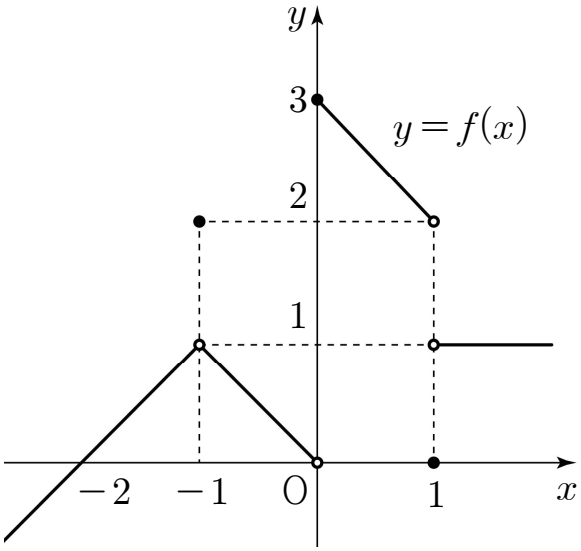
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & (x<2) \\ x^2-ax+3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta=\frac{4}{5}$일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-\cos(\pi+\theta)$의 값은? [3점]

① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \ \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x)dx = \int_0^2 f'(x)dx = 0$$

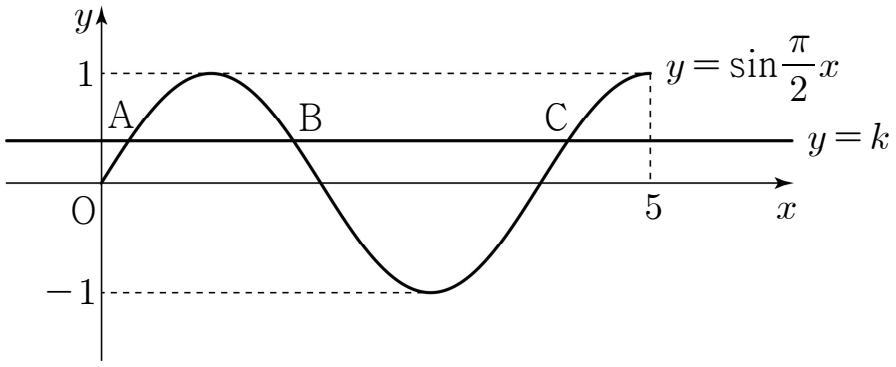
을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 곡선 $y = \sin\frac{\pi}{2}x\ (0 \le x \le 5)$ 가 직선 $y = k\ (0 < k < 1)$ 과 만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로 A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

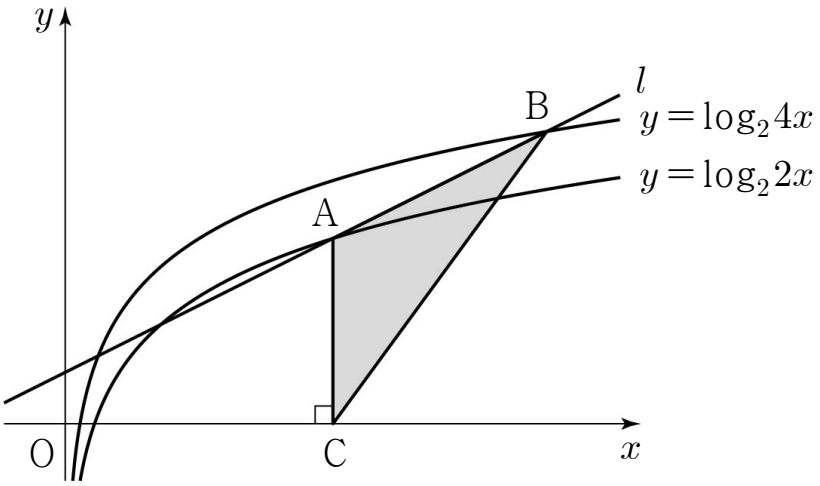
① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y=\log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A 라 하고, 직선 l 이 곡선 $y=\log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발 C 에 대하여 삼각형 ACB 의 넓이는? [4점]

① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10}의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$
$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 2)$

이다.

$S_1 = a_1$에서 $3S_1 = 3a_1$이므로

$3S_n = (n+2) \times a_n \quad (n \geq 1)$

이다.

$$3a_n = 3(S_n - S_{n-1})$$
$$= (n+2) \times a_n - (\boxed{\text{(가)}}) \times a_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$a_{10} = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \cdots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9}$$
$$= \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p라 할 때, $\dfrac{f(p)}{g(p)}$의 값은? [4점]

① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<-2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

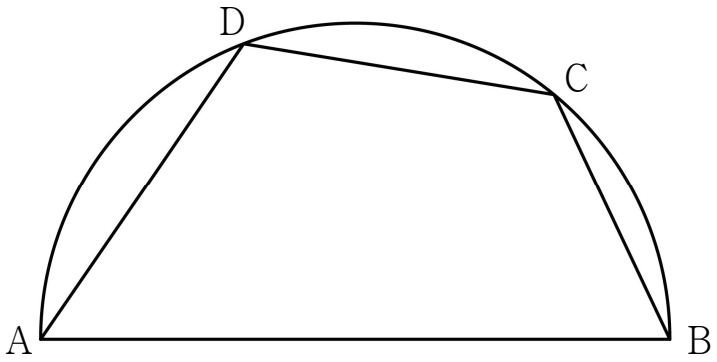
<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$

ㄴ. $\overline{CD}=7$일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$

ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x+2) & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=|g(x)-g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$가 $x=k$에서 미분가능하지 않은 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① $-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\dfrac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
④ $-\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-2x-1$이고 $f(1)=3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2+6t-a$$

이다. 시각 $t=3$에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 $2n^2-9n$의 n제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 할 때,
$f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)dt-\int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다. (나) 방정식 $g'(x)=0$의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)|dx$의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$
(나) $\lvert a_{n+1} - a_n \rvert = 2n-1$

$a_2 = 9$일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k,\ 0)\ (k \neq 0)$에서의 접선의 방정식은 $y=0$이다.
(나) 방정식 $h(x)=0$의 실근 중에서 가장 큰 값은 12이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$의 값을 구하시오.
(단, k는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 다항식 $(4x+1)^6$의 전개식에서 x의 계수는? [2점]

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

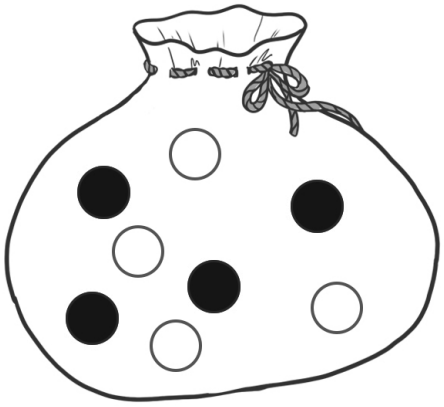
24. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{E}(3X-1)=17$일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{51}{70}$ ③ $\frac{53}{70}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{57}{70}$



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 세 문자 a, b, c 중에서 모든 문자가 한 개 이상씩 포함되도록 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 135 ② 140 ③ 145 ④ 150 ⑤ 155

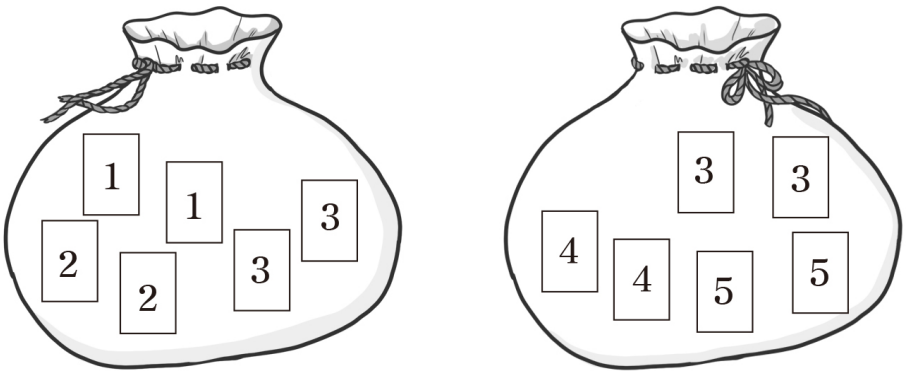
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 주머니 A에는 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 3, 3, 4, 4, 5, 5가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 3개의 동전을 동시에 던져
> 앞면이 나오는 동전의 개수가 3이면
> 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,
> 앞면이 나오는 동전의 개수가 2 이하이면
> 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{31}{120}$ ④ $\frac{17}{60}$ ⑤ $\frac{37}{120}$



A B

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 Y로의 함수 f의 개수는? [4점]

(가) $\sqrt{f(1)\times f(2)\times f(3)}$ 의 값은 자연수이다. (나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.

① 84 ② 87 ③ 90 ④ 93 ⑤ 96

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \le X \le a$, $0 \le Y \le a$이고, X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $0 \le x \le a$인 모든 실수 x에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는

$$f(x)=b,\ g(x)=\mathrm{P}(0 \le X \le x)$$

이다. $\mathrm{P}(0 \le Y \le c)=\frac{1}{2}$일 때, $(a+b)\times c^2$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, $n\,(1 \le n \le 6)$번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n이라 하자. $a_1+a_2+a_3 > a_4+a_5+a_6$일 때, $a_1=a_4=1$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+5}-n^2\right)$의 값은? [2점]

① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\int_1^e\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}\right)\ln x\,dx-\int_1^e\frac{2}{x^2}\ln x\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 매개변수 $t\,(t>0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x=t^2\ln t+3t\,,\ y=6te^{t-1}$$

에서 $t=1$ 일 때, $\dfrac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 함수 $g(x)$ 의 역함수이고, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-2}{x-2}=\dfrac{1}{3}$ 이다. 함수 $h(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$ 라 할 때, $h'(2)$ 의 값은? [3점]

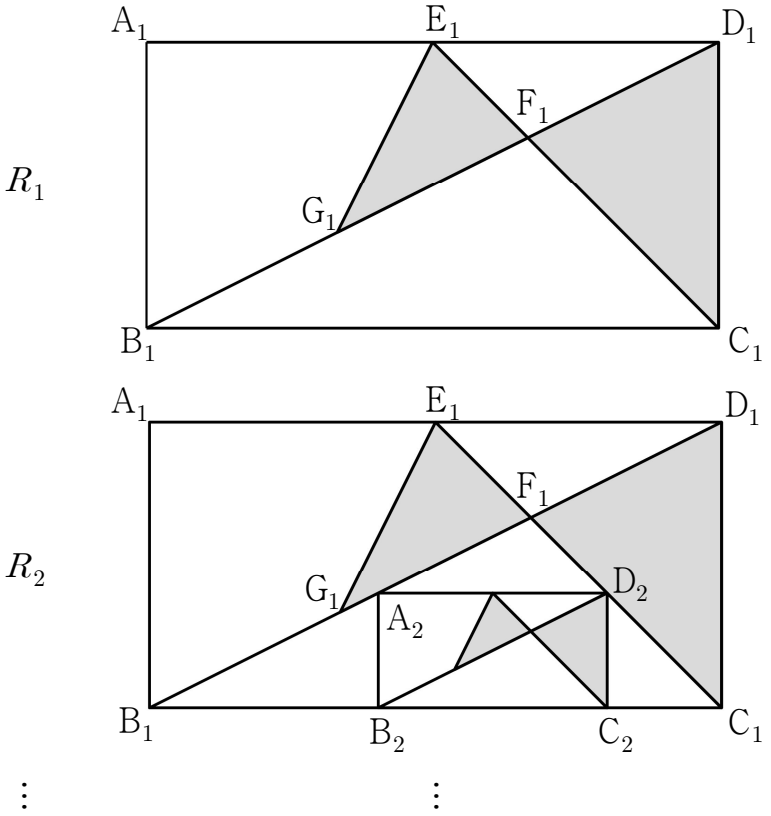
① $\dfrac{7}{6}$ ② $\dfrac{4}{3}$ ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ $\dfrac{5}{3}$ ⑤ $\dfrac{11}{6}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 A_1D_1의 중점 E_1에 대하여 두 선분 B_1D_1, C_1E_1이 만나는 점을 F_1이라 하자. $\overline{G_1E_1}=\overline{G_1F_1}$이 되도록 선분 B_1D_1 위에 점 G_1을 잡아 삼각형 $G_1F_1E_1$을 그린다. 두 삼각형 $C_1D_1F_1$, $G_1F_1E_1$로 만들어진 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 B_1F_1 위의 점 A_2, 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2, 선분 C_1F_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 ⋈ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{23}{42}$ ② $\frac{25}{42}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{29}{42}$ ⑤ $\frac{31}{42}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$ (나) $f(x+2)=f(x)$

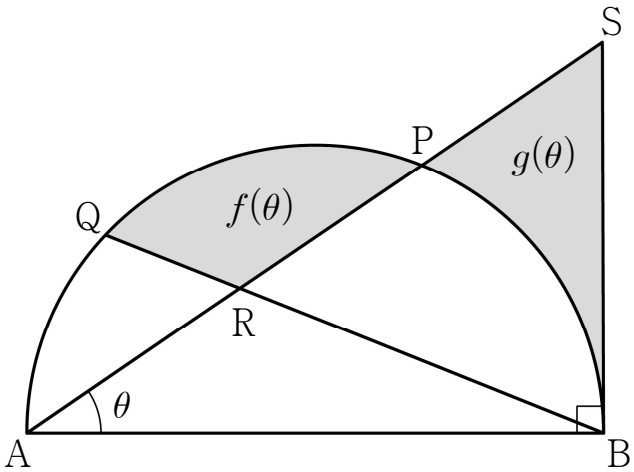
$\int_{-1}^{5} f(x)(x+\cos 2\pi x)dx=\frac{47}{2}$, $\int_{0}^{1} f(x)dx=2$일 때, $\int_{0}^{1} f'(x)\sin 2\pi x\, dx$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5}{12}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle \mathrm{BAP} = \theta$라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=e^x f(x)$$

이다. 양수 k에 대하여 집합 $\{x \mid g(x)=k,\ x\text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합을 $h(k)$라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(k)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(k)$가 $k=t$에서 불연속인 t의 개수는 1이다. (나) $\lim_{k\to 3e+} h(k)-\lim_{k\to 3e-} h(k)=2$

$g(-6)\times g(2)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to-\infty} x^2e^x=0$) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2m-1,\ 3m+1)$, $\vec{b}=(3,\ 12)$가 서로 평행할 때, 실수 m의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $(9,\ 6)$에서의 접선과 포물선의 준선이 만나는 점이 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ 3)$에 대하여

$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-2\overrightarrow{\mathrm{OB}})=0$$

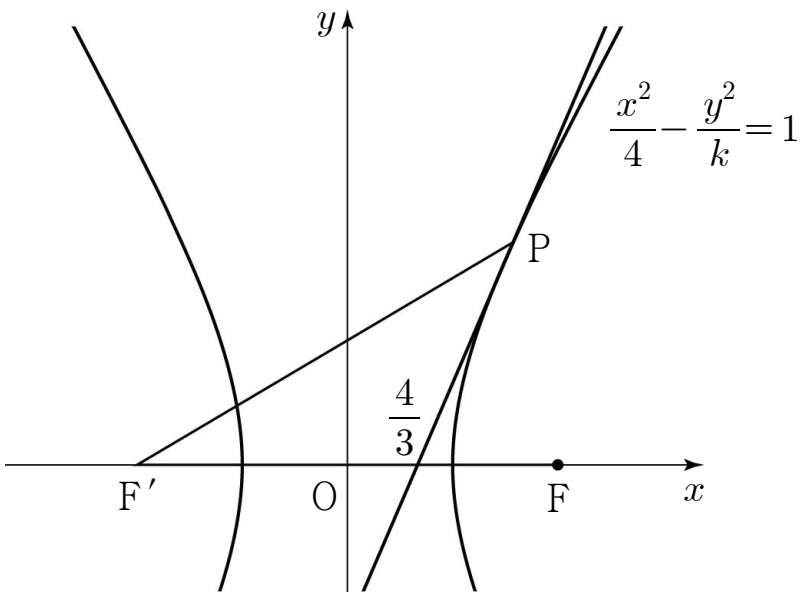
을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 길이는?
(단, O는 원점이다.) [3점]

① 6π ② 7π ③ 8π ④ 9π ⑤ 10π

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{k}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표가 $\dfrac{4}{3}$이다. $\overline{\mathrm{PF}'}=\overline{\mathrm{FF}'}$일 때, 양수 k의 값은? [3점]

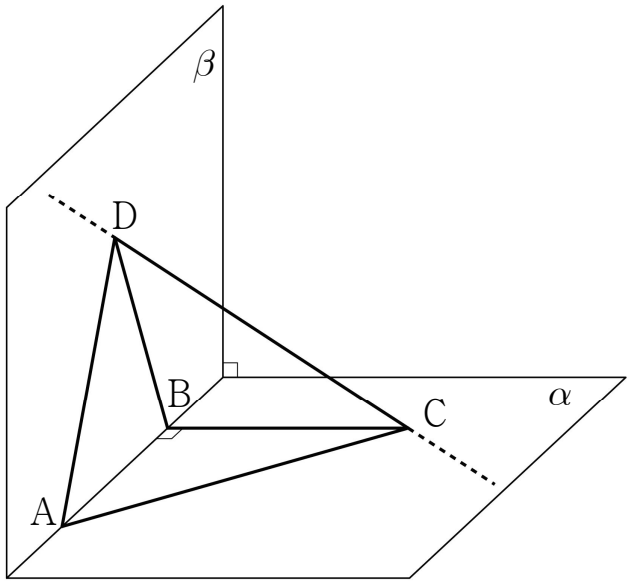
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

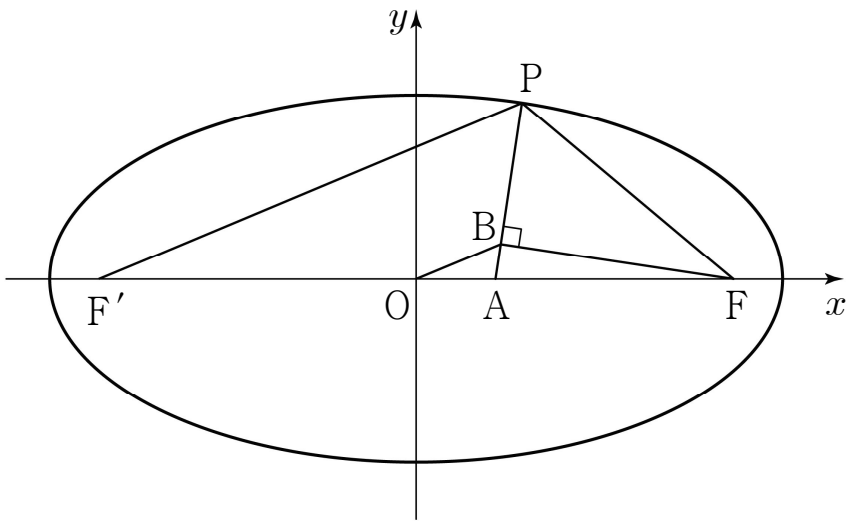
27. 공간에서 수직으로 만나는 두 평면 α, β의 교선 위에 두 점 A, B가 있다. 평면 α 위에 $\overline{AC}=2\sqrt{29}$, $\overline{BC}=6$인 점 C와 평면 β 위에 $\overline{AD}=\overline{BD}=6$인 점 D가 있다. $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$일 때, 직선 CD와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{29}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{31}}{6}$



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

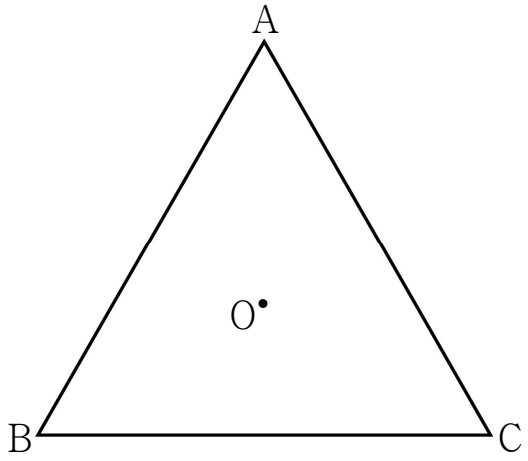
28. 그림과 같이 $\mathrm{F}(6,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-6,\ 0)$을 두 초점으로 하는 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 점 $\mathrm{A}\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$에 대하여 $\angle\mathrm{FPA}=\angle\mathrm{F'PA}$를 만족시키는 타원의 제1사분면 위의 점을 P라 할 때, 점 F에서 직선 AP에 내린 수선의 발을 B라 하자. $\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{3}$일 때, $a\times b$의 값은?
(단, $a>0$, $b>0$이고 O는 원점이다.) [4점]



① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 평면 위에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC의 무게중심 O에 대하여 $\overrightarrow{OD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$를 만족시키는 점을 D라 하자. 선분 CD 위의 점 P에 대하여 $|2\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PD}|$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P를 Q라 하자. $|\overrightarrow{OR}|=|\overrightarrow{OA}|$를 만족시키는 점 R에 대하여 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QR}$의 최댓값이 $p+q\sqrt{93}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이다.) [4점]

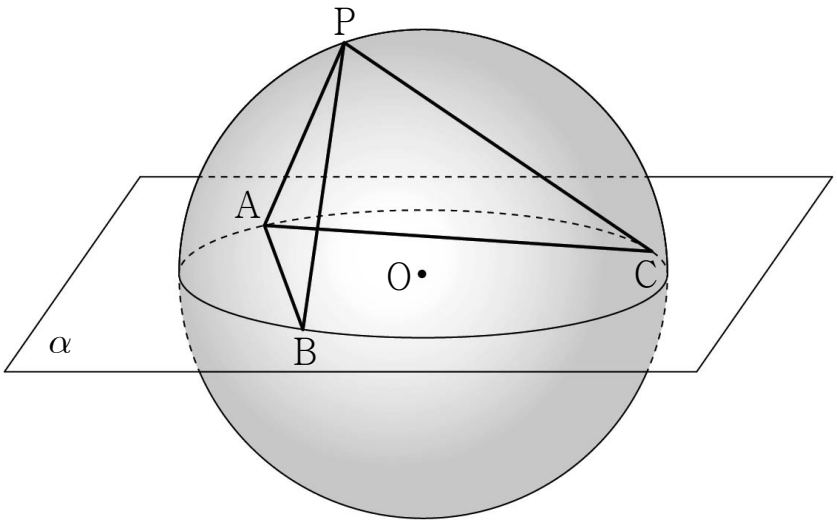


인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 공간에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 4인 구와 점 O를 지나는 평면 α가 있다. 평면 α와 구가 만나서 생기는 원 위의 서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여 두 직선 OA, BC가 서로 수직일 때, 구 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle \mathrm{PAO} = \frac{\pi}{3}$
(나) 점 P의 평면 α 위로의 정사영은 선분 OA 위에 있다.

$\cos(\angle \mathrm{PAB}) = \frac{\sqrt{10}}{8}$ 일 때, 삼각형 PAB의 평면 PAC 위로의 정사영의 넓이를 S라 하자. $30 \times S^2$의 값을 구하시오. (단, $0 < \angle \mathrm{BAC} < \frac{\pi}{2}$) [4점]



정답 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ⑤ 2번 ④ 3번 ② 4번 ③ 5번 ③ 6번 ④

7번 ④ 8번 ② 9번 ③ 10번 ⑤ 11번 ④ 12번 ①

13번 ① 14번 ⑤ 15번 ② 16번 5 17번 17 18번 13

19번 24 20번 27 21번 117 22번 64

확률과 통계

23번 ⑤ 24번 ③ 25번 ② 26번 ① 27번 ④ 28번 ⑤

29번 25 30번 51

미적분

23번 ① 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ②

29번 15 30번 586

기하

23번 ④ 24번 ② 25번 ⑤ 26번 ① 27번 ⑤ 28번 ③

29번 25 30번 108

정답 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ⑤ 2번 ② 3번 ① 4번 ② 5번 ③ 6번 ④

7번 ② 8번 ④ 9번 ④ 10번 ③ 11번 ⑤ 12번 ①

13번 ③ 14번 ⑤ 15번 ① 16번 2 17번 13 18번 16

19번 4 20번 8 21번 180 22번 121

확률과 통계

23번 ② 24번 ④ 25번 ③ 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ②

29번 5 30번 133

미적분

23번 ④ 24번 ③ 25번 ③ 26번 ② 27번 ② 28번 ①

29번 4 30번 129

기하

23번 ① 24번 ④ 25번 ⑤ 26번 ④ 27번 ② 28번 ③

29번 15 30번 50

풀이를 확인해요

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수와 로그

제곱근과 로그를 각각 계산한 뒤 더해요.

$4^{1/2}=2$이고 $\log_2 8=3$이에요.
따라서 합은 5이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

위끝 값을 대입한 결과에서 아래끝 값을 대입한 결과를 빼요.

$2x+3$의 한 부정적분은 x^2+3x예요.
0부터 1까지의 정적분은 $(1+3)-0=4$예요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 미분계수

도함수부터 구한 다음 주어진 점을 넣어요.

$f'(x)=2x-a$예요.
$f'(1)=2-a=0$에서 $a=2$이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 극한

빈 점과 꽉 찬 점보다, 어느 방향의 선을 따라가는지를 먼저 확인해요.

x가 -1보다 작은 쪽에서 -1로 다가갈 때 그래프의 높이는 2로 가요.
x가 1보다 큰 쪽에서 1로 다가갈 때 높이는 -1로 가요. 두 극한의 합은 1이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 지수부등식

지수부등식은 같은 밑으로 통일하고 밑이 1보다 큰지 확인해요.

오른쪽을 밑 5로 바꾸면 $(1/5)^{x-2}=5^{2-x}$이에요.
밑이 1보다 크므로 $2x-7\le 2-x$, 즉 $x\le 3$이에요. 가능한 자연수는 1,2,3 세 개이므로 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 기본 관계

삼각함수의 부호를 먼저 정리한 뒤 합이나 차를 제곱해요.

$\cos(-\theta)=\cos\theta$, $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$이므로 $\cos\theta-\sin\theta=3/5$예요.
양변을 제곱하면 $1-2\sin\theta\cos\theta=9/25$예요. 따라서 $\sin\theta\cos\theta=8/25$이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 수열의 귀납적 정의

식의 분기는 항 번호가 아니라 현재 항이 정수인지로 결정돼요.

주어진 규칙을 차례로 적용하면 10→4→5/2→−2→10이에요. 정수 여부를 매번 새로 확인해요.
4개 항을 주기로 반복하므로 $a_9=10$, $a_{12}=-2$예요. 합은 8이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 등비수열

공비가 음수일 가능성을 남겨 두고, 합의 식에서 공비를 정해요.

$S_2+S_3=a(1+r)+a(1+r+r^2)=a(2+2r+r^2)$이에요. 2a와 같고 a>0이므로 r(r+2)=0이에요.
$r^2=64a^2>0$이므로 r=0은 불가능해요. 따라서 r=−2이고 a=1/4예요.
$a_5=ar^4=(1/4)\times16=4$이므로 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 거듭제곱근과 자연수

소인수의 지수를 근호 차수로 나눈 값이 정수가 되는지 살펴요.

$(\sqrt[n]{4})^3=2^{6/n}$이 자연수가 되려면 6/n이 음이 아닌 정수여야 해요. n≥2에서 가능한 최대 n은 6이므로 f(4)=6이에요.
마찬가지로 $(\sqrt[n]{27})^3=3^{9/n}$이므로 f(27)=9예요. 합은 15이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 삼각방정식

역삼각함수 값을 실제로 계산하지 않아도 대칭인 두 해의 합을 구할 수 있어요.

$\cos^2x=1-\sin^2x$를 넣으면 $3\sin^2x-5\sin x-2=0$, 즉 $(3\sin x+1)(\sin x-2)=0$이에요.
sin x=2는 불가능하므로 sin x=−1/3이에요. α=arcsin(1/3)이라 두면 범위 안의 두 해는 π+α, 2π−α예요.
두 해의 합은 3π이므로 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 로그함수와 넓이

두 점이 같은 수직선 위에 있으면 그 선분을 삼각형의 밑변으로 잡아요.

f(x)=−2에서 $\log_a(x-1)=0$이므로 A=(2,−2)예요. 직선 x=10까지의 수평거리는 8이에요.
수직선 위 두 점 사이 거리는 $|f(10)-g(10)|=|\log_a3-2-(1-\log_a8)|=|\log_a24-3|$이에요.
넓이 28에서 $(1/2)\times8\times|\log_a24-3|=28$이므로 $\log_a24-3=\pm7$이에요. a>1에서 $\log_a24>0$이므로 음의 경우는 불가능해요.
$\log_a24=10$이므로 $a^{10}=24$예요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 함수의 연속과 중근

곱의 연속 조건에는 극한뿐 아니라 그 점에서 따로 정의된 실제 값도 맞추어야 해요.

무한대에서의 극한 조건에 따라 f는 최고차항 계수가 2인 이차함수예요.
x=3에서 f(x)g(x)가 연속이려면 먼저 f(3)=0이어야 해요. f(x)=(x−3)q(x)로 두면 바깥 극한은 q(3)이고 실제 함수값은 f(3)=0이므로 q(3)=0이에요.
따라서 $f(x)=2(x-3)^2$이고 f(1)=8이에요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 수열의 합과 망원합

항 번호를 한 칸 옮긴 식을 빼면 합 S_n이 사라지고 일반항의 관계가 나와요.

연속한 두 식을 빼고 $S_{n+1}=S_n+a_{n+1}$을 넣으면 $(n+1)a_{n+1}=\log_2((n+2)/(n+1))$이에요. 따라서 (가)는 n+1이에요.
처음 항과 둘째 항의 조건까지 확인하면 모든 자연수 n에 대해 $na_n=\log_2((n+1)/n)$이므로 (나)는 이 로그예요.
$\Sigma_{k=1}^{n}ka_k=\log_2 2+\log_2(3/2)+\cdots+\log_2((n+1)/n)=\log_2(n+1)$이므로 (다)는 $\log_2(n+1)$이에요.
$f(8)-g(8)+h(8)=9-\log_2(9/8)+\log_2 9=9+3=12$예요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 속도와 이동거리

속도의 부호가 바뀌는 시각에서 구간을 나누어 이동거리를 더해요.

$v(t)=3t(t-2)$이므로 $0<t<2$에서는 음수, $t>2$에서는 양수예요. $t=2$에서 움직이는 방향이 바뀌므로 ㄱ은 참이에요.
위치는 $x(t)=\int_0^t v(s)ds=t^3-3t^2$예요. $x(2)=-4$이므로 ㄴ도 참이에요.
가속도는 $6t-6$이므로 12가 되는 시각은 $t=3$이에요. 0부터 2까지 거리는 4, 2부터 3까지 거리는 $x(3)-x(2)=4$이므로 총 8이에요.
ㄷ도 참이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 도함수의 부호와 정적분

절댓값과 원래 값의 차이는 원래 값이 음수인 구간만 두 배로 남겨요.

도함수의 세 근이 $\alpha,0,\beta$이고 등차수열이므로 $\alpha=-r$, $\beta=r(r>0)$로 놓아요. 최고차항 계수에 따라 $f'(x)=4x(x^2-r^2)$, $f(x)=x^4-2r^2x^2+C$예요.
수평선 $y=9$와 서로 다른 세 점에서 만나려면 가운데 극댓값이 9여야 하므로 $C=9$예요. 양쪽 극솟값은 $C-r^4=-16$이므로 $r^4=25$, $r=\sqrt{5}$예요.
$0<x<\sqrt{5}$에서 $f'<0$이므로 $|f'|-f'=-2f'$이고, $\sqrt{5}<x\leq 10$에서는 0이에요.
따라서 적분은 $-2\{f(\sqrt{5})-f(0)\}=-2(-16-9)=50$이에요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 유리함수의 극한

분모가 0이면 분자도 0인지 먼저 확인한 다음 약분해요.

분모가 0이 되는 $x=-1$에서 유한한 극한이 있으려면 $1-4+a=0$, 즉 $a=3$이에요.
분자를 $(x+1)(x+3)$으로 인수분해해 약분하면 극한 b는 2예요. 따라서 $a+b=5$예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 정적분과 함수값

두 함수값의 차이는 그 사이 도함수의 정적분이에요.

$f(2)-f(1)=\int_1^2(3x^2+6x-4)dx$예요.
한 부정적분 x^3+3x^2-4x의 2에서 값은 12, 1에서 값은 0이에요. 따라서 $f(2)=5+12=17$이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 평균변화율과 미분계수

문제에서 요구한 식이 바로 정리된다면 a 자체를 구하지 않아도 돼요.

[1,3]에서 평균변화율은 {(27+3a)−(1+a)}/2=13+a예요.
$f'(a)=3a^2+a$와 같으므로 $13+a=3a^2+a$예요. 따라서 구하는 $3a^2$은 13이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 곱의 미분법과 극한

극한 식에서 함수값을 먼저 얻고, 미분계수의 분모 x−2를 만들어 보세요.

두 극한이 유한하므로 f(2)=4, g(2)=−1이에요.
첫 극한에서 $f'(2)=\lim\{(f(x)-4)/(x^2-4)\}(x+2)=2\times4=8$이에요. 둘째 극한에서 g′(2)=8이에요.
$h'(2)=f'(2)g(2)+f(2)g'(2)=8\times(-1)+4\times8=24$예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 사인법칙과 외접원

같은 각 A를 두 삼각형에서 이어 쓰면, 처음 원의 정보가 새 외접원으로 연결돼요.

지름 AB에 대한 원주각이므로 ∠ACB=π/2예요. cos A=1/3에서 sin A=$2\sqrt{2}/3$이에요.
BC=AB sin A=$12\sqrt{2}$이므로 AB=18, AC=6이에요. 5:4 내분점이므로 AD=10이에요.
삼각형 CAD에서 $CD^2=6^2+10^2-2\times6\times10\times(1/3)=96$이에요. 따라서 CD=$4\sqrt{6}$이에요.
이 삼각형의 외접원 반지름은 R=CD/(2sin A)=$3\sqrt{3}$이에요. $S/\pi=R^2=27$이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 등차수열과 등비 조건

첫째항과 공차의 비를 쓰면 자연수 k의 후보를 좁힐 수 있어요.

첫째항을 r라 하고 t=r/d로 놓아요. 모든 항이 자연수이고 r≤d이므로 0<t≤1이에요. 세 항은 d(t+1), d(t+k−1), d(t+3k−2)예요.

등비 조건에서 $(t+k-1)^2=(t+1)(t+3k-2)$이므로 $t=(k^2-5k+3)/(k+1)$이에요. k=3,4에서는 음수, k=5에서는 1/2, k≥6에서는 1보다 커져요. 따라서 k=5, d=2r이에요.
$a_{16}=r+15d=31r$이 90 이상 100 이하이므로 자연수 r=3이에요.
$a_{20}=r+19d=39r=117$이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 함수의 그래프와 교점 수

수평선별로 무한 구간을 세기보다, 높이가 충분한 봉우리별로 유한하게 합쳐요.

기본 삼차함수는 x=−$\sqrt{3}$에서 양의 극댓값 12를 가져요. k번째로 옮긴 구간의 양의 봉우리 높이는 12/(k+1)이에요.
높이 n인 수평선은 봉우리보다 낮으면 그 구간에서 두 번, 봉우리와 같으면 한 번 만나요. 따라서 높이 1부터 12까지의 전체 교점 수를 봉우리별로 더할 수 있어요.
j=k+1이라 놓으면 j번째 봉우리에 해당하는 교점 수의 합은 2⌊12/j⌋이고, 12/j가 정수일 때는 꼭대기를 두 번 센 것을 한 번 빼요.
j≥13에서는 높이 1에 못 미쳐 교점이 없어요.
$\sum_{j=1}^{12}\lfloor 12/j\rfloor=12+6+4+3+2+2+1+1+1+1+1+1=35$예요. 12의 양의 약수는 여섯 개이므로 구하는 합은 2×35−6=64예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 확률의 덧셈정리

배반사건은 교집합이 없어서 합사건의 확률을 바로 더할 수 있어요.

A,B가 배반사건이므로 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$예요.
따라서 $P(B)=11/12-1/12=5/6$이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

선택하는 인수의 수와, 선택한 항에 붙은 계수의 거듭제곱을 함께 반영해요.

일곱 인수 중 두 인수에서 $2x$를 고르고 나머지에서는 1을 골라야 x^2이 나와요.
계수는 ${}_7C_2\times 2^2=21\times 4=84$이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 이산확률변수의 기댓값

확률의 합으로 상수를 정한 뒤 값과 확률의 곱을 더해요.

확률의 합이 1이므로 $a+a/2+3a/2=3a=1$에서 $a=1/3$이에요.
$E(X)=(-1)a+0\times a/2+1\times 3a/2=a/2=1/6$이에요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 확률의 곱셈과 경우의 수

제곱합이 작은 정수일 때는 가능한 제곱들의 조합부터 나누어요.

세 제곱은 정수의 제곱이고 합이 2이므로 두 개는 1, 한 개는 0이어야 해요.
0이 되는 자리 선택은 3가지, 나머지 두 차가 각각 +1 또는 −1인 경우는 $2^2=4$가지예요. 각 자리의 값은 모두 주사위 눈 1부터 6 안에 들어가요.
유리한 경우는 12가지, 전체는 $6^3=216$가지이므로 확률은 1/18이에요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 순열과 사이 조건

사이에 반드시 들어가는 문자는 세 위치를 고른 뒤 가운데에 고정해요.

B,A,C가 차지할 세 위치를 여섯 자리 중에서 골라요. A가 B와 C 사이에 있어야 하므로 고른 세 위치 중 가운데에 A가 와요.
세 위치 선택은 ${}_6C_3=20$가지이고, 양끝 B,C의 순서는 2가지예요.
나머지 세 문자는 남은 세 자리에 $3!=6$가지로 놓아요. 전체는 $20\times 2\times 6=240$가지이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 정규분포와 표준화

일차변환의 평균과 표준편차를 구한 뒤 두 확률을 같은 누적분포로 맞추어요.

$Y=3X-a$에서 평균은 $3m-a=m$이므로 $a=2m$이에요. 표준편차는 $3\times 2=6$이에요.
$P(X\le 4)=\Phi((4-m)/2)$이고 $P(Y\ge a)=\Phi((m-a)/6)=\Phi(-m/6)$이에요. 표준정규 누적분포는 증가하므로 $(4-m)/2=-m/6$에서 $m=6$이에요.
따라서 $P(Y\ge 9)=P(Z\ge(9-6)/6)=P(Z\ge 0.5)=0.5-0.1915=0.3085$예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 조건부확률

조건을 만족하는 숫자쌍을 먼저 정하고, 같은 숫자가 적힌 카드의 장수를 가중치로 세어요.

양의 약수 개수가 3 이하인 수는 1, 소수, 소수의 제곱이에요. 서로 다른 두 장을 고를 때 가능한 숫자쌍은 (1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,2),(3,3),(5,5)예요. 숫자 1인 카드는 한 장뿐이라 (1,1)은 없어요.
카드가 구별되므로 각 쌍의 수는 차례로 2,3,4,5,1,3,10가지예요. 조건을 만족하는 전체는 28가지예요.
합이 짝수인 쌍은 (1,3),(1,5),(2,2),(3,3),(5,5)이고 3+5+1+3+10=22가지예요.
조건부확률은 22/28=11/14이므로 p+q=14+11=25예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 분배와 경우의 수

A의 가능한 공 개수를 먼저 고정하고, 남은 검은 공의 수에 따라 다른 학생의 두 색 조합을 정해요.

A가 받는 검은 공 수를 b, 흰 공 수를 w라 하면 b>w≥1, b≤4이고 b+w는 홀수예요. 가능한 (b,w)는 (2,1),(3,2),(4,1),(4,3)이에요. A가 3개만 받는 첫 경우는 나머지 세 명이 각각 2개 이하로 받아야 해서 전체 14개를 나눌 수 없어요.
A가 (3,2)를 받으면 나머지는 검은 공 1개, 흰 공 3개, 빨간 공 5개예요. 검은 공을 받을 학생을 세 명 중 고르면 3가지예요. 그 학생이 흰 공도 받는 경우에는 흰 공 1개를 받아야 하고, 나머지 두 명의 빨간 공 배분은 (2,3),(3,2) 두 가지예요.
그 학생이 빨간 공도 받는 경우, 빨간 공을 1,2,3개 받을 수 있어요. 나머지 두 명의 흰 공은 (1,2) 또는 (2,1)이에요. 각 흰 공 배분마다 남은 빨간 공 배분은 차례로 2,2,1가지여서 합이 10가지예요. 따라서 이 경우는 3×(2+10)=36가지예요.
A가 (4,1)을 받으면 나머지는 흰 공 4개와 빨간 공 5개예요. 세 명 모두 두 색을 받고 각각 총 4개 이하여야 해요. 흰 공 배분은 (2,1,1)의 세 순열이에요. 흰 공 2개를 받은 학생의 빨간 공이 1개이면 다른 두 명은 합 4를 1부터 3까지로 나누어 3가지, 2개이면 합 3을 나누어 2가지예요. 따라서 3×5=15가지예요.
A가 (4,3)을 받으면 남은 흰 공은 2개뿐이에요. 검은 공이 남지 않아 다른 세 명 모두 흰 공과 빨간 공을 받아야 하므로 불가능해요. 전체는 36+15=51가지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 삼각함수의 기본 관계

각도의 범위로 제곱근의 부호를 정한 뒤 역수를 구해요.

제1사분면이므로 $\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\sqrt{4/5}=2/\sqrt{5}$예요.
$\sec\theta=1/\cos\theta=\sqrt{5}/2$이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 치환적분

안쪽 함수의 미분이 곱으로 보이면 그 안쪽 함수를 새 변수로 잡아요.

$u=\sin 2x$로 놓으면 $du=2\cos 2x\,dx$예요. 적분 구간은 $x=0$에서 $u=0$, $x=\pi/4$에서 $u=1$로 바뀌어요.
따라서 $\int_0^1 u^2 du=1/3$이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 수열의 극한

지수의 밑 크기가 바뀌는 경계값을 반드시 별도로 확인해요.

$r<3$이면 분자와 분모를 3^n으로 나누었을 때 r^n 항들이 사라져 극한은 1이에요. 자연수 $r=1,2$가 가능해요.
$r=3$이면 극한은 $(1+3)/(1+7)=1/2$라서 제외해요.
$r>3$이면 r^n으로 나누어 극한이 $r/7$이므로 $r=7$이에요. 가능한 r의 합은 1+2+7=10이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 도형의 닮음과 등비급수

중심에서 접선까지의 거리로 원의 반지름을 구한 뒤 대각선 길이를 연결해요.

O=(0,0), A_1=(4,0), B_1=(4,4), C_1=(0,4)이므로 D_1=(3,3)이에요. 색칠한 두 삼각형의 넓이는 각각 2여서 처음 넓이는 4예요.
두 직선 A_1D_1, C_1D_1는 3x+y=12, x+3y=12예요. 중심 O에서 이 직선까지의 거리는 12/√10이므로 접하는 원의 반지름도 같아요.

원 위의 대각선 방향 점 B_2의 좌표는 (6/√5,6/√5)이에요. 다음 정사각형의 변과 처음 변의 비는 3/(2√5)이므로 넓이의 비는 9/20이에요.
매번 새로 색칠하는 부분이 같은 비로 줄어드므로 합은 4/(1−9/20)=80/11이에요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 변곡점과 접선

변곡점은 이계도함수가 0이라는 조건에 더해 부호가 바뀌는지도 확인해요.

$f(x)=xe^{-2x}$를 두 번 미분하면 $f'(x)=(1-2x)e^{-2x}$, $f''(x)=4(x-1)e^{-2x}$이에요.
x=1에서 이계도함수의 부호가 바뀌므로 A=(1,e^{-2})예요. 접선의 기울기는 $-e^{-2}$이고 접선은 $y=e^{-2}(2-x)$이에요.
따라서 B=(2,0)이에요. 삼각형 OAB의 넓이는 (1/2)×2×e^{-2}=e^{-2}이고 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 삼각함수의 극한과 도형

두 넓이에 공통인 길이의 제곱을 약분하면 원의 반지름을 계산할 필요가 없어져요.

A=(0,0)이고 AB를 x축으로 놓아요. AB=AC=L이라 하면 B=(L,0), C=(Lcos θ,Lsin θ), E=(L,Ltan θ)이에요.
원을 $x^2+y^2-Lx-2ky=0$으로 쓰고 C를 대입하면 2k=L(1−cos θ)/sin θ=Ltan(θ/2)이에요. x=L에서 다른 교점 D의 y좌표는 2k=Ltan(θ/2)이에요.
따라서 f(θ)=L^2sin θ/2이고 g(θ)=L^2(1−cos θ){tan θ−tan(θ/2)}/2예요.
두 넓이의 비를 정리하면 g/(θ^2f)={(1−cos θ)/θ^2}×{(tan θ−tan(θ/2))/sin θ}예요. 두 인수의 극한은 각각 1/2, 1/2이므로 답은 1/4, 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 역함수의 미분과 접합 조건

접합점의 x를 역함수의 입력으로 보고, 원래 함수의 어느 점에 대응하는지부터 찾아요.

g(0)=1이므로 x=1에서 바깥 식의 미분계수는 f′(0)/g′(0)=−1/b예요. 안쪽 식의 미분계수는 cos π=−1이므로 b=1이에요.
x=0에서 연속이려면 r=g^{-1}(0)에 대해 f(r)=r^3−r=0이에요. g(0)=1이므로 r=0은 불가능하고 r=±1이에요.
r=1이면 g(1)=a+3=0에서 a=−3이에요. 이때 f′(1)/g′(1)=2/(−6)=−1/3으로, 안쪽 미분계수 1과 달라 제외해요.
r=−1이면 g(−1)=1−a=0에서 a=1이에요. g′(x)=$3x^2$+2x+1은 항상 양수이고 x=0의 미분계수도 f′(−1)/g′(−1)=1로 맞아요.
따라서 a+b=2, g(a+b)=g(2)=8+4+2+1=15예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 로그함수의 그래프와 교점 수

교점 수를 바로 그리기보다 높이 s에 따른 교점 수를 정리한 뒤 s=|g(t)|를 대입해요.

F(u)=ln u−(u−1)/10으로 두면 g(x)=F(ax^2+b)예요. F는 u=10까지 증가하고 이후 감소하므로 x=0에서 극솟값이 있으려면 자연수 b는 1부터 9까지예요. c=F(b), H=F(10)이라 해요.
b≥2이면 0<c<H예요. 수평선 y=s≥0과 g의 교점 수가 바뀌는 높이는 c,H예요. |g(t)|=c가 되는 t는 g=c의 세 점과 g=−c의 두 점으로 다섯 개, |g(t)|=H가 되는 t는 네 개예요. 모두 h의 불연속점이므로 총 아홉 개가 돼요.
b=1이면 c=0이에요. g(t)=0인 세 점과 |g(t)|=H인 네 점에서만 h가 불연속이어서 일곱 개예요. 따라서 b=1이에요.
부분적분으로 $\int_0^a e^x(ax^2+1)dx=\{a^3-2a^2+2a+1\}e^a-(2a+1)$이에요. 이를 me^a−19와 비교하면 정수 계수의 차에 e^a를 곱한 값이 정수 2a−18과 같아요. 양의 정수 a에서 e^a는 무리수이므로 두 차가 모두 0이어야 해요.
2a+1=19에서 a=9이고, $m=9^3-2\times9^2+2\times9+1=586$이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 평행

한 성분에서 비율을 정하고 다른 성분에도 같은 비율을 적용해요.

두 벡터가 평행하려면 b가 a의 상수배여야 해요. 첫 성분에서 그 배수는 −1/2예요.
따라서 k=4×(−1/2)=−2이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 쌍곡선의 접선

곡선 위의 점이라는 조건과 접선의 기울기 조건을 함께 사용해요.

$x^2-y^2=1$을 미분하면 접선의 기울기는 x/y예요. 점 (a,b)에서 기울기가 2이므로 a=2b예요.
쌍곡선의 식에 넣으면 $4b^2-b^2=1$에서 $b^2=1/3$이에요. 따라서 $ab=2b^2=2/3$이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터의 내적과 수직

직선의 매개변수 표현을 쓰면 수선의 발을 내적 한 식으로 찾을 수 있어요.

직선 위의 점을 P=(2t+5,t+5)로 놓으면 방향벡터는 (2,1)이고 $\vec{AP}$=(2t+3,t−1)이에요.
수직 조건에서 (2,1)·(2t+3,t−1)=5t+5=0이므로 t=−1이에요.
P=(3,4)이므로 $|\vec{OP}|$=5예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 타원의 정의와 초점거리

타원의 거리 합을 새 점 Q에 쓰고, 수직 조건은 두 삼각형의 각을 연결하는 데 써요.

두 초점 사이 거리는 $2\sqrt{7}$이고, 주어진 삼각형 FF′P에서 F′P=$2\sqrt{7}$, FP=$2\sqrt{3}$이에요. 코사인법칙으로 ∠PFF′의 코사인은 $3/(2\sqrt{21})$이므로 사인은 $5/(2\sqrt{7})$이에요.
F′Q가 FP에 수직이므로 φ=∠FF′Q에 대해 cos φ=$5/(2\sqrt{7})$이에요. r=F′Q로 두면 타원의 장축 길이 8에 의해 FQ=8−r이에요.
삼각형 FF′Q에 코사인법칙을 쓰면 $(8-r)^2=r^2+28-4\sqrt{7}r\times5/(2\sqrt{7})=r^2+28-10r$이에요.
정리하면 r=6이고 FQ=2예요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 정사영과 두 평면의 각

두 평면의 교선에 수직인 선분끼리의 각으로 정사영 비율을 읽어요.

정사각형 넓이는 36이고 α 위 정사영 넓이가 18이므로 두 평면의 예각 γ는 cos γ=1/2, 즉 60°예요.
AF=12, FH=6이므로 선분 AF와 α 사이의 각 δ는 sin δ=1/2에서 30°예요. AD와 AF는 모두 AB에 수직이에요.
두 선분 사이의 각은 60°−30° 또는 60°+30°인데, 문제에서 0<∠DAF<90°이므로 30°예요.
따라서 평면 ABEF 위 정사영 넓이는 36cos 30°=18√3이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 포물선과 넓이

두 삼각형의 같은 밑변을 활용하면 넓이 비가 초점현 양끝의 좌표 비로 바뀌어요.

포물선의 초점은 F=(1,0)이므로 A=(1,2), B=(1,−2)이에요. 다른 초점현의 두 점 C,D의 y좌표를 u>0, v<0으로 놓아요.
직선 y=m(x−1)과 y^2=4x를 연결하면 my^2−4y−4m=0이므로 uv=−4, u+v=4/m이에요.
두 삼각형의 밑변 FA,FB 길이가 모두 2이므로 넓이 비는 (xC−1):(1−xD)=u:(−v)=5:1이에요. 따라서 u=−5v예요.
uv=−4에서 v=−2/√5, u=2√5예요. u+v=8/√5=4/m이므로 m=√5/2이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 공간좌표와 두 평면의 각

공통 변을 가진 두 평면의 각은 각 평면의 법선벡터를 구하면 내적으로 계산할 수 있어요.

A=(0,0,0), B=(0,0,4)로 놓고 평면 ACD를 z=0으로 잡아요. BC=BD=4√5이므로 AC=AD=8이고 CD도 8이어서 삼각형 ACD는 정삼각형이에요.
C=(4,4√3,0), D=(−4,4√3,0)으로 잡으면 M=(0,4√3,0), N=(−2,2√3,2)이에요. P=(0,t,0)에서 $\vec{PN}\cdot\vec{DB}=0$을 쓰면 24−4√3t=0이므로 t=2√3이에요.
평면 CDB의 법선벡터로 (0,1,√3), 평면 PDB의 법선벡터로 (√3,2,√3)을 쓸 수 있어요. 각 벡터가 해당 평면의 두 방향벡터와 수직인지 내적으로 확인해요.
두 법선벡터의 내적은 5, 길이 제곱은 각각 4와 10이에요. 따라서 $\cos^2\theta$=25/40이고 40$\cos^2\theta$=25예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 원의 자취와 벡터의 내적

원 위 점과의 내적 최대는 중심에서 해당 벡터 방향으로 반지름만큼 간 점에서 나와요.

O=(0,0), A=(L,0), B=(L,4), L=2+2√3으로 놓아요. ∠COA=π/3이므로 C=(4/√3,4)이고 $\vec{OC}$의 단위방향은 (1/2,√3/2)이에요.
원의 중심 S=(L,2), 반지름은 2예요. $\vec{OC}\cdot\vec{OP}$가 최대인 점은 그 방향으로 가장 먼 Q=S+(1,√3)=(3+2√3,2+√3)이에요. 따라서 OQ의 단위방향은 (√3/2,1/2)이고 OQ=2(2+√3)이에요.
점 O의 원에 대한 거듭제곱을 쓰면 OQ×OD=OS^2−4=L^2=8(2+√3)이므로 OD=4예요. 따라서 D=(2√3,2)이고 $\vec{DQ}$=(3,√3)이에요.
$\vec{AR}=\vec{AS}+\vec{SR}$이고 $|\vec{SR}|$=2예요. 내적의 최댓값은 $\vec{DQ}\cdot\vec{AS}+2|\vec{DQ}|$=2√3+4√3=6√3이에요.
따라서 M^2=$(6\sqrt{3})^2$=108이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

밑을 같게 한 뒤 지수를 더해요.

$9=3^2$로 바꾸면 전체는 $3^{2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}}$이에요.
지수를 정리하면 $3^2=9$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 등비수열

두 항의 비로 공비를 구해요.

공비는 $a_3/a_2=2$예요.
$a_5=a_3\times 2^2=4$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 다항함수의 미분

상수항의 미분은 0이에요.

$f'(x)=3x^2+2$예요.
$f'(1)=3+2=5$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 극한

실제 점의 높이와 극한의 높이를 구별해요.

$x\to -1$에서 양쪽 그래프 모두 높이 1로 다가가요.
$x\to 1+$에서도 높이 1로 다가가므로 합은 2예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 조각함수의 연속

식이 바뀌는 경계에서 양쪽 값을 맞춰요.

$x=2$에서 왼쪽 극한은 1, 함숫값과 오른쪽 극한은 $7-2a$예요.
$1=7-2a$에서 $a=3$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 변환

각 변환 뒤에 사분면 부호를 확인해요.

제1사분면 조건에서 $\cos\theta=3/5$예요. $\sin(\pi/2-\theta)=\cos\theta$이고 $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$예요.
따라서 주어진 값은 $2\cos\theta=6/5$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 점화식의 주기

같은 값이 다시 나오면 이후 점화식도 같은 순서로 반복돼요.

$a_2=0$, $a_3=1$, $a_4=-1$, $a_5=0$이므로 $n\geq 2$에서 $0,1,-1$이 주기 3으로 반복돼요.
따라서 $a_{10}=-1$, $a_{20}=0$이고 합은 -1이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 다항식의 극한

무한대에서는 최고차항, 유한점의 차분몫에서는 미분계수를 읽어요.

무한대 극한에서 f는 최고차항이 $2x^2$인 이차식이에요. $x\to1$의 극한에서 $f(1)=0$, $f'(1)=3$이에요.
$f=2x^2+bx+c$에 대입하면 $b=-1$, $c=-1$이에요. 따라서 $f(3)=18-3-1=14$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 정적분과 삼차함수

같은 함숫값을 빼면 여러 근을 가진 다항식이 돼요.

두 적분 조건에서 $f(0)=f(1)=f(2)$이에요. 따라서 일계수 삼차식 $f(x)-f(0)=x(x-1)(x-2)$이에요.
$x=1$에서 미분하면 $f'(1)=(1-0)(1-2)=-1$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 삼각함수의 교점

한 주기의 대칭과 주기 이동으로 나머지 교점 좌표를 나타내요.

A의 x좌표를 u라 하면 B는 $2-u$, C는 $4+u$예요. 합은 $6+u=25/4$이므로 $u=1/4$예요.
$AB=(2-u)-u=2-1/2=3/2$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 로그함수와 직선

직선 위 두 점의 거리에서 가로·세로 차를 먼저 구해요.

기울기 1/2이고 $AB=2\sqrt{5}$이므로 A에서 B로의 좌표 변화는 (4,2)예요. A의 x좌표를 u라 하면 로그값 차에서
$\log_2(4(u+4)/(2u))=2$예요.
이를 풀면 $u=4$이고 A의 높이는 $\log_2 8=3$이에요.
AC를 밑변으로 보면 길이가 3이고 B에서 수직선 AC까지의 거리가 4이므로 넓이는 6이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 부분합과 점화식

부분합 관계는 이웃한 두 식을 빼서 일반항 비로 바꿔요.

$3S_n=(n+2)a_n$과 $3S_{n-1}=(n+1)a_{n-1}$을 빼면 $(n-1)a_n=(n+1)a_{n-1}$이에요. 따라서 $f(n)=n+1$, $g(n)=(n+1)/(n-1)$이에요.
비를 연속해서 곱하면 $a_n=2\times n(n+1)/2=n(n+1)$이므로 $p=a_{10}=110$이에요.
$f(p)/g(p)=p-1=109$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 조각함수와 유일근

“실근이 2뿐”은 실근의 개수가 아니라 유일한 근의 값이 2라는 뜻이에요.

유일한 실근이 $x=2$이므로 $f(2)+8=f(-2)$예요. $x\geq-2$에서 경계값과 무한대의 값이 모두 목표 높이보다 높으므로 $x=2$는 접하는 극소점이고 $f'(2)=0$이에요.
$f'(x)=3(x-r)(x-2)$로 놓으면 $f(2)-f(-2)=16+24r=-8$에서 $r=-1$이에요.
$f(0)=1/2$로부터 $f(x)=x^3-(3/2)x^2-6x+1/2$이고 극대점은 $x=-1$이에요. 극댓값은 $-1-3/2+6+1/2=4$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 원과 삼각형

현 위의 삼각형 넓이 최대는 현에서 가장 먼 원 위의 점에서 나와요.

AB가 지름이므로 $\angle ACB=\pi/2$이고 $AC=\sqrt{(14^2-6^2)}=4\sqrt{10}$이에요. $\sin\angle CBA=AC/AB=2\sqrt{10}/7$이므로 ㄱ은 참이에요.
CD=7일 때 $\angle ADC$와 $\angle ABC$가 보각이므로 코사인법칙에서 $160=AD^2+49+6AD$예요. 양의 해는 $AD=-3+2\sqrt{30}$이므로 ㄴ도 참이에요.
삼각형 ABC 넓이는 $12\sqrt{10}$이에요. 원 중심에서 현 AC까지 거리는 $\sqrt{(7^2-(2\sqrt{10})^2)}=3$이므로 작은 호 위 D의 최대 높이는 $7-3=4$예요. 삼각형 ADC 최대 넓이는 $8\sqrt{10}$이에요.
따라서 사각형 최대 넓이는 $20\sqrt{10}$으로 ㄷ도 참이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 미분 가능성과 절댓값

절댓값의 안이 0이어도 그 점의 기울기가 0이면 미분 가능할 수 있어요.

g가 x=0에서 미분 가능하려면 $f(2)=0$이고 $f'(2)=0$이에요. 따라서 $f(x)=(x-2)^2$예요. g(x)는 $x<0$에서 x^2, $x\geq 0$에서 $x^4/4-4x^3/3+2x^2$이에요.
왼쪽에서는 감소하고 오른쪽에서는 $g'(x)=x(x-2)^2\geq 0$이므로 양의 높이마다 좌우에 교점이 하나씩 있어요. 절댓값이 미분 불가능한 교점이 하나만 되려면 오른쪽 교점이 기울기 0인 x=2여야 해요.
$g(2)=4/3$이므로 가능한 a는 2와 $-2/\sqrt{3}$이에요. a=0에서는 미분 불가능한 점이 없어 제외해요. 곱은 $-4\sqrt{3}/3$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 밑변환

연속해서 이어지는 로그의 밑과 진수를 약분해요.

$\log_3 7\times\log_7 9=\log_3 9$예요.
따라서 값은 2예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 도함수와 부정적분

한 함숫값으로 적분상수를 정해요.

$f(x)=2x^3-x^2-x+C$예요.
$f(1)=3$에서 $C=3$이므로 $f(2)=16-4-2+3=13$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 속도와 위치

속도의 적분은 위치 변화량이에요.

원점에서 출발했으므로 위치는 t^3+3t^2-at예요.
$t=3$에서 $54-3a=6$이므로 $a=16$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 거듭제곱근의 실수성

짝수와 홀수 지수, 밑의 부호를 나눠요.

n=3,4,5,6에서 밑은 각각 −9,−4,5,18이에요. 홀수제곱근은 실수 한 개, 음수의 짝수제곱근은 실수가 없고 양수의 짝수제곱근은 두 개예요.
따라서 합은 1+0+1+2=4예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 적분함수와 극값

극값이 없다는 조건을 도함수 영점의 짝수 중복도로 바꿔요.

$g'(x)=2x\int$(0부터 x까지)$f(t)dt$예요. 최고차항은 $2x^4$이고 영점은 0,3뿐이에요. 극값이 없으므로 각 영점에서 부호가 바뀌지 않아 둘 다 중근이에요.
따라서 $g'(x)=2x^2(x-3)^2$이고 $\int f=x(x-3)^2$예요. 미분하면 $f(x)=3(x-1)(x-3)$이에요.
0부터 1까지의 적분은 4, 1부터 3까지는 −4이므로 절댓값 적분은 8이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 수열의 합과 절댓값 점화식

짝수 번째 부분합은 두 항씩 묶는 관계를 알려 줘요.

합 조건을 이웃하게 빼면 $a_{2n-1}+a_{2n}=17$이에요. $|a_{2n}-a_{2n-1}|=4n-3$이므로 $a_{2n}=2n+7$ 또는 $10-2n$이에요.
$a_2=9$이므로 첫 번째 가지에서 시작해요. 인접한 짝수항의 가지를 바꾸면 $|a_{2n+1}-a_{2n}|=2$가 되어 필요한 홀수 $4n-1$과 다르므로 가지를 바꿀 수 없어요.
따라서 $a_{2n}=2n+7$이고 n=1부터 10까지의 합은 $2\times55+70=180$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 절댓값 삼차함수의 접선

절댓값의 두 가지에서 접선 조건을 각각 검사해요.

$f(x)=Ax^3+Bx^2+Cx$, $g(x)=Cx$예요. 양의 근 12가 있으므로 $C<0$이에요. 양의 비영근에서 수평 접선이 되려면 f가 양수인 가지에서 $Ax^2+Bx+2C$가 중근 k를 가져야 해요.
따라서 $B=-2Ak$, $C=Ak^2/2$이고 $A<0$이에요. f가 음수인 가지에서 $h=-Ax^2(x-2k)$이므로 가장 큰 근은 $2k=12$, $k=6$이에요.
$f(x)=Ax((x-6)^2-18)$이고 $h(3)=27A=-9/2$에서 $A=-1/6$이에요. 따라서 $C=-3$이에요.
$h(6)=0$이고 $f(11)=-77/6$, $g(11)=-33$이므로 $h(11)=-121/6$이에요. 따라서 $6\{h(6)-h(11)\}=121$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 이항정리

일차항은 한 인수에서만 x항을 선택해요.

x항은 여섯 인수 중 한 곳에서만 4x를 고를 때 나와요.
계수는 $C(6,1)\times4=24$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항분포의 분산

이항분포는 평균 np, 분산 np(1−p)를 써요.

기댓값 식 3E(X)−1=17에서 E(X)=6이에요. np=n/3=6이므로 n=18이에요.
V(X)=np(1−p)=18×(1/3)×(2/3)=4예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 조합의 확률

“2개 이상”은 0개와 1개를 제외하면 간단해요.

전체 선택은 C(8,4)=70가지예요. 검은 공이 0개인 경우는 1가지, 1개인 경우는 C(4,1)C(4,3)=16가지예요.
여사건을 빼면 확률은 1−17/70=53/70이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 포함배제

모든 종류를 써야 하는 순열은 빠진 종류를 기준으로 세어요.

전체 중복순열은 3^5개예요. 적어도 한 문자가 없는 경우를 포함배제로 제외해요.
$3^5-3\times2^5+3\times1^5=243-96+3=150$가지예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 전확률

같은 숫자 카드도 실제 카드별로 구별해 표본 수를 세어요.

A에서 합이 소수인 쌍은 (1,1) 한 쌍, (1,2) 네 쌍, (2,3) 네 쌍으로 확률 9/15예요. B에서는 (3,4) 네 쌍뿐이므로 4/15예요.
세 동전이 모두 앞면일 확률은 1/8이므로 전체 확률은 (1/8)(9/15)+(7/8)(4/15)=37/120이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 비감소 함수와 제곱수

곱이 제곱수라는 조건은 각 소인수 지수가 짝수라는 뜻이에요.

첫 세 함수값의 비감소 순서쌍 중 곱이 제곱수인 것은 (1,1,1),(1,1,4),(1,4,4),(4,4,4),(1,2,2),(1,3,3),(1,5,5),(2,2,4),(3,3,4),(4,5,5)이에요.
세 번째 값이 m이면 남은 세 값은 m부터 5까지의 중복조합이므로 C(8−m,3)가지예요. m=1,2,3,4,5인 첫 세 값의 수는 각각 1,1,1,5,2개예요.
따라서 전체는 35+20+10+5×4+2=87가지예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 확률밀도함수

누적확률로 만든 함수도 밀도함수라면 전체 적분이 1이어야 해요.

균등밀도 f=b에서 ab=1이므로 g(x)=P(X≤x)=x/a예요. g도 확률밀도이므로 ∫(0부터 a까지)x/a dx=a/2=1, a=2이고 b=1/2예요.
P(Y≤c)=c^2/4=1/2에서 c^2=2예요. 따라서 (a+b)c^2=(5/2)×2=5예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부확률과 이항분포

같은 분포 두 개의 대소 확률은 동률 확률을 빼고 반으로 나눠요.

처음 세 번에서 1이 나온 횟수를 I, 나중 세 번을 J라 하면 합의 대소 조건은 I<J예요. 두 횟수는 독립인 B(3,1/3)이고 확률분자는 순서대로 8,12,6,1에 공통분모 27이에요.
대칭으로 $P(I<J)=\{1-(8^2+12^2+6^2+1^2)/27^2\}/2=242/729$예요.
$a_1=a_4=1$의 확률은 1/9이에요. 이를 고정하면 남은 두 번씩의 1 횟수 분자는 4,4,1이고 대소 확률은 $\{1-(4^2+4^2+1^2)/9^2\}/2=8/27$이에요.
따라서 교집합 확률은 8/243=24/729, 조건부확률은 24/242=12/121이에요. p+q=133이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 무리식의 수열 극한

큰 무리식의 차는 유리화 후 최고차항으로 나눠요.

유리화하면 $(5n^2+5)/(\sqrt{(n^4+5n^2+5)}+n^2)$이에요.
분자와 분모를 n^2으로 나누면 $(5+5/n^2)/(\sqrt{(1+5/n^2+5/n^4)}+1)\to 5/2$예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 로그함수의 적분

공통 구간의 적분은 먼저 하나로 합쳐요.

두 적분을 합치면 $2\ln x/x^2$ 항이 없어져 ∫(1부터 e까지)$3\ln x/x\,dx$예요.
부정적분은 $(3/2)(\ln x)^2$이므로 값은 3/2예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 미분

dy/dx는 t에 대한 두 미분값의 비예요.

$dx/dt=2t\ln t+t+3$이고 $dy/dt=6e^{t-1}(1+t)$이에요.
t=1에서 각각 4와 12이므로 dy/dx=12/4=3이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 역함수와 몫의 미분

고정점에서 역함수의 미분계수는 원함수 미분계수의 역수예요.

극한에서 f(2)=2, f′(2)=1/3이에요. 역함수 관계로 g(2)=2, g′(2)=3이에요.
$h'(2)=\{g'(2)f(2)-g(2)f'(2)\}/f(2)^2=(6-2/3)/4=4/3$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 반복 도형의 등비급수

같은 길이 조건은 두 거리의 제곱을 빼 선형식으로 만들어요.

$B_1=(0,0)$, $C_1=(2,0)$, $D_1=(2,1)$, $E_1=(1,1)$로 놓으면 $F_1=(4/3,2/3)$이에요. $G_1E_1=G_1F_1$과 G_1이 y=x/2 위에 있다는 조건에서 $G_1=(2/3,1/3)$을 얻어요.
삼각형 $C_1D_1F_1$의 넓이는 1/3, $G_1F_1E_1$의 넓이는 1/6이므로 첫 색칠 넓이는 1/2이에요.
다음 직사각형 높이를 h라 하면 $A_2=(2h,h)$, $D_2=(4h,h)$이고 D_2는 y=2−x 위에 있어 h=2/5예요. 길이비 2/5, 넓이비 4/25이므로 극한은 (1/2)/(1−4/25)=25/42예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 주기함수와 부분적분

주기와 대칭으로 긴 구간 적분을 한 구간으로 모은 뒤 부분적분해요.

f는 짝함수이고 주기가 2이므로 ∫(−1부터 5까지)f=12예요. 이 구간에서 f(2+u)=f(2−u)이므로 ∫xf=2×12=24예요.
J=∫(0부터 1까지)f(x)cos2πx dx라 하면 주기와 대칭에 의해 원래 적분은 24+6J=47/2예요. 따라서 J=−1/12예요.
부분적분에서 양 끝의 sin2πx가 0이므로 ∫(0부터 1까지)f′(x)sin2πx dx=−2πJ=π/6이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수의 극한과 원

같은 중심각의 활꼴은 차에서 지워져요. 작은 넓이 차를 직접 근사하지 않아도 돼요.

A=(0,0), B=(2,0)으로 놓으면 P=(2cos^{2}θ,2sinθcosθ), Q=(1+cos4θ,sin4θ)이에요. AP와 BQ의 교점은 R=(2cos2θ,2tanθcos2θ)이에요.
호 PQ와 호 BP의 중심각이 모두 2θ이므로 두 활꼴 넓이는 같아요. f+g에서는 활꼴이 서로 없어져 삼각형 PRQ와 삼각형 PBS의 넓이만 남아요.
PR=2sin^{2}θ/cosθ이고 Q에서 AP까지 거리는 2sinθcos2θ이므로 첫 넓이는 2sin^{3}θcos2θ/cosθ예요. 둘째 넓이는 2sin^{3}θ/cosθ예요.
합은 4sin^{3}θcosθ이므로 θ^{3}으로 나눈 극한은 4예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 지수함수와 역상 합

역상의 합은 극점에서 합쳐지는 두 해가 만드는 점프로 해석해요.

f(x)=Ax^2+Bx+C, A>3으로 놓아요. g는 양수이고 양 끝에서 0과 무한대로 가요. h에 점프가 있으려면 g가 극대·극소점 r<s를 가져야 해요.
극댓값에서 h의 점프는 −2r, 극솟값에서는 2s예요. 두 합쳐지는 해의 합이 각각 2r,2s이기 때문이에요. 불연속점이 하나뿐이므로 r,s 중 하나가 0이에요.
3e가 극댓값이면 r=−1, s=0이에요. g′=e^x(f+f′)와 계수 비교로 f=A(x^2−x+1), g(−1)=3A/e=3e에서 A=e^{2}예요. 3e가 극솟값인 경우에는 r=0,s=1, f=A(x^2−3x+3), A=3이 되어 제외돼요.
따라서 g(−6)=43e^{-4}, g(2)=3e^{4}이므로 곱은 129예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 벡터의 평행

성분의 행렬식을 0으로 놓아요.

평행 조건은 12(2m−1)−3(3m+1)=0이에요.
15m−15=0에서 m=1이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 포물선의 접선

포물선의 접선 공식에 접점 좌표를 넣어요.

접선은 6y=2(x+9), 즉 y=x/3+3이에요. 준선은 x=−1이에요.
교점은 (−1,8/3)이므로 a+b=5/3이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터 내적과 원

두 변의 내적이 0이면 그 두 끝점을 지름으로 하는 원이에요.

식을 PA벡터·P(2B)벡터=0으로 해석하면 A=(−2,0), 2B=(6,6)를 지름 양끝으로 하는 원이에요.
지름의 길이는 $\sqrt{(8^2+6^2)}=10$이므로 둘레는 10π예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 쌍곡선의 접선

접선의 절편으로 접점 좌표를 먼저 구해요.

P=(x,y)에서 접선의 x절편은 4/x예요. 4/x=4/3에서 x=3이에요.
쌍곡선의 초점거리 공식으로 PF′=cx/2+2=3c/2+2예요. 이를 FF′=2c와 같게 놓으면 c=4예요.
$c^2=4+k$이므로 k=12예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 공간도형의 정사영

서로 수직인 평면의 교선 위로 정사영하면 수선의 발이 유지돼요.

직각삼각형 ABC에서 $AB^2=AC^2-BC^2=116-36=80$이에요. D는 A,B에서 같은 거리이므로 그 정사영은 AB의 중점 M이에요.
$DM^2=6^2-(AB/2)^2=36-20=16$이고 $CM^2=BC^2+BM^2=36+20=56$이에요.
따라서 $CD^2=72$이고 $\cos\theta=CM/CD=\sqrt{56}/\sqrt{72}=\sqrt{7}/3$이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 타원과 각의 이등분선

각의 이등분선으로 두 초점거리의 비를 정하고 수선 조건은 내적으로 나타내요.

각의 이등분선 정리에서 PF:PF′=AF:AF′=3:5예요. PF+PF′=2a이므로 PF=3a/4, PF′=5a/4예요. P=(x,y)라 하면 거리 제곱의 차에서 $24x=a^2$예요.
B=(u,v)는 $OB^2=3$이고 (B−A)·(B−F)=0이에요. 따라서 3−(15/2)u+9=0에서 u=8/5, $v^2=11/25$예요. 직선 AP의 기울기 제곱은 44이므로 $y^2=44(x-3/2)^2$예요.
$PF^2=9a^2/16=(27/2)x$에 이 식을 대입하면 (2x−3)(x−2)=0이에요. x=3/2는 y=0이라 제외되므로 x=2예요.
$a^2=48$이고 $b^2=a^2-36=12$이므로 ab=24예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 벡터의 최댓값

원 위의 점에 대한 내적 최댓값은 두 벡터가 같은 방향일 때 나와요.

O=(0,0), A=(0,$2\sqrt{3}$), B=(−3,$-\sqrt{3}$), C=(3,$-\sqrt{3}$)로 놓으면 D=(−6,$-\sqrt{3}$)이에요. P=(x,$-\sqrt{3}$)에서 2PA벡터+PD벡터 =(−6−3x,$8\sqrt{3}$)이에요.
크기를 최소로 하는 x=−2가 선분 CD 안에 있으므로 Q=(−2,$-\sqrt{3}$)이에요. QA벡터=(2,$3\sqrt{3}$), |QA|=$\sqrt{31}$이에요.
QA벡터·QR벡터=QA벡터·OR벡터−QA벡터·OQ벡터이고 두 번째 항의 음수는 13이에요. |OR|=$2\sqrt{3}$이므로 첫 항의 최댓값은 $\sqrt{31}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{93}$이에요.
따라서 p=13, q=2이고 p+q=15예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 구와 두 평면의 정사영

정사영 넓이에는 두 평면 사이 각의 코사인 절댓값을 곱해요.

O=(0,0,0), A=(4,0,0)으로 놓아요. P의 정사영이 OA 위이고 ∠PAO=π/3이므로 P=(2,0,2√3), AP=4예요. BC⊥OA이므로 B=(v,t,0), C=(v,−t,0), $v^2+t^2=16$이에요.
$\cos^2$∠PAB=(4−v)/32=10/64에서 v=−1, $t^2=15$예요. 따라서 $AB^2=40$이고 AP벡터·AB벡터=10이에요. 삼각형 PAB의 넓이는 (1/2)√(16×40−10^2)=3√15예요.
두 평면의 법선벡터는 (6√5,10√3,2√15), (−6√5,10√3,−2√15)로 잡을 수 있어요. 내적은 60, 길이 제곱은 각각 540이므로 두 평면 사이 각의 코사인 절댓값은 1/9예요.
S=3√15/9=√15/3이므로 $30S^2=50$이에요.

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	①	②	③	④	⑤
2	①	②	③	④	⑤
3	①	②	③	④	⑤
4	①	②	③	④	⑤
5	①	②	③	④	⑤
6	①	②	③	④	⑤
7	①	②	③	④	⑤
8	①	②	③	④	⑤
9	①	②	③	④	⑤
10	①	②	③	④	⑤
11	①	②	③	④	⑤
12	①	②	③	④	⑤
13	①	②	③	④	⑤
14	①	②	③	④	⑤
15	①	②	③	④	⑤
23	①	②	③	④	⑤
24	①	②	③	④	⑤
25	①	②	③	④	⑤
26	①	②	③	④	⑤
27	①	②	③	④	⑤
28	①	②	③	④	⑤

16번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

17번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

18번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

19번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

20번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

21번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

22번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

29번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

30번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨