

Aldus Libris

인천광역시교육청 수학 기출 모음

개념과 풀이 · 교재형

92문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

지수와 로그

양수 a 에 대해 지수의 뜻을 확장하면 a 의 m 제곱과 n 제곱의 곱은 a 의 $(m+n)$ 제곱이에요. 같은 밑의 거듭제곱을 곱할 때 지수를 더하고, 거듭제곱을 다시 거듭제곱할 때는 지수를 곱해요. 음의 지수는 역수를 뜻해요.

$\log_a x$ 는 a 를 몇 제곱해야 x 가 되는지를 나타내요. $a>0, a \neq 1, x>0$ 조건을 먼저 확인해요. 밑이 1보다 큰 경우와 0과 1 사이인 경우에는 그래프의 증가·감소 방향이 달라요. 밑을 10으로 바꾸는 식 $\log_a x = \log_{10} x / \log_{10} a$ 를 사용하면 서로 다른 로그를 같은 기준으로 비교할 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\log_2 8 + \log_2 4$ 를 계산해요. $2^3=8, 2^2=4$ 이므로 값은 $3+2=5$ 예요. $\log_2(8 \times 4) = \log_2 32 = 5$ 로도 확인할 수 있어요.

정적분과 넓이

$F'(x)=f(x)$ 인 함수를 찾으면, f 가 연속인 구간 $[a,b]$ 에서 정적분은 $F(b)-F(a)$ 예요. 위끝과 아래끝의 대입 순서를 지켜요. 대칭 구간에서 기함수의 적분은 0이고 우함수의 적분은 오른쪽 절반 적분의 두 배예요.

정적분은 부호가 있는 값이고 도형의 넓이는 음수가 아니예요. 두 그래프의 차이가 어느 구간에서 양수인지 확인한 뒤 위쪽 함수에서 아래쪽 함수를 빼요. 두 그래프의 교점이 여럿이면 그 지점들에서 적분을 나눠요.

직접 풀어봐요: $y=x$ 와 $y=x^2$ 가 $0 \leq x \leq 1$ 에서 만드는 넓이는 $\int_0^1 (x-x^2)dx = 1/2 - 1/3 = 1/6$ 이에요. 이 구간에서는 x 가 x^2 보다 크다는 점을 먼저 확인해요.

미분과 함수의 변화

미분계수는 한 점에서의 변화율이에요. $[f(a+h)-f(a)]/h$ 의 $h \rightarrow 0$ 극한이 존재하면 $f'(a)$ 로 나타내요. 양의 정수 n 에 대해 $f(x)=x^n$ 의 도함수는 nx^{n-1} 이에요. 상수함수의 도함수는 0이에요. 실수 지수로 확장할 때는 $x>0$ 에서 같은 공식을 쓸 수 있어요. 합과 상수배도 항별로 미분할 수 있어요.

도함수의 부호가 양수인 구간에서는 함수가 증가하고, 음수인 구간에서는 감소해요. $f'(a)=0$ 이라는 사실만으로 극값이라고 단정하지 않아요. 양옆의 부호 변화를 확인하고, 닫힌 구간의 최댓값·최솟값은 극값 후보와 양 끝의 함수값을 함께 비교해요.

직접 풀어봐요: $f(x)=x^2-4x+1$ 은 $f'(x)=2x-4$ 예요. $x<2$ 에서 감소하고 $x>2$ 에서 증가하므로 $x=2$ 에서 최솟값 $f(2)=-3$ 을 가져요.

함수의 극한과 연속

x 가 a 에 가까워질 때의 극한은 $x=a$ 에서의 함수값과 구분해요. 양쪽에서 가까워질 수 있는 점에서는 좌극한과 우극한이 같은 유한한 값이어야 극한이 존재해요. 조각함수는 식이 바뀌는 경계에서 양쪽을 따로 계산해요.

함수가 $x=a$ 에서 연속이라면 $f(a)$ 가 정의되어 있고, 극한이 존재하며, 그 값이 $f(a)$ 와 같아야 해요. 분자·분모를 약분할 때는 $x \neq a$ 인 주변에서 가능한 변형인지 살펴요. 그래프에서는 점이 찍힌 위치와 가까이 다가가는 높이를 따로 읽어 보세요.

직접 풀어봐요: $x < 1$ 에서 $f(x) = x + 2$, $x \geq 1$ 에서 $f(x) = 2x + c$ 라고 해요. $x = 1$ 에서 연속이라면 $3 = 2 + c$ 이므로 $c = 1$ 이에요.

삼각함수와 삼각형

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 은 같은 각의 사인과 코사인을 연결해요. 제곱을 이용해 크기를 구한 뒤에는 각의 범위나 원래 부등식으로 부호를 다시 결정해요. $b \neq 0$ 일 때 $\sin(bx)$ 와 $\cos(bx)$ 의 주기는 $2\pi/|b|$ 예요.

삼각형에서 변 a, b, c 의 맞은편 각을 A, B, C 라 하면 $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$ 이에요. R 은 외접원의 반지름이에요. 끼인각 C 를 아는 두 변 a, b 로 넓이를 구할 때는 $ab \sin C / 2$ 를 사용해요. 길이의 비와 사인값의 비를 바꿀 때는 반드시 맞은편 관계를 표시해요.

직접 풀어봐요: 두 변의 길이가 4, 6이고 끼인각이 $\pi/6$ 인 삼각형의 넓이를 구해요. 넓이는 $4 \times 6 \times \sin(\pi/6) / 2 = 6$ 이에요.

수열과 점화식

등차수열은 이웃한 항의 차이가 일정하고, 등비수열은 앞 항이 0이 아닌 범위에서 이웃한 항의 비가 일정해요.

$a_n = a_1 + (n-1)d$, $a_n = a_1 r^{n-1}$ 을 조건에 맞게 사용해요. 첫 항부터 n 번째 항까지의 번호와 실제 더하는 항의 개수를 구분해요.

Σ 는 합을 나타내는 기호예요. 합을 나눌 수 있지만 곱의 합을 두 합의 곱으로 바꿀 수는 없어요. 점화식에서 다음 항이 두 가지로 나뉘면 각 선택과 되돌아가는 조건을 표로 적어요. 나눗셈으로 식을 바꾸기 전에는 0인 항의 가능성을 따로 확인해요.

직접 풀어봐요: $a_1=2$, 공차가 3이면 $a_4=2+3\times 3=11$ 이에요. 앞의 네 항은 2,5,8,11이고 합은 $(2+11)\times 4/2=26$ 이에요.

속도·가속도와 이동

수직선 위 점의 위치를 $x(t)$ 라 하면 속도는 $x'(t)$, 가속도는 $x''(t)$ 예요. 속도의 부호는 운동 방향을 나타내요. 속도가 0이 된 뒤 부호가 바뀌는지 확인해야 방향 전환을 판단할 수 있어요.

시간 구간의 변위는 속도를 적분한 값이고, 총 이동거리는 속력 $|v(t)|$ 를 적분한 값이에요. 같은 곳으로 돌아오더라도 이동거리는 0일 필요가 없어요. 이동거리를 구할 때는 속도의 부호가 바뀌는 시각에서 적분 구간을 나뉘요.

직접 풀어봐요: $v(t)=t-1$ 로 0초부터 2초까지 움직이면 변위는 0이에요. 이동거리는 0-1초의 삼각형 넓이 $1/2$ 와 1-2초의 넓이 $1/2$ 를 더한 1이에요.

여러 함수의 미분

합성함수 $f(g(x))$ 를 미분할 때는 바깥 함수의 도함수 $f'(g(x))$ 에 안쪽 함수의 도함수 $g'(x)$ 를 곱해요. 곱의 미분은 $(uv)'=u'v+uv'$ 예요. 함수식이 복잡하면 어떤 구조가 겹쳐 있는지 먼저 나눠요.

x 와 y 가 한 식에 함께 있으면 y 를 x 의 함수로 보고 음함수 미분을 해요. 매개변수 t 로 x, y 가 주어지면 $dx/dt \neq 0$ 인 점에서 $dy/dx=(dy/dt)/(dx/dt)$ 예요. 접선 기울기를 구한 뒤에는 접점의 좌표도 원래 식에 넣어 확인해요.

직접 풀어봐요: $y=(x^2+1)^3$ 의 도함수는 $3(x^2+1)^2 \times 2x=6x(x^2+1)^2$ 이에요. $x=1$ 에서 기울기는 24예요.

방정식과 함수의 그래프

방정식의 실근은 그래프와 x 축이 만나는 지점의 x 좌표로 읽을 수 있어요. $f(x)=g(x)$ 는 두 그래프의 교점 문제로 바뀌어 볼 수 있어요. 식을 제공하거나 양변에 어떤 수를 곱할 때는 원래 식과 같은 해를 갖는지 살펴요.

다항식에서 $x=a$ 가 종근이면 그래프가 x 축을 만나는 모습과 부호 변화를 함께 확인해요. 미분으로 교점 개수를 세는 경우에는 극점의 위치, 극값의 부호, 정의역의 양 끝을 빠짐없이 비교해요. 얻은 해는 원래 조건에 다시 대입해요.

직접 풀어봐요: $x^2-3x+2=0$ 을 인수분해하면 $(x-1)(x-2)=0$ 이에요. 해 1과 2를 원래 식에 넣으면 모두 0이 돼요.

확률과 조건부확률

같은 가능성을 갖는 결과들을 기준으로 전체 경우와 사건의 경우를 세면 확률을 비로 나타낼 수 있어요. 결과들이 같은 확률인지 확인하지 않고 경우의 수만 나누면 안 돼요. A 또는 B의 확률은 $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ 예요.

$P(B)>0$ 일 때 $P(A|B)=P(A\cap B)/P(B)$ 예요. 조건부확률에서는 주어진 조건 B 안으로 표본공간을 좁혀요. 독립은 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ 인 관계이고, 동시에 일어날 수 없는 배반과 구분해요.

직접 풀어봐요: 공정한 주사위의 눈이 짝수라는 조건에서 4 이상일 확률을 구해요. 가능한 눈은 2,4,6이고 그중 4,6 이므로 조건부확률은 $2/3$ 이에요.

경우의 수

순서를 구분하는지, 같은 대상의 반복을 허용하는지, 대상을 서로 구별하는지를 먼저 표시해요. 서로 다른 n 개를 일렬로 놓는 순열은 $n!$ 이고, 순서 없이 r 개를 고르는 조합은 nCr 이에요. 같은 것이 각각 p 개, q 개씩 있으면 일렬 배열의 수를 $n!/(p!q!\cdots)$ 로 계산해요.

조건을 직접 세기 어렵다면 전체에서 제외할 경우를 빼요. 제외 조건이 겹치면 교집합을 다시 더해야 해요. 원순열에서는 회전만으로 같은 배치를 중복해서 세지 않도록 기준 대상을 고정해요. 서로 다른 경우로 나뉘었다면 각 경우가 겹치지 않는지 확인해요.

직접 풀어봐요: 서로 다른 책 5권에서 2권을 고르는 경우는 $5C2=10$ 이에요. 고른 2권을 좌우로 놓는 순서까지 구분하면 $5P2=20$ 이에요.

확률분포와 평균

이산확률변수의 평균은 가능한 값에 그 확률을 곱해 더한 값이에요. 평균의 선형성은 독립 여부와 관계없이 사용할 수 있어요. 분산은 평균에서 떨어진 정도를 제곱해 평균 낸 값이며, 독립인 두 변수의 합에서는 분산도 더할 수 있어요.

서로 독립인 시행을 n 번 하고 각 시행의 성공확률이 p 로 일정하면 성공 횟수는 이항분포를 따라요. 평균은 np , 분산은 $np(1-p)$ 예요. 평균 μ , 표준편차 $\sigma > 0$ 인 정규분포는 $Z = (X - \mu) / \sigma$ 로 표준화해요. 확률 구간의 양 끝도 같은 방식으로 바뀌요.

직접 풀어봐요: 성공확률이 $1/4$ 인 독립 시행을 8번 할 때 성공 횟수의 평균은 $8 \times 1/4 = 2$, 분산은 $8 \times 1/4 \times 3/4 = 3/2$ 예요.

치환적분과 부분적분

치환적분은 새 변수 u 를 정해 식과 미분을 함께 바꾸는 방법이에요. u 와 du 가 대응하는지 확인하고, 정적분에서는 양 끝값도 새 변수의 값으로 바뀌요. 치환하면서 구간의 방향이 바뀌는 경우도 식에 그대로 반영해요.

부분적분은 곱의 미분법을 거꾸로 사용한 식 $\int uv' = uv - \int u'v$ 예요. 미분하면 단순해지는 쪽과 적분하기 쉬운 쪽을 구분해 선택해요. 답을 구한 뒤 원시함수를 미분해 원래 함수로 돌아오는지 확인하면 부호 실수를 잡을 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\int_0^1 2x(x^2+1)dx$ 에서 $u=x^2+1$ 로 바꾸면 구간은 1부터 2예요. $\int_1^2 u \, du = (4-1)/2 = 3/2$ 이에요.

수열의 극한과 급수

분수로 주어진 수열의 극한은 분자와 분모를 가장 높은 차수나 가장 빠르게 커지는 항으로 나누어 비교해요. 제곱근의 차이는 분모·분자를 유리화하면 차이를 만드는 항이 드러나는 경우가 많아요.

무한등비급수는 첫 항이 a 이고 공비 r 의 절댓값이 1보다 작을 때 $a/(1-r)$ 로 수렴해요. 일반 급수의 수렴을 판단할 때 항의 극한이 0인 것은 필요조건일 뿐 충분조건은 아니에요. 부분합을 먼저 구할 수 있는 망원급수라면 중간 항이 실제로 어떻게 소거되는지 적어 보세요.

직접 풀어봐요: $3+3/2+3/4+\cdots$ 는 첫 항 3, 공비 $1/2$ 인 급수이므로 합은 $3/(1-1/2)=6$ 이에요.

삼각함수의 극한

각을 라디안으로 나타낼 때 $x \rightarrow 0$ 에서 $\sin x/x$ 의 극한은 1이에요. $\sin(kx)$ 가 보이면 안쪽의 kx 와 분모를 맞추어 기본 극한을 적용해요. 각의 단위와 x 가 가까워지는 값을 먼저 확인해요.

$1 - \cos x = 2\sin^2(x/2)$ 를 이용하면 $(1 - \cos x)/x^2$ 의 극한은 $1/2$ 임을 알 수 있어요. 도형 문제에서는 길이나 넓이를 각의 삼각함수로 나타낸 다음 기본 극한에 맞게 정리해요.

직접 풀어봐요: $x \rightarrow 0$ 일 때 $\sin(3x)/x = 3 \cdot \sin(3x)/(3x)$ 이므로 극한은 3이에요.

평면벡터

벡터는 크기와 방향을 함께 나타내요. 시작점을 옮겨도 같은 벡터일 수 있어요. 좌표로 $a=(a_1, a_2)$, $b=(b_1, b_2)$ 라 하면 내적은 $a_1b_1+a_2b_2$ 이고, 길이가 0이 아닌 두 벡터에서는 $|a||b|\cos\theta$ 와 같아요.

두 벡터의 수직 관계는 내적이 0이라는 식으로 표현할 수 있어요. 길이를 제공한 $|a+b|^2$ 을 내적으로 전개하면 $|a|^2+2a \cdot b+|b|^2$ 이에요. 점이 선분 위에 있다는 조건은 직선 위의 조건에 매개변수의 범위가 더해진다는 점을 확인해요.

직접 풀어봐요: $a=(1,2)$, $b=(2,-1)$ 이면 $a \cdot b=2-2=0$ 이에요. 두 벡터는 모두 영벡터가 아니므로 서로 수직이에요.

이차곡선

포물선은 한 점인 초점과 한 직선인 준선까지의 거리가 같은 점들의 집합이에요. 타원에서는 두 초점까지의 거리의 합이 일정하고, 쌍곡선에서는 두 거리의 차의 절댓값이 일정해요. 그림의 가로·세로 방향과 표준형의 분모를 대응시켜요.

타원 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ 에서 $a \geq b > 0$ 이면 초점까지의 거리 c 는 $c^2 = a^2 - b^2$ 를 만족해요. 쌍곡선 $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ 에서는 $c^2 = a^2 + b^2$ 예요. 접선이나 다른 도형과의 교점을 구했다면 원래 곡선 위의 점인지 대입해 확인해요.

직접 풀어봐요: $x^2/9 + y^2/4 = 1$ 인 타원은 $a=3, b=2$ 이므로 초점은 $(\pm\sqrt{5}, 0)$ 이에요. 타원 위의 점에서 두 초점까지의 거리의 합은 6이에요.

공간좌표와 정사영

공간에서 두 점 사이의 거리도 좌표 차의 제곱을 더한 뒤 제곱근을 씌워 구해요. 구와 평면이 만나면 구의 중심에서 평면까지의 거리 d 와 구의 반지름 R 을 먼저 구해요. $d < R$ 이면 단면 원의 반지름은 $\sqrt{R^2 - d^2}$ 예요.

평면 위 도형을 다른 평면에 수직으로 정사영하면 넓이는 원래 넓이에 두 평면이 이루는 작은 각 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi/2)$ 의 코사인을 곱한 값이에요. 평행한 두 평면에서는 $\theta = 0$ 이므로 넓이가 같아요. 투영 결과가 선분으로 퇴화하는 수직인 경우에는 넓이가 0이에요. 수선의 발과 법선벡터를 구분해 그리면 각의 위치를 찾기 쉬워요.

직접 풀어봐요: 반지름 5인 구의 중심에서 거리가 3인 평면으로 자르면 단면 원의 반지름은 $\sqrt{25-9}=4$, 넓이는 16π 예요.

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

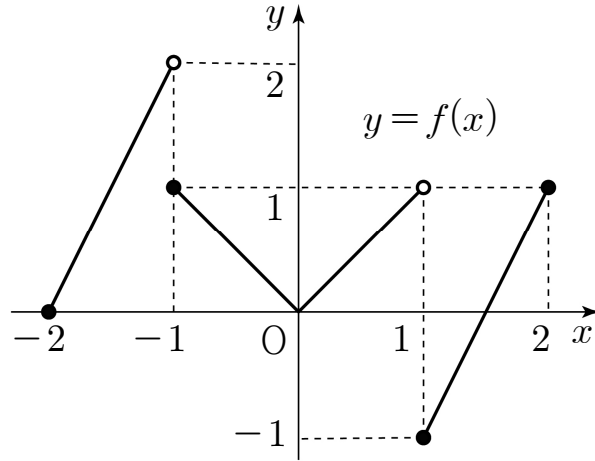
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 에 대하여 $f'(1) = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 부등식 $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin \theta \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{ 이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{ 이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 첫째항이 a ($a > 0$) 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$2a = S_2 + S_3$, $r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 2 이상의 두 자연수 a , n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.

$f(4) + f(27)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

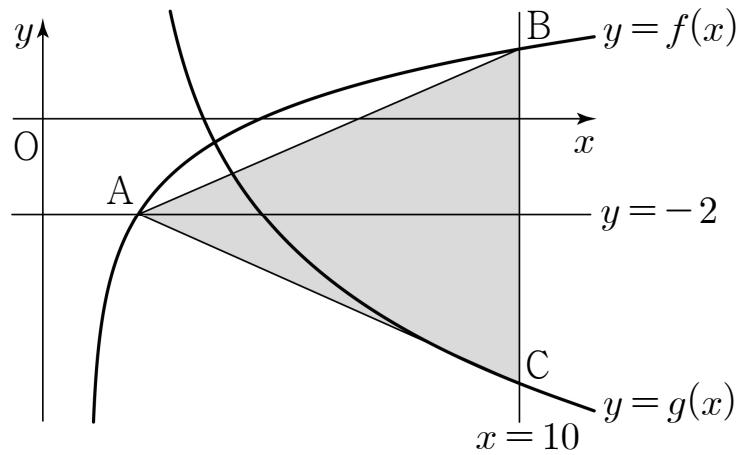
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 $y = -2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $x = 10$ 과 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ACB의 넓이가 28일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$ 를 만족시키고,

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가
실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \cdots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^n ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\begin{aligned} & (n+1)S_{n+1} - nS_n \\ &= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이므로

$$(\boxed{\text{가}}) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$$a_1 = 1 = \log_2 2 \text{ 이고,}$$

$$2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1 \text{ 이므로}$$

모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = \boxed{\text{나}}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(8) - g(8) + h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. 시각 $t=2$ 에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
- ㄴ. 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4 이다.
- ㄷ. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 가속도가 12가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta (\alpha < 0 < \beta)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
 (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x) dx$ 의 값은?
 [4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + a}{x + 1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$ 에서 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4}=2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)+1}{x-2}=8$$

을 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

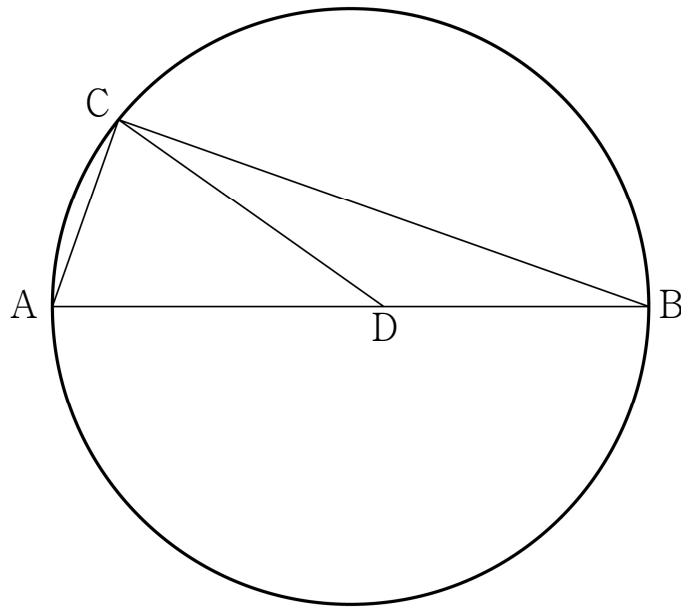
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}, \cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때,
삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S 이다.

$\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_1 \leq d$$

(나) 어떤 자연수 k ($k \geq 3$) 에 대하여

세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여

$x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 과 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{12}, P(A \cup B) = \frac{11}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 다항식 $(2x+1)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{2}a$	$\frac{3}{2}a$	1

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c-4)^2 = 2$ 가 성립할 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 3개의 문자 A, B, C 를 포함한 서로 다른 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 두 문자 B와 C 사이에 문자 A를 포함하여 1개 이상의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 2^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다. 상수 a 에 대하여 두 확률변수 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $Y = 3X - a$
 (나) $P(X \leq 4) = P(Y \geq a)$

$P(Y \geq 9)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668
 ③ 0.1587 ④ 0.2417
 ⑤ 0.3085

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

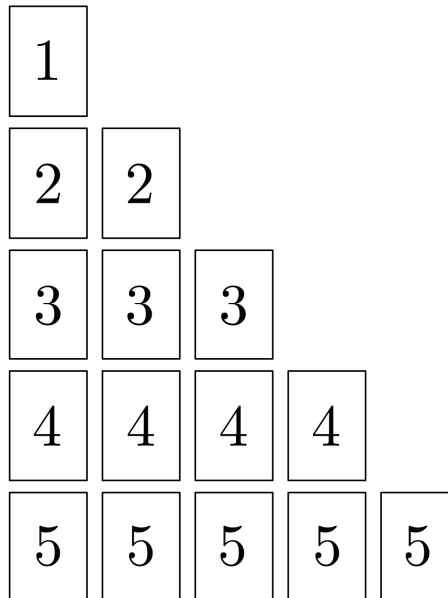
29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각

1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다.

이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일

확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 4개, 흰 공 5개, 빨간 공 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다.
 (나) 학생 A는 흰 공과 검은 공을 받으며 흰 공보다 검은 공을 더 많이 받는다.
 (다) 학생 A가 받는 공의 개수는 홀수이며 학생 A가 받는 공의 개수 이상의 공을 받는 학생은 없다.

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sec \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^2 2x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 자연수 r 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + r^{n+1}}{3^n + 7 \times r^n} = 1$ 이 성립하도록 하는

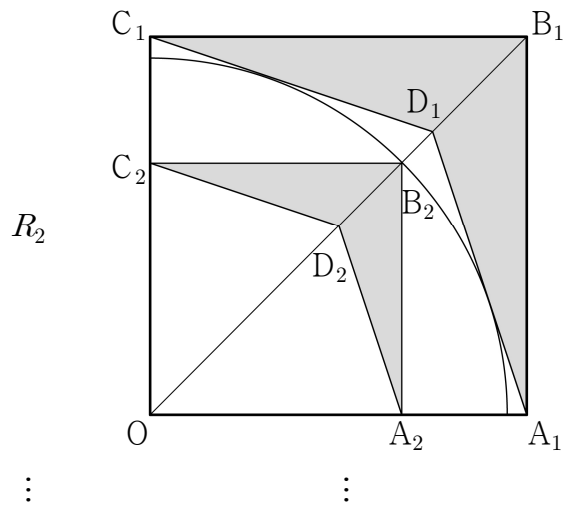
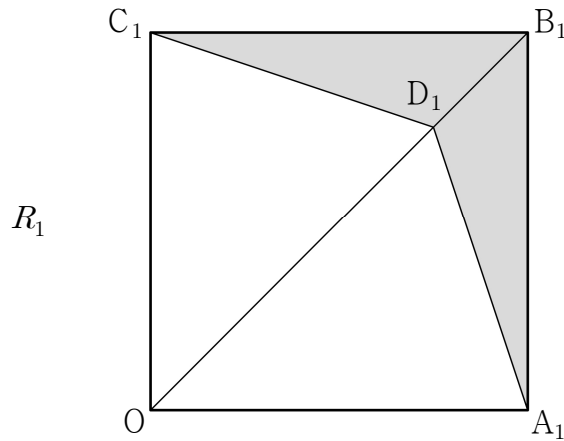
모든 r 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 의 대각선 OB_1 을 3:1로 내분하는 점을 D_1 이라 하고, 네 선분 A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1 로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O 이고 두 직선 A_1D_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1 이 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 OB_2 를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

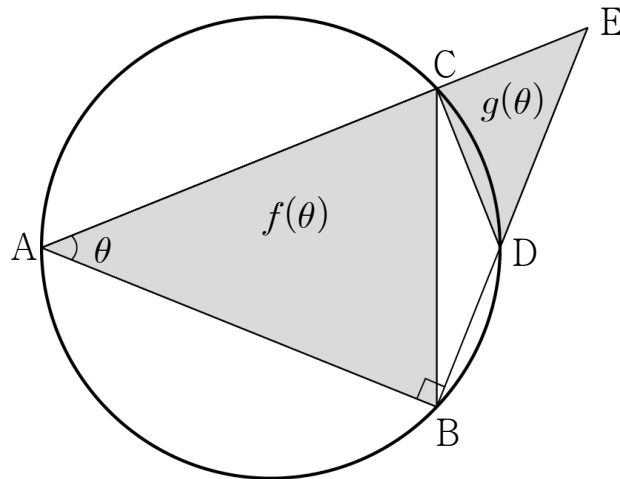
27. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 의 변곡점을 A라 하자. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 위의 점 A에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ 1 ④ e^2 ⑤ $3e^2$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x)=x^3-x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한
 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=ax^3+x^2+bx+1$ 이 있다.
 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x < 0 \text{ 또는 } x > 1) \\ \frac{1}{\pi} \sin \pi x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
 $g(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 있다.
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \ln f(x) - \frac{1}{10} \{f(x) - 1\}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 $y = |g(t)|$ 와
함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라
하자. 두 함수 $g(x), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값을 갖는다.
(나) 함수 $h(t)$ 가 $t = k$ 에서 불연속인 k 의 값의 개수는
7이다.

$$\int_0^a e^x f(x) dx = me^a - 19 \text{ 일 때, 자연수 } m \text{의 값을 구하시오.}$$

[4점]

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4), \vec{b} = (-1, k)$ 에 대하여
두 벡터 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 가 서로 평행하도록 하는 실수 k 의 값은?

[2점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 2일 때, ab 의 값은? (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

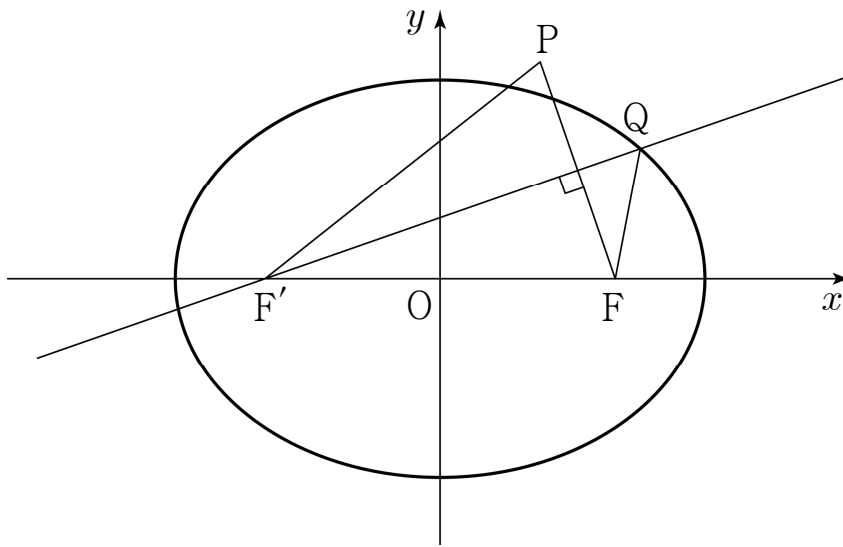
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 점 $A(2, 6)$ 과 직선 $l: \frac{x-5}{2} = y-5$ 위의 한 점 P 에 대하여 벡터 $\overrightarrow{AP}$ 와 직선 l 의 방향벡터가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{OP}|$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]
- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

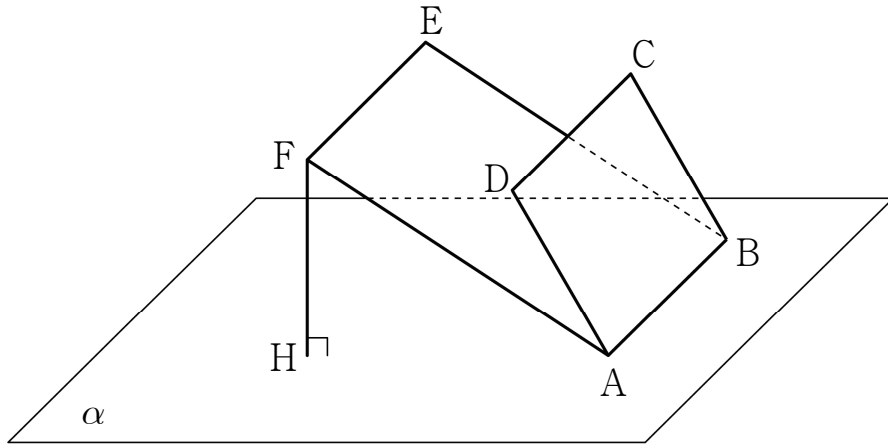
26. 그림과 같이 두 점 $F(\sqrt{7}, 0)$, $F'(-\sqrt{7}, 0)$ 을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다.
 $\overline{FF'} = \overline{PF'}$, $\overline{FP} = 2\sqrt{3}$ 을 만족시키는 점 P에 대하여 점 F' 을 지나고 선분 FP에 수직인 직선이 타원과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 Q라 할 때, 선분 FQ의 길이는?
 (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

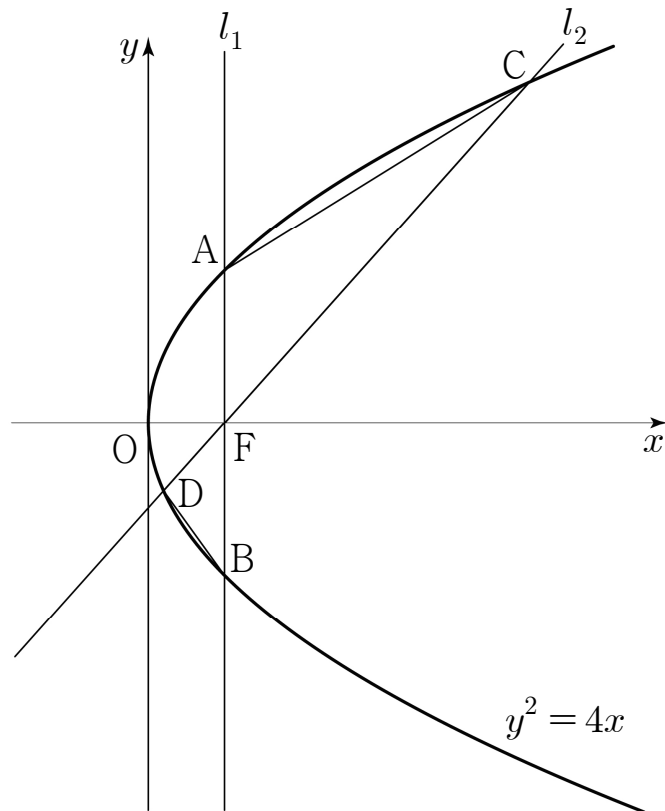
27. 그림과 같이 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 네 점 C, D, E, F가 있다. 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사각형이고 사각형 ABEF는 $\overline{AF}=12$ 인 직사각형이다. 정사각형 ABCD의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 18이고, 점 F의 평면 α 위로의 정사영을 H라 하면 $\overline{FH}=6$ 이다. 정사각형 ABCD의 평면 ABEF 위로의 정사영의 넓이는? (단, $0 < \angle DAF < \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① $12\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $18\sqrt{2}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점 F 를 지나고 x 축과 수직인 직선 l_1 이 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하고, 점 F 를 지나고 기울기가 m ($m > 0$)인 직선 l_2 가 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C, D 라 하자. 삼각형 FCA 의 넓이가 삼각형 FDB 의 넓이의 5배일 때, m 의 값은? (단, 두 점 A, C 는 제1사분면 위의 점이고, 두 점 B, D 는 제4사분면 위의 점이다.) [4점]



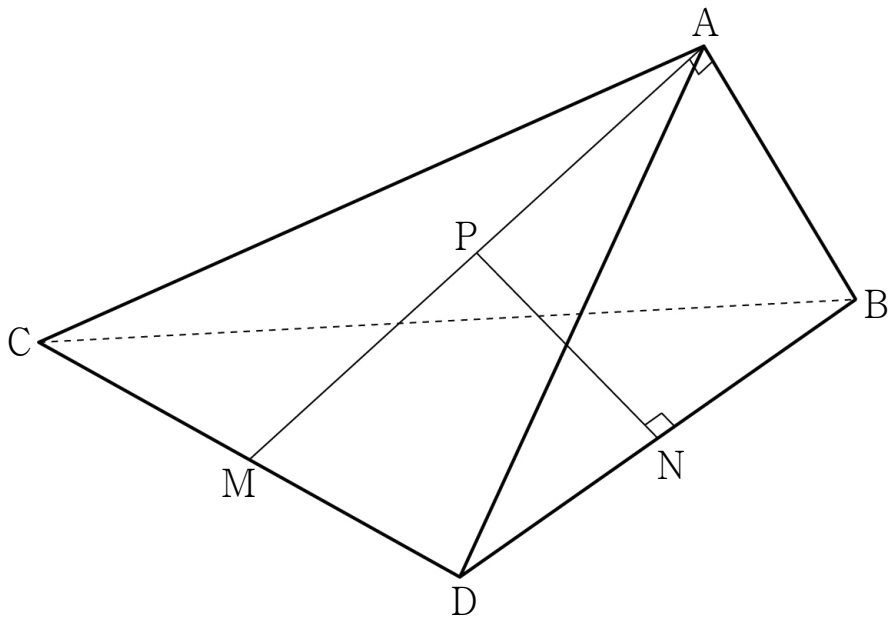
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4, \overline{CD}=8, \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

인 사면체 ABCD 에 대하여 직선 AB 와 평면 ACD 는 서로 수직이다. 두 선분 CD , DB 의 중점을 각각 M , N 이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P 에 대하여 선분 DB 와 선분 PN 은 서로 수직이다. 두 평면 PDB 와 CDB 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $40\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



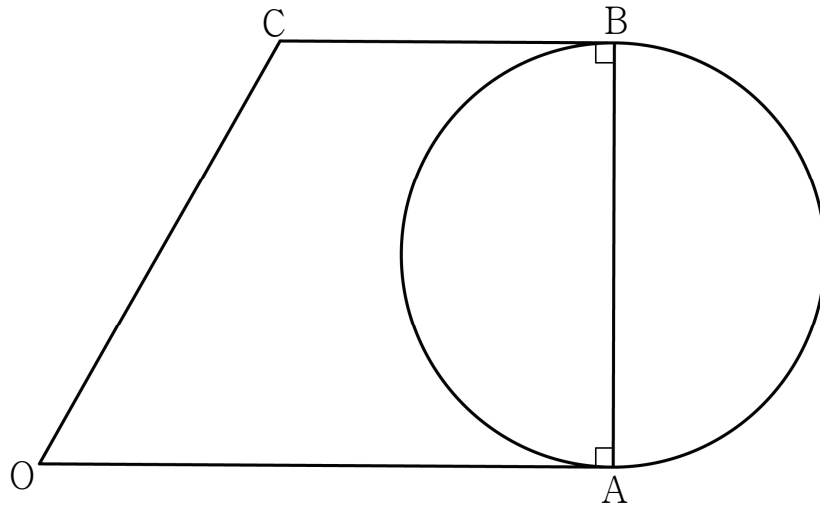
인천광역시교육청 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 평면 위에

$$\overline{OA} = 2 + 2\sqrt{3}, \overline{AB} = 4, \angle COA = \frac{\pi}{3}, \angle A = \angle B = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 $OABC$ 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 할 때, 직선 OQ 가 원과 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 D 라 하자. 원 위의 점 R 에 대하여 $\overrightarrow{DQ} \cdot \overrightarrow{AR}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

[4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은?

[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

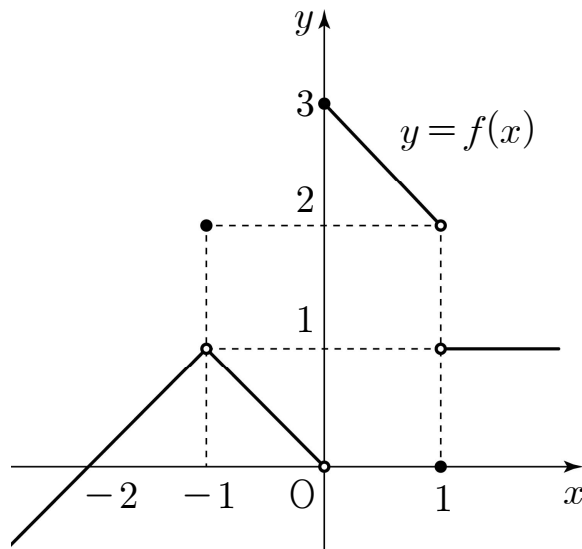
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 일 때,

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x)dx = \int_0^2 f'(x)dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

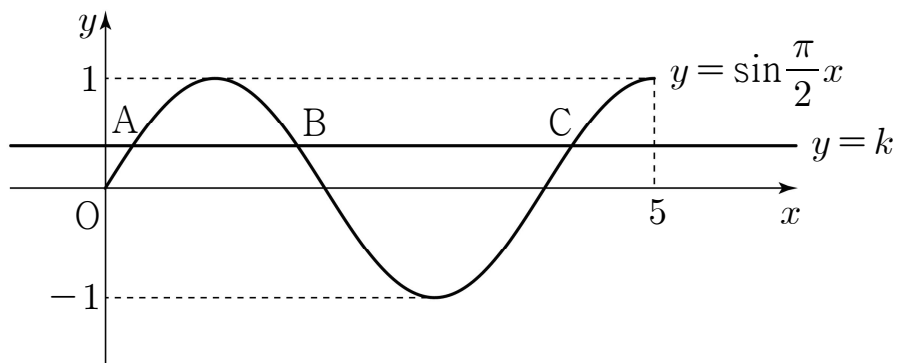
10. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ ($0 \leq x \leq 5$)가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$)과

만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로

A, B, C라 하자. 세 점 A, B, C의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때,

선분 AB의 길이는? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

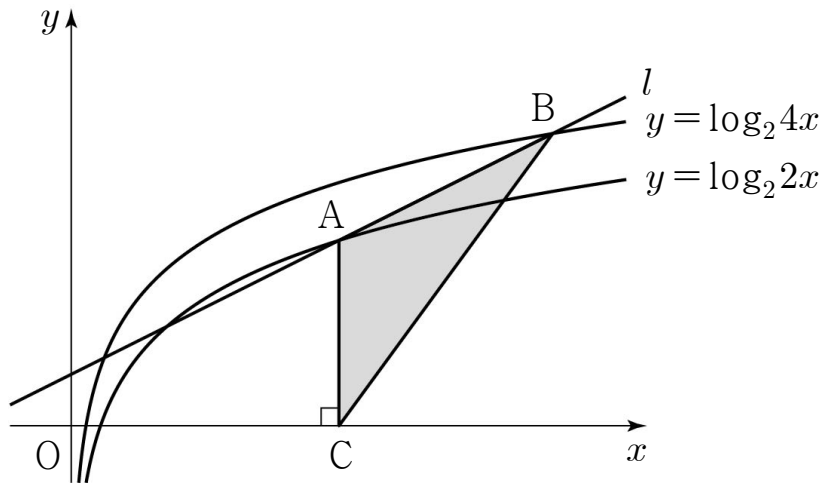


인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른

두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2} \end{aligned}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 2$)

이다.

$S_1 = a_1$ 에서 $3S_1 = 3a_1$ 이므로

$3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 1$)

이다.

$$\begin{aligned} 3a_n &= 3(S_n - S_{n-1}) \\ &= (n+2) \times a_n - (\boxed{\text{(가)}}) \times a_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9} \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고,

(다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

- ① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에
대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때,
함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB

위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $\sin(\angle CBA) = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD} = -3 + 2\sqrt{30}$

ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

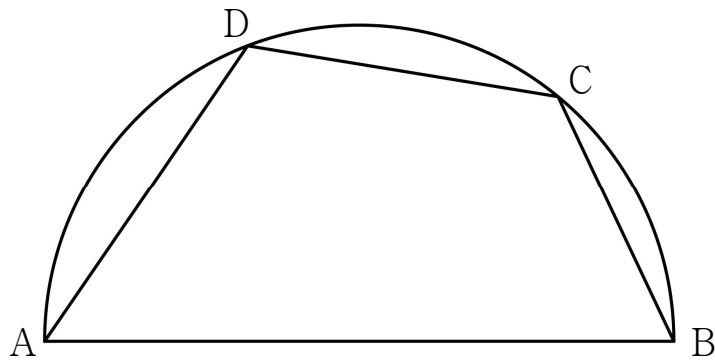
① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
 ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고
 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
 (나) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n \\ \text{(나)} \quad & |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1 \end{aligned}$$

$a_2 = 9$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y=h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ ($k \neq 0$) 에서의 접선의 방정식은 $y=0$ 이다.
(나) 방정식 $h(x)=0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12 이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 다항식 $(4x+1)^6$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [2점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고

$E(3X-1)=17$ 일 때, $V(X)$ 의 값은? [3점]

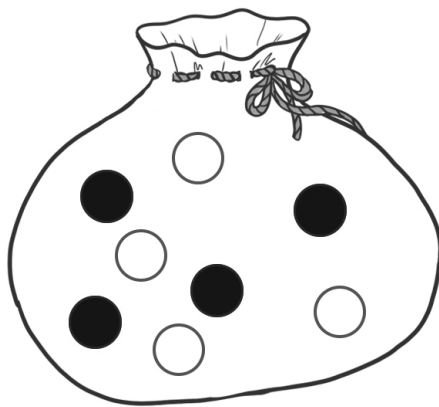
- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{51}{70}$ ③ $\frac{53}{70}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{57}{70}$



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 세 문자 a, b, c 중에서 모든 문자가 한 개 이상씩
포함되도록 중복을 허락하여 5 개를 택해 일렬로 나열하는
경우의 수는? [3점]

- ① 135 ② 140 ③ 145 ④ 150 ⑤ 155

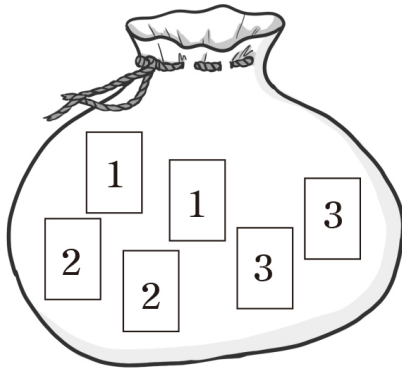
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 주머니 A에는 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 3, 3, 4, 4, 5, 5가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

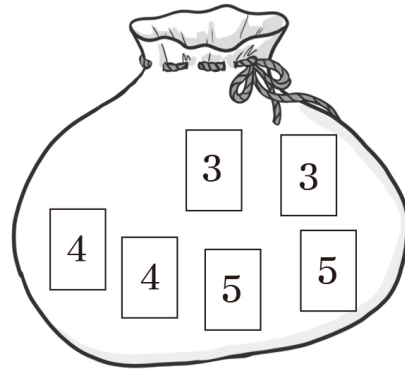
3개의 동전을 동시에 던져
 앞면이 나오는 동전의 개수가 3이면
 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,
 앞면이 나오는 동전의 개수가 2 이하이면
 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{31}{120}$ ④ $\frac{17}{60}$ ⑤ $\frac{37}{120}$



A



B

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) $\sqrt{f(1) \times f(2) \times f(3)}$ 의 값은 자연수이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① 84 ② 87 ③ 90 ④ 93 ⑤ 96

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \leq X \leq a$, $0 \leq Y \leq a$ 이고, X 와 Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $0 \leq x \leq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는

$$f(x) = b, \quad g(x) = P(0 \leq X \leq x)$$

이다. $P(0 \leq Y \leq c) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(a+b) \times c^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, n ($1 \leq n \leq 6$) 번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3 > a_4 + a_5 + a_6$ 일 때, $a_1 = a_4 = 1$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} - n^2)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \ln x \, dx - \int_1^e \frac{2}{x^2} \ln x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 매개변수 t ($t > 0$) 으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 \ln t + 3t, \quad y = 6te^{t-1}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수

$f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 함수 $g(x)$ 의 역함수이고,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2} = \frac{1}{3}$ 이다. 함수 $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 라 할 때,

$h'(2)$ 의 값은? [3점]

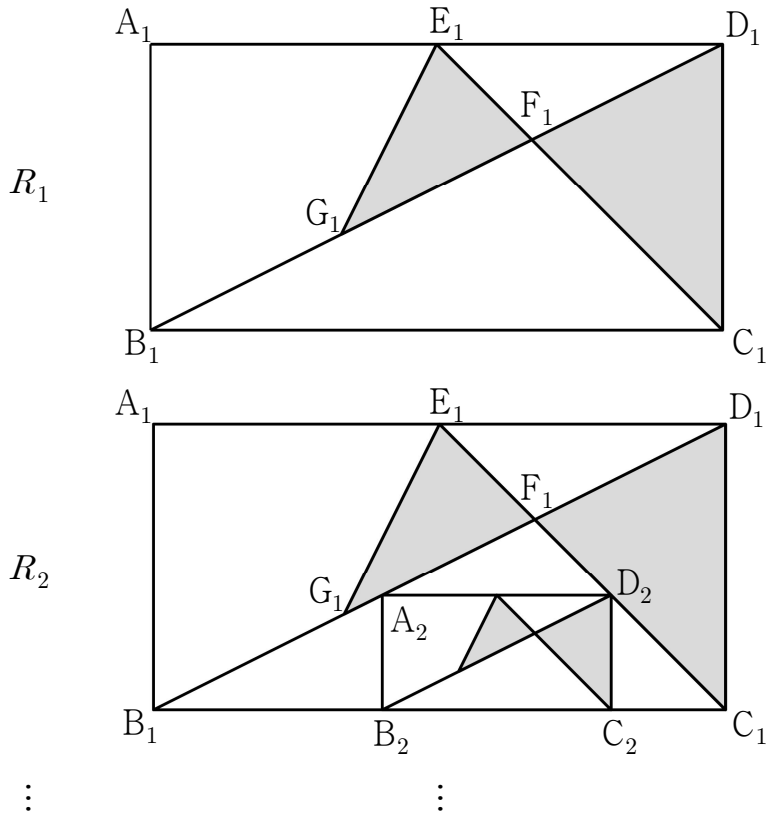
- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 의 중점 E_1 에 대하여 두 선분 B_1D_1 , C_1E_1 이 만나는 점을 F_1 이라 하자. $\overline{G_1E_1}=\overline{G_1F_1}$ 이 되도록 선분 B_1D_1 위에 점 G_1 을 잡아 삼각형 $G_1F_1E_1$ 을 그린다. 두 삼각형 $C_1D_1F_1$, $G_1F_1E_1$ 로 만들어진 $\triangleleft$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1F_1 위의 점 A_2 , 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 , 선분 C_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 $\triangleleft$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{23}{42}$ ② $\frac{25}{42}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{29}{42}$ ⑤ $\frac{31}{42}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(-x) = f(x)$$

$$(나) \ f(x+2) = f(x)$$

$$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}, \quad \int_0^1 f(x) dx = 2 \text{ 일 때,}$$

$$\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx \text{의 값은? [4점]}$$

① $\frac{\pi}{6}$

② $\frac{\pi}{4}$

③ $\frac{\pi}{3}$

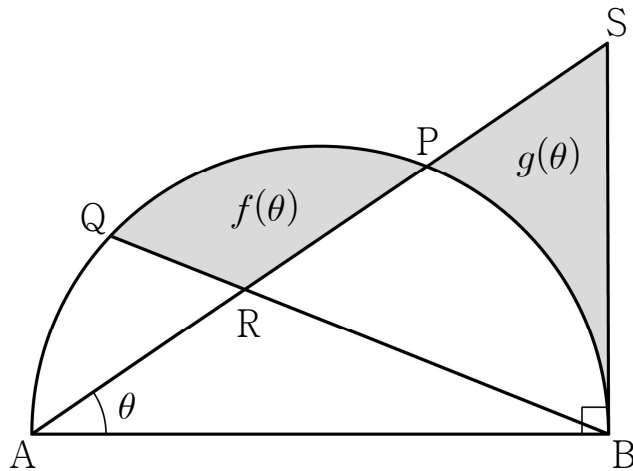
④ $\frac{5}{12}\pi$

⑤ $\frac{\pi}{2}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 최고차항의 계수가 3 보다 크고 실수 전체의 집합에서
 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = e^x f(x)$$

이다. 양수 k 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = k, x \text{ 는 실수}\}$ 의
 모든 원소의 합을 $h(k)$ 라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서
 정의된 함수 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(k)$ 가 $k=t$ 에서 불연속인 t 의 개수는 1 이다.
 (나) $\lim_{k \rightarrow 3e^+} h(k) - \lim_{k \rightarrow 3e^-} h(k) = 2$

$g(-6) \times g(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$) [4점]

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a} = (2m-1, 3m+1)$, $\vec{b} = (3, 12)$ 가 서로
 평행할 때, 실수 m 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $(9, 6)$ 에서의 접선과 포물선의
 준선이 만나는 점이 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(3, 3)$ 에 대하여

$$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OP} - 2\overrightarrow{OB}) = 0$$

을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 길이는?
(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 6π ② 7π ③ 8π ④ 9π ⑤ 10π

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

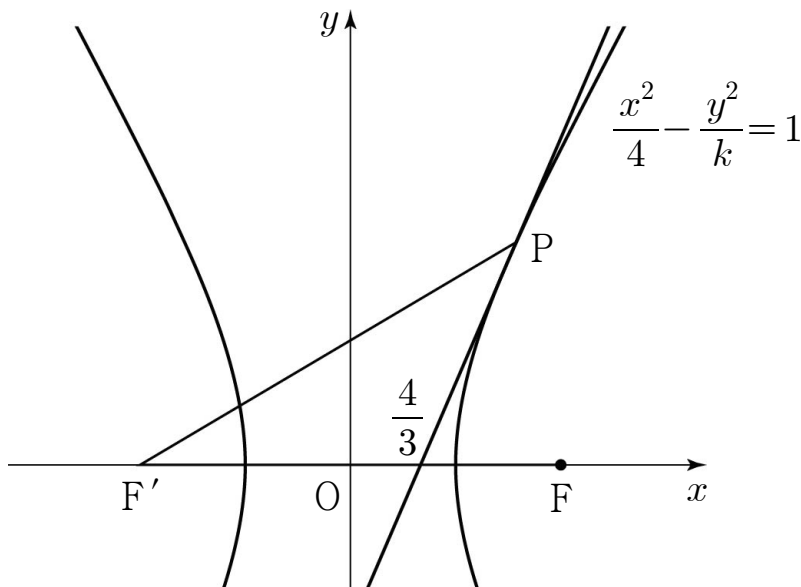
26. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{k} = 1$$

위의 제1사분면에 있는 점 P 에서의 접선이

x 축과 만나는 점의 x 좌표가 $\frac{4}{3}$ 이다. $\overline{PF'} = \overline{FF'}$ 일 때,
양수 k 의 값은? [3점]

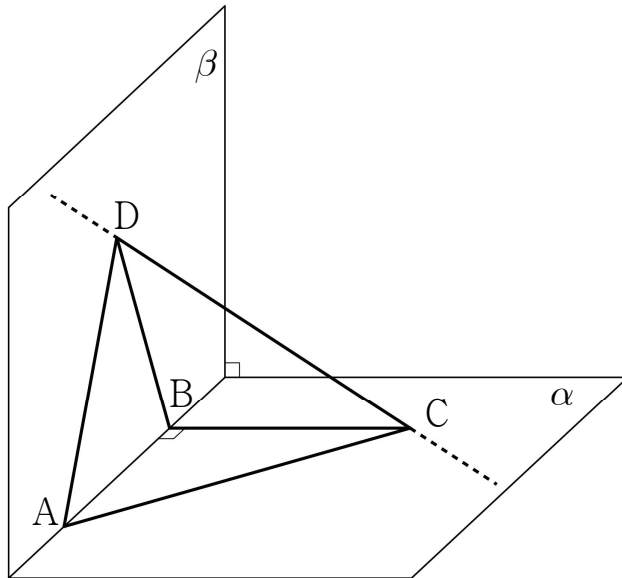
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 공간에서 수직으로 만나는 두 평면 α , β 의 교선 위에 두 점 A, B가 있다. 평면 α 위에 $\overline{AC}=2\sqrt{29}$, $\overline{BC}=6$ 인 점 C와 평면 β 위에 $\overline{AD}=\overline{BD}=6$ 인 점 D가 있다.
 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 직선 CD와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{29}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{31}}{6}$



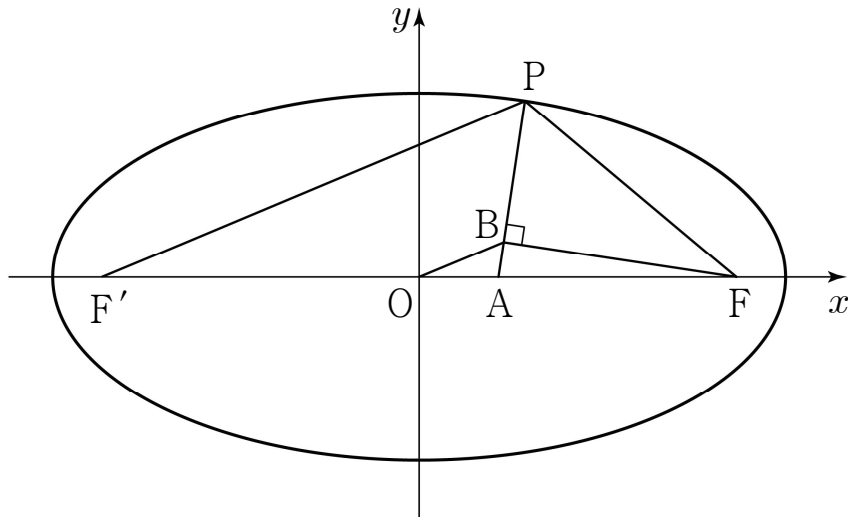
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 $F(6, 0)$, $F'(-6, 0)$ 을 두 초점으로 하는

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에 대하여

$\angle FPA = \angle F'PA$ 를 만족시키는 타원의 제1사분면 위의
점을 P 라 할 때, 점 F 에서 직선 AP 에 내린 수선의 발을
 B 라 하자. $\overline{OB} = \sqrt{3}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

(단, $a > 0$, $b > 0$ 이고 O 는 원점이다.) [4점]



- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

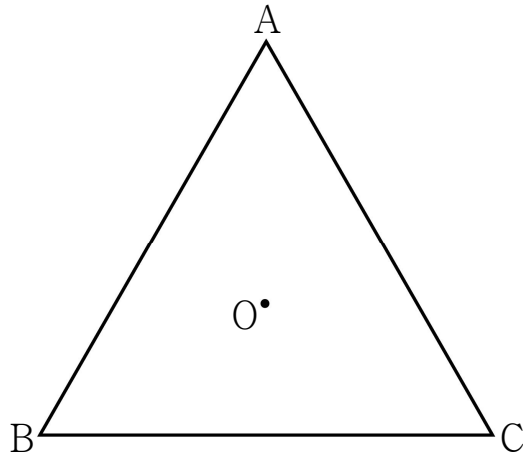
29. 평면 위에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC 의 무게중심

O 에 대하여 $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ 를 만족시키는 점을 D 라

하자. 선분 CD 위의 점 P 에 대하여 $|2\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PD}|$ 의 값이
최소가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 하자. $|\overrightarrow{OR}| = |\overrightarrow{OA}|$ 를
만족시키는 점 R 에 대하여 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QR}$ 의 최댓값이

$p + q\sqrt{93}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



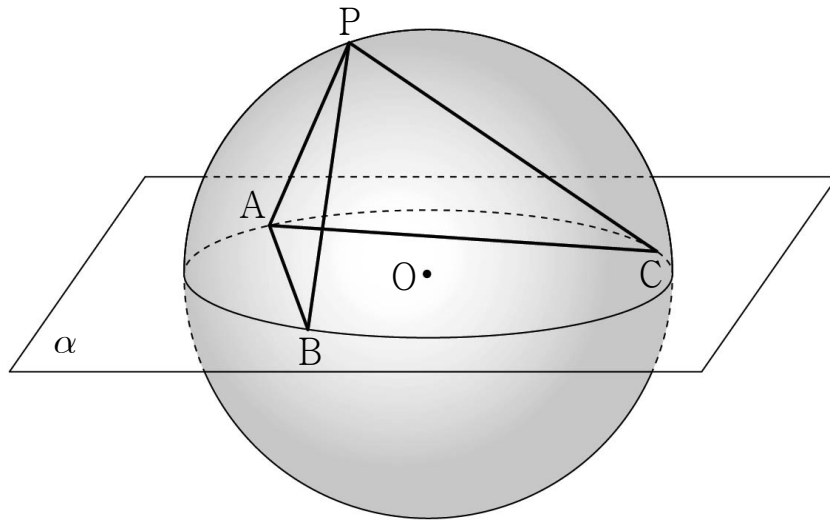
인천광역시교육청 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 공간에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 4인 구와 점 O 를 지나는 평면 α 가 있다. 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 에 대하여 두 직선 OA, BC 가 서로 수직일 때, 구 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle PAO = \frac{\pi}{3}$

(나) 점 P 의 평면 α 위로의 정사영은 선분 OA 위에 있다.

$\cos(\angle PAB) = \frac{\sqrt{10}}{8}$ 일 때, 삼각형 PAB 의 평면 PAC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. $30 \times S^2$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 < \angle BAC < \frac{\pi}{2}$) [4점]



정답 · 2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ⑤ 2번 ④ 3번 ② 4번 ③ 5번 ③ 6번 ④

7번 ④ 8번 ② 9번 ③ 10번 ⑤ 11번 ④ 12번 ①

13번 ① 14번 ⑤ 15번 ② 16번 5 17번 17 18번 13

19번 24 20번 27 21번 117 22번 64

확률과 통계

23번 ⑤ 24번 ③ 25번 ② 26번 ① 27번 ④ 28번 ⑤

29번 25 30번 51

미적분

23번 ① 24번 ⑤ 25번 ④ 26번 ③ 27번 ① 28번 ②

29번 15 30번 586

기하

23번 ④ 24번 ② 25번 ⑤ 26번 ① 27번 ⑤ 28번 ③

29번 25 30번 108

정답 · 2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ⑤ 2번 ② 3번 ① 4번 ② 5번 ③ 6번 ④

7번 ② 8번 ④ 9번 ④ 10번 ③ 11번 ⑤ 12번 ①

13번 ③ 14번 ⑤ 15번 ① 16번 2 17번 13 18번 16

19번 4 20번 8 21번 180 22번 121

확률과 통계

23번 ② 24번 ④ 25번 ③ 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ②

29번 5 30번 133

미적분

23번 ④ 24번 ③ 25번 ③ 26번 ② 27번 ② 28번 ①

29번 4 30번 129

기하

23번 ① 24번 ④ 25번 ⑤ 26번 ④ 27번 ② 28번 ③

29번 15 30번 50

풀이를 확인해요

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수와 로그

$4^{1/2}=2$ 이고 $\log_2 8=3$ 이에요.

따라서 합은 5이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 정적분

$2x+3$ 의 한 부정적분은 x^2+3x 예요.

0부터 1까지의 정적분은 $(1+3)-0=4$ 예요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 미분계수

$f'(x)=2x-a$ 예요.

$f'(1)=2-a=0$ 에서 $a=2$ 이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 극한

x 가 -1 보다 작은 쪽에서 -1 로 다가갈 때 그래프의 높이는 2로 가요.

x 가 1보다 큰 쪽에서 1로 다가갈 때 높이는 -1 로 가요. 두 극한의 합은 1이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 지수부등식

오른쪽을 밑 5로 바꾸면 $(1/5)^{x-2}=5^{2-x}$ 이에요.

밑이 1보다 크므로 $2x-7 \leq 2-x$, 즉 $x \leq 3$ 이에요. 가능한 자연수는 1, 2, 3 세 개이므로 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 기본 관계

$\cos(-\theta)=\cos \theta$, $\sin(\pi+\theta)=-\sin \theta$ 이므로 $\cos \theta - \sin \theta = 3/5$ 예요.

양변을 제곱하면 $1-2\sin \theta \cos \theta = 9/25$ 예요. 따라서 $\sin \theta \cos \theta = 8/25$ 이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 수열의 귀납적 정의

주어진 규칙을 차례로 적용하면 $10 \rightarrow 4 \rightarrow 5/2 \rightarrow -2 \rightarrow 10$ 이에요. 정수 여부를 매번 새로 확인해요.

4개 항을 주기로 반복하므로 $a_9=10$, $a_{12}=-2$ 예요. 합은 8이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 등비수열

$S_2+S_3=a(1+r)+a(1+r+r^2)=a(2+2r+r^2)$ 이에요. $2a$ 와 같고 $a>0$ 이므로 $r(r+2)=0$ 이에요.

$r^2=64a^2>0$ 이므로 $r=0$ 은 불가능해요. 따라서 $r=-2$ 이고 $a=1/4$ 예요.

$a_5=ar^4=(1/4) \times 16=4$ 이므로 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 거듭제곱근과 자연수

$(\sqrt[n]{4})^3 = 2^{6/n}$ 이 자연수가 되려면 $6/n$ 이 음이 아닌 정수여야 해요. $n \geq 2$ 에서 가능한 최대 n 은 6이므로 $f(4)=6$ 이에요.
마찬가지로 $(\sqrt[n]{27})^3 = 3^{9/n}$ 이므로 $f(27)=9$ 예요. 합은 15이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 삼각방정식

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 를 넣으면 $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$, 즉 $(3\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$ 이에요.
 $\sin x = 2$ 는 불가능하므로 $\sin x = -1/3$ 이에요. $\alpha = \arcsin(1/3)$ 이라 두면 범위 안의 두 해는 $\pi + \alpha, 2\pi - \alpha$ 예요.
두 해의 합은 3π 이므로 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 로그함수와 넓이

$f(x) = -2$ 에서 $\log_a(x-1) = 0$ 이므로 $A = (2, -2)$ 예요. 직선 $x=10$ 까지의 수평거리는 8이에요.
수직선 위 두 점 사이 거리는 $|f(10) - g(10)| = |\log_a 3 - 2 - (1 - \log_a 8)| = |\log_a 24 - 3|$ 이에요.
넓이 28에서 $(1/2) \times 8 \times |\log_a 24 - 3| = 28$ 이므로 $\log_a 24 - 3 = \pm 7$ 이에요. $a > 1$ 에서 $\log_a 24 > 0$ 이므로 음의 경우는 불가능해요.
 $\log_a 24 = 10$ 이므로 $a^{10} = 24$ 예요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 함수의 연속과 중근

무한대에서의 극한 조건에 따라 f 는 최고차항 계수가 2인 이차함수예요.
 $x=3$ 에서 $f(x)g(x)$ 가 연속하려면 먼저 $f(3)=0$ 이어야 해요. $f(x) = (x-3)q(x)$ 로 두면 바깥 극한은 $q(3)$ 이고 실제 함수값은 $f(3)=0$ 이므로 $q(3)=0$ 이에요.
따라서 $f(x) = 2(x-3)^2$ 이고 $f(1)=8$ 이에요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 수열의 합과 망원합

연속한 두 식을 빼고 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ 을 넣으면 $(n+1)a_{n+1} = \log_2((n+2)/(n+1))$ 이에요. 따라서 (가)는 $n+1$ 이에요.
처음 항과 둘째 항의 조건까지 확인하면 모든 자연수 n 에 대해 $na_n = \log_2((n+1)/n)$ 이므로 (나)는 이 로그예요.
 $\sum_{k=1}^n ka_k = \log_2 2 + \log_2(3/2) + \dots + \log_2((n+1)/n) = \log_2(n+1)$ 이므로 (다)는 $\log_2(n+1)$ 이에요.
 $f(8) - g(8) + h(8) = 9 - \log_2(9/8) + \log_2 9 = 9 + 3 = 12$ 예요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 속도와 이동거리

$v(t) = 3t(t-2)$ 이므로 $0 < t < 2$ 에서는 음수, $t > 2$ 에서는 양수예요. $t=2$ 에서 움직이는 방향이 바뀌므로 γ 은 참이에요.
위치는 $x(t) = \int_0^t v(s)ds = t^3 - 3t^2$ 예요. $x(2) = -4$ 이므로 α 도 참이에요.
가속도는 $6t - 6$ 이므로 12가 되는 시각은 $t=3$ 이에요. 0부터 2까지 거리는 4, 2부터 3까지 거리는 $x(3) - x(2) = 4$ 이므로 총 8이에요.
 α 도 참이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 도함수의 부호와 정적분

도함수의 세 근이 $\alpha, 0, \beta$ 이고 등차수열이므로 $\alpha = -r, \beta = r(r > 0)$ 로 놓아요. 최고차항 계수에 따라 $f'(x) = 4x(x^2 - r^2)$, $f(x) = x^4 - 2r^2x^2 + C$ 예요.
수평선 $y=9$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면 가운데 극댓값이 9여야 하므로 $C=9$ 예요. 양쪽 극솟값은 $C - r^4 = -16$ 이므로 $r^4 = 25$, $r = \sqrt{5}$ 예요.
 $0 < x < \sqrt{5}$ 에서 $f' < 0$ 이므로 $|f'| - f' = -2f'$ 이고, $\sqrt{5} < x \leq 10$ 에서는 0이에요.
따라서 적분은 $-2\{f(\sqrt{5}) - f(0)\} = -2(-16 - 9) = 50$ 이에요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 유리함수의 극한

분모가 0이 되는 $x=-1$ 에서 유한한 극한이 있으려면 $1-4+a=0$, 즉 $a=3$ 이에요.
 분자를 $(x+1)(x+3)$ 으로 인수분해해 약분하면 극한 b 는 2예요. 따라서 $a+b=5$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 정적분과 함수값

$f(2)-f(1)=\int_1^2(3x^2+6x-4)dx$ 예요.
 한 부정적분 x^3+3x^2-4x 의 2에서 값은 12, 1에서 값은 0이에요. 따라서 $f(2)=5+12=17$ 이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 평균변화율과 미분계수

$[1,3]$ 에서 평균변화율은 $\{(27+3a)-(1+a)\}/2=13+a$ 예요.
 $f'(a)=3a^2+a$ 와 같으므로 $13+a=3a^2+a$ 예요. 따라서 구하는 $3a^2$ 은 13이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 곱의 미분법과 극한

두 극한이 유한하므로 $f(2)=4$, $g(2)=-1$ 이에요.
 첫 극한에서 $f'(2)=\lim\{(f(x)-4)/(x^2-4)\}(x+2)=2 \times 4=8$ 이에요. 둘째 극한에서 $g'(2)=8$ 이에요.
 $h'(2)=f'(2)g(2)+f(2)g'(2)=8 \times (-1)+4 \times 8=24$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 사인법칙과 외접원

지름 AB에 대한 원주각이므로 $\angle ACB=\pi/2$ 예요. $\cos A=1/3$ 에서 $\sin A=2\sqrt{2}/3$ 이에요.
 $BC=AB \sin A=12\sqrt{2}$ 이므로 $AB=18$, $AC=6$ 이에요. 5:4 내분점이므로 $AD=10$ 이에요.
 삼각형 CAD에서 $CD^2=6^2+10^2-2 \times 6 \times 10 \times (1/3)=96$ 이에요. 따라서 $CD=4\sqrt{6}$ 이에요.
 이 삼각형의 외접원 반지름은 $R=CD/(2\sin A)=3\sqrt{3}$ 이에요. $S/\pi=R^2=27$ 이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 등차수열과 등비 조건

첫째항을 r 라 하고 $t=r/d$ 로 놓아요. 모든 항이 자연수이고 $r \leq d$ 이므로 $0 < t \leq 1$ 이에요. 세 항은 $d(t+1)$, $d(t+k-1)$, $d(t+3k-2)$ 예요.

등비 조건에서 $(t+k-1)^2=(t+1)(t+3k-2)$ 이므로 $t=(k^2-5k+3)/(k+1)$ 이에요. $k=3,4$ 에서는 음수, $k=5$ 에서는 $1/2$, $k \geq 6$ 에서는 1보다 커져요. 따라서 $k=5$, $d=2r$ 이에요.

$a_{16}=r+15d=31r$ 이 90 이상 100 이하이므로 자연수 $r=3$ 이에요.
 $a_{20}=r+19d=39r=117$ 이에요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 함수의 그래프와 교점 수

기본 삼차함수는 $x=-\sqrt{3}$ 에서 양의 극댓값 12를 가져요. k 번째로 옮긴 구간의 양의 봉우리 높이는 $12/(k+1)$ 이에요.
 높이 n 인 수평선은 봉우리보다 낮으면 그 구간에서 두 번, 봉우리와 같으면 한 번 만나요. 따라서 높이 1부터 12까지의 전체 교점 수를 봉우리별로 더할 수 있어요.

$j=k+1$ 이라 놓으면 j 번째 봉우리에 해당하는 교점 수의 합은 $2\lfloor 12/j \rfloor$ 이고, $12/j$ 가 정수일 때는 꼭대기를 두 번 센 것을 한 번 빼요.
 $j \geq 13$ 에서는 높이 1에 못 미쳐 교점이 없어요.

$\sum_{j=1}^{12} \lfloor 12/j \rfloor = 12+6+4+3+2+2+1+1+1+1+1+1=35$ 예요. 12의 양의 약수는 여섯 개이므로 구하는 합은 $2 \times 35 - 6 = 64$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 확률의 덧셈정리

A, B가 배반사건이므로 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 예요.
따라서 $P(B) = 11/12 - 1/12 = 5/6$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

일곱 인수 중 두 인수에서 $2x$ 를 고르고 나머지에서 1을 골라야 x^2 이 나와요.
계수는 ${}_7C_2 \times 2^2 = 21 \times 4 = 84$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 이산확률변수의 기댓값

확률의 합이 1이므로 $a + a/2 + 3a/2 = 3a = 1$ 에서 $a = 1/3$ 이에요.
 $E(X) = (-1)a + 0 \times a/2 + 1 \times 3a/2 = a/2 = 1/6$ 이에요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 확률의 곱셈과 경우의 수

세 제품은 정수의 제품이고 합이 2이므로 두 개는 1, 한 개는 0이어야 해요.
0이 되는 자리 선택은 3가지, 나머지 두 차가 각각 +1 또는 -1인 경우는 $2^2 = 4$ 가지예요. 각 자리의 값은 모두 주사위 눈 1부터 6 안에 들어가요.
유리한 경우는 12가지, 전체는 $6^3 = 216$ 가지이므로 확률은 $1/18$ 이에요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 순열과 사이 조건

B, A, C가 차지할 세 위치를 여섯 자리 중에서 골라요. A가 B와 C 사이에 있어야 하므로 고른 세 위치 중 가운데에 A가 와요.
세 위치 선택은 ${}_6C_3 = 20$ 가지이고, 양끝 B, C의 순서는 2가지예요.
나머지 세 문자는 남은 세 자리에 $3! = 6$ 가지로 놓아요. 전체는 $20 \times 2 \times 6 = 240$ 가지이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 정규분포와 표준화

$Y = 3X - a$ 에서 평균은 $3m - a = m$ 이므로 $a = 2m$ 이에요. 표준편차는 $3 \times 2 = 6$ 이에요.
 $P(X \leq 4) = \Phi((4 - m)/2)$ 이고 $P(Y \geq a) = \Phi((m - a)/6) = \Phi(-m/6)$ 이에요. 표준정규 누적분포는 증가하므로 $(4 - m)/2 = -m/6$ 에서 $m = 6$ 이에요.
따라서 $P(Y \geq 9) = P(Z \geq (9 - 6)/6) = P(Z \geq 0.5) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085$ 예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 조건부확률

양의 약수 개수가 3 이하인 수는 1, 소수, 소수의 제곱이에요. 서로 다른 두 장을 고를 때 가능한 숫자쌍은 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (3, 3), (5, 5)$ 예요. 숫자 1인 카드는 한 장뿐이라 $(1, 1)$ 은 없어요.
카드가 구별되므로 각 쌍의 수는 차례로 2, 3, 4, 5, 1, 3, 10가지예요. 조건을 만족하는 전체는 28가지예요.
합이 짝수인 쌍은 $(1, 3), (1, 5), (2, 2), (3, 3), (5, 5)$ 이고 $3 + 5 + 1 + 3 + 10 = 22$ 가지예요.
조건부확률은 $22/28 = 11/14$ 이므로 $p + q = 14 + 11 = 25$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 분배와 경우의 수

A가 받는 검은 공 수를 b , 흰 공 수를 w 라 하면 $b > w \geq 1$, $b \leq 4$ 이고 $b+w$ 는 홀수예요. 가능한 (b, w) 는 $(2, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 3)$ 이예요. A가 3개만 받는 첫 경우는 나머지 세 명이 각각 2개 이하로 받아야 해서 전체 14개를 나눌 수 없어요.

A가 $(3, 2)$ 를 받으면 나머지는 검은 공 1개, 흰 공 3개, 빨간 공 5개예요. 검은 공을 받을 학생을 세 명 중 고르면 3가지예요. 그 학생이 흰 공도 받는 경우에는 흰 공 1개를 받아야 하고, 나머지 두 명의 빨간 공 배분은 $(2, 3), (3, 2)$ 두 가지예요.

그 학생이 빨간 공도 받는 경우, 빨간 공을 1, 2, 3개 받을 수 있어요. 나머지 두 명의 흰 공은 $(1, 2)$ 또는 $(2, 1)$ 이예요. 각 흰 공 배분마다 남은 빨간 공 배분은 차례로 2, 2, 1가지여서 합이 10가지예요. 따라서 이 경우는 $3 \times (2+10) = 36$ 가지예요.

A가 $(4, 1)$ 을 받으면 나머지는 흰 공 4개와 빨간 공 5개예요. 세 명 모두 두 색을 받고 각각 총 4개 이하여야 해요. 흰 공 배분은 $(2, 1, 1)$ 의 세 순열이예요. 흰 공 2개를 받은 학생의 빨간 공이 1개이면 다른 두 명은 합 4를 1부터 3까지로 나누어 3가지, 2개이면 합 3을 나누어 2가지예요. 따라서 $3 \times 5 = 15$ 가지예요.

A가 $(4, 3)$ 을 받으면 남은 흰 공은 2개뿐이예요. 검은 공이 남지 않아 다른 세 명 모두 흰 공과 빨간 공을 받아야 하므로 불가능해요. 전체는 $36+15=51$ 가지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 삼각함수의 기본 관계

제1사분면이므로 $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{4/5} = 2/\sqrt{5}$ 예요.
 $\sec \theta = 1/\cos \theta = \sqrt{5}/2$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 치환적분

$u = \sin 2x$ 로 놓으면 $du = 2\cos 2x \, dx$ 예요. 적분 구간은 $x=0$ 에서 $u=0$, $x=\pi/4$ 에서 $u=1$ 로 바뀌어요.
 따라서 $\int_0^1 u^2 du = 1/3$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 수열의 극한

$r < 3$ 이면 분자와 분모를 3^n 으로 나누었을 때 r^n 항들이 사라져 극한은 1이예요. 자연수 $r=1, 2$ 가 가능해요.
 $r=3$ 이면 극한은 $(1+3)/(1+7) = 1/2$ 라서 제외해요.
 $r > 3$ 이면 r^n 으로 나누어 극한이 $r/7$ 이므로 $r=7$ 이예요. 가능한 r 의 합은 $1+2+7=10$ 이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 도형의 닮음과 등비급수

$O=(0,0)$, $A_1=(4,0)$, $B_1=(4,4)$, $C_1=(0,4)$ 이므로 $D_1=(3,3)$ 이예요. 색칠한 두 삼각형의 넓이는 각각 2여서 처음 넓이는 4예요.
 두 직선 A_1D_1 , C_1D_1 는 $3x+y=12$, $x+3y=12$ 예요. 중심 O에서 이 직선까지의 거리는 $12/\sqrt{10}$ 이므로 접하는 원의 반지름도 같아요.

원 위의 대각선 방향 점 B_2 의 좌표는 $(6/\sqrt{5}, 6/\sqrt{5})$ 이예요. 다음 정사각형의 변과 처음 변의 비는 $3/(2\sqrt{5})$ 이므로 넓이의 비는 $9/20$ 이예요.

매번 새로 색칠하는 부분이 같은 비로 줄어드므로 합은 $4/(1-9/20) = 80/11$ 이예요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 변곡점과 접선

$f(x) = xe^{-2x}$ 를 두 번 미분하면 $f'(x) = (1-2x)e^{-2x}$, $f''(x) = 4(x-1)e^{-2x}$ 이예요.
 $x=1$ 에서 이계도함수의 부호가 바뀌므로 $A=(1, e^{-2})$ 예요. 접선의 기울기는 $-e^{-2}$ 이고 접선은 $y = e^{-2}(2-x)$ 이예요.
 따라서 $B=(2, 0)$ 이예요. 삼각형 OAB의 넓이는 $(1/2) \times 2 \times e^{-2} = e^{-2}$ 이고 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 삼각함수의 극한과 도형

$A=(0,0)$ 이고 AB 를 x 축으로 놓아요. $AB=AC=L$ 이라 하면 $B=(L,0)$, $C=(L\cos\theta, L\sin\theta)$, $E=(L, L\tan\theta)$ 이예요.

원을 $x^2+y^2-Lx-2ky=0$ 으로 쓰고 C 를 대입하면 $2k=L(1-\cos\theta)/\sin\theta=L\tan(\theta/2)$ 이예요. $x=L$ 에서 다른 교점 D 의 y 좌표는 $2k=L\tan(\theta/2)$ 이예요.

따라서 $f(\theta)=L^2\sin\theta/2$ 이고 $g(\theta)=L^2(1-\cos\theta)\{\tan\theta-\tan(\theta/2)\}/2$ 예요.

두 넓이의 비를 정리하면 $g/(\theta^2 f)=\{(1-\cos\theta)/\theta^2\}\times\{(\tan\theta-\tan(\theta/2))/\sin\theta\}$ 예요. 두 인수의 극한은 각각 $1/2$, $1/2$ 이므로 답은 $1/4$, 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 역함수의 미분과 접합 조건

$g(0)=1$ 이므로 $x=1$ 에서 바깥 식의 미분계수는 $f'(0)/g'(0)=-1/b$ 예요. 안쪽 식의 미분계수는 $\cos\pi=-1$ 이므로 $b=1$ 이예요.

$x=0$ 에서 연속이려면 $r=g^{-1}(0)$ 에 대해 $f(r)=r^3-r=0$ 이예요. $g(0)=1$ 이므로 $r=0$ 은 불가능하고 $r=\pm 1$ 이예요.

$r=1$ 이면 $g(1)=a+3=0$ 에서 $a=-3$ 이예요. 이때 $f'(1)/g'(1)=2/(-6)=-1/3$ 으로, 안쪽 미분계수 1과 달라 제외해요.

$r=-1$ 이면 $g(-1)=1-a=0$ 에서 $a=1$ 이예요. $g'(x)=3x^2+2x+1$ 은 항상 양수이고 $x=0$ 의 미분계수도 $f'(-1)/g'(-1)=1$ 로 맞아요.

따라서 $a+b=2$, $g(a+b)=g(2)=8+4+2+1=15$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 로그함수의 그래프와 교점 수

$F(u)=\ln u-(u-1)/10$ 으로 두면 $g(x)=F(ax^2+b)$ 예요. F 는 $u=10$ 까지 증가하고 이후 감소하므로 $x=0$ 에서 극솟값이 있으려면 자연수 b 는 1부터 9까지예요. $c=F(b)$, $H=F(10)$ 이라 해요.

$b\geq 2$ 이면 $0<c<H$ 예요. 수평선 $y=s\geq 0$ 과 g 의 교점 수가 바뀌는 높이는 c, H 예요. $|g(t)|=c$ 가 되는 t 는 $g=c$ 의 세 점과 $g=-c$ 의 두 점으로 다섯 개, $|g(t)|=H$ 가 되는 t 는 네 개예요. 모두 h 의 불연속점이므로 총 아홉 개가 돼요.

$b=1$ 이면 $c=0$ 이예요. $g(t)=0$ 인 세 점과 $|g(t)|=H$ 인 네 점에서만 h 가 불연속이어서 일곱 개예요. 따라서 $b=1$ 이예요.

부분적분으로 $\int_0^a e^x(ax^2+1)dx=\{a^3-2a^2+2a+1\}e^a-(2a+1)$ 이예요. 이를 me^a-19 와 비교하면 정수 계수의 차에 e^a 를 곱한 값이 정수 $2a-18$ 과 같아요. 양의 정수 a 에서 e^a 는 무리수이므로 두 차가 모두 0이어야 해요.

$2a+1=19$ 에서 $a=9$ 이고, $m=9^3-2\times 9^2+2\times 9+1=586$ 이예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 평행

두 벡터가 평행하려면 b 가 a 의 상수배여야 해요. 첫 성분에서 그 배수는 $-1/2$ 예요.

따라서 $k=4\times(-1/2)=-2$ 이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 쌍곡선의 접선

$x^2-y^2=1$ 을 미분하면 접선의 기울기는 x/y 예요. 점 (a,b) 에서 기울기가 2이므로 $a=2b$ 예요.

쌍곡선의 식에 넣으면 $4b^2-b^2=1$ 에서 $b^2=1/3$ 이예요. 따라서 $ab=2b^2=2/3$ 이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터의 내적과 수직

직선 위의 점을 $P=(2t+5, t+5)$ 로 놓으면 방향벡터는 $(2,1)$ 이고 $AP\approx(2t+3, t-1)$ 이예요.

수직 조건에서 $(2,1)\cdot(2t+3, t-1)=5t+5=0$ 이므로 $t=-1$ 이예요.

$P=(3,4)$ 이므로 $|OP|=5$ 예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 타원의 정의와 초점거리

두 초점 사이 거리는 $2\sqrt{7}$ 이고, 주어진 삼각형 $FF'P$ 에서 $F'P=2\sqrt{7}$, $FP=2\sqrt{3}$ 이에요. 코사인법칙으로 $\angle PFF'$ 의 코사인은 $3/(2\sqrt{21})$ 이므로 사인은 $5/(2\sqrt{7})$ 이에요.

$F'Q$ 가 FP 에 수직이므로 $\phi = \angle FF'Q$ 에 대해 $\cos \phi = 5/(2\sqrt{7})$ 이에요. $r = F'Q$ 로 두면 타원의 장축 길이 8에 의해 $FQ = 8 - r$ 이에요. 삼각형 $FF'Q$ 에 코사인법칙을 쓰면 $(8-r)^2 = r^2 + 28 - 4\sqrt{7}r \times 5/(2\sqrt{7}) = r^2 + 28 - 10r$ 이에요.

정리하면 $r = 6$ 이고 $FQ = 2$ 예요. 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 정사영과 두 평면의 각

정사각형 넓이는 36이고 α 위 정사영 넓이가 18이므로 두 평면의 예각 γ 는 $\cos \gamma = 1/2$, 즉 60° 예요.

$AF = 12$, $FH = 6$ 이므로 선분 AF 와 α 사이의 각 δ 는 $\sin \delta = 1/2$ 에서 30° 예요. AD 와 AF 는 모두 AB 에 수직이에요.

두 선분 사이의 각은 $60^\circ - 30^\circ$ 또는 $60^\circ + 30^\circ$ 인데, 문제에서 $0 < \angle DAF < 90^\circ$ 이므로 30° 예요.

따라서 평면 $ABEF$ 위 정사영 넓이는 $36 \cos 30^\circ = 18\sqrt{3}$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 포물선과 넓이

포물선의 초점은 $F = (1, 0)$ 이므로 $A = (1, 2)$, $B = (1, -2)$ 이에요. 다른 초점현의 두 점 C, D 의 y 좌표를 $u > 0$, $v < 0$ 으로 놓아요.

직선 $y = m(x-1)$ 과 $y^2 = 4x$ 를 연결하면 $my^2 - 4y - 4m = 0$ 이므로 $uv = -4$, $u+v = 4/m$ 이에요.

두 삼각형의 밑변 FA, FB 길이가 모두 2이므로 넓이 비는 $(x_C - 1):(1 - x_D) = u:(-v) = 5:1$ 이에요. 따라서 $u = -5v$ 예요.

$uv = -4$ 에서 $v = -2/\sqrt{5}$, $u = 2\sqrt{5}$ 예요. $u+v = 8/\sqrt{5} = 4/m$ 이므로 $m = \sqrt{5}/2$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 공간좌표와 두 평면의 각

$A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 0, 4)$ 로 놓고 평면 ACD 를 $z = 0$ 으로 잡아요. $BC = BD = 4\sqrt{5}$ 이므로 $AC = AD = 8$ 이고 CD 도 8이어서 삼각형 ACD 는 정삼각형이에요.

$C = (4, 4\sqrt{3}, 0)$, $D = (-4, 4\sqrt{3}, 0)$ 으로 잡으면 $M = (0, 4\sqrt{3}, 0)$, $N = (-2, 2\sqrt{3}, 2)$ 이에요. $P = (0, t, 0)$ 에서 $\overrightarrow{PN} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$ 을 쓰면 $24 - 4\sqrt{3}t = 0$ 이므로 $t = 2\sqrt{3}$ 이에요.

평면 CDB 의 법선벡터로 $(0, 1, \sqrt{3})$, 평면 PDB 의 법선벡터로 $(\sqrt{3}, 2, \sqrt{3})$ 을 쓸 수 있어요. 각 벡터가 해당 평면의 두 방향벡터와 수직인지 내적으로 확인해요.

두 법선벡터의 내적은 5, 길이 제곱은 각각 4와 10이에요. 따라서 $\cos^2 \theta = 25/40$ 이고 $40 \cos^2 \theta = 25$ 예요.

2021학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 원의 자취와 벡터의 내적

$O = (0, 0)$, $A = (L, 0)$, $B = (L, 4)$, $L = 2 + 2\sqrt{3}$ 으로 놓아요. $\angle COA = \pi/3$ 이므로 $C = (4/\sqrt{3}, 4)$ 이고 OC 의 단위방향은 $(1/2, \sqrt{3}/2)$ 이에요. 원의 중심 $S = (L, 2)$, 반지름은 2예요. $OC \cdot OP$ 가 최대인 점은 그 방향으로 가장 먼 $Q = S + (1, \sqrt{3}) = (3 + 2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ 이에요. 따라서 OQ 의 단위방향은 $(\sqrt{3}/2, 1/2)$ 이고 $OQ = 2(2 + \sqrt{3})$ 이에요.

점 O 의 원에 대한 거듭제곱을 쓰면 $OQ \times OD = OS^2 - 4 = L^2 = 8(2 + \sqrt{3})$ 이므로 $OD = 4$ 예요. 따라서 $D = (2\sqrt{3}, 2)$ 이고 $DQ = (3, \sqrt{3})$ 이에요.

$AR = AS + SR$ 이고 $|SR| = 2$ 예요. 내적의 최댓값은 $DQ \cdot AS + 2|DQ| = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ 이에요.

따라서 $M^2 = (6\sqrt{3})^2 = 108$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

$9 = 3^2$ 로 바꾸면 전체는 $3^{2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2}}$ 이에요.

지수를 정리하면 $3^2 = 9$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 등비수열

공비는 $a_3/a_2=2$ 예요.

$a_5=a_3 \times 2^2=4$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 다항함수의 미분

$f'(x)=3x^2+2$ 예요.

$f'(1)=3+2=5$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 극한

$x \rightarrow -1$ 에서 양쪽 그래프 모두 높이 1로 다가가요.

$x \rightarrow 1+$ 에서도 높이 1로 다가가므로 합은 2예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 조각함수의 연속

$x=2$ 에서 왼쪽 극한은 1, 함숫값과 오른쪽 극한은 $7-2a$ 예요.

$1=7-2a$ 에서 $a=3$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 변환

제1사분면 조건에서 $\cos\theta=3/5$ 예요. $\sin(\pi/2-\theta)=\cos\theta$ 이고 $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ 예요.

따라서 주어진 값은 $2\cos\theta=6/5$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 점화식의 주기

$a_2=0, a_3=1, a_4=-1, a_5=0$ 이므로 $n \geq 2$ 에서 0, 1, -1이 주기 3으로 반복돼요.

따라서 $a_{10}=-1, a_{20}=0$ 이고 합은 -1이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 다항식의 극한

무한대 극한에서 f 는 최고차항이 $2x^2$ 인 이차식이에요. $x \rightarrow 1$ 의 극한에서 $f(1)=0, f'(1)=3$ 이에요.

$f=2x^2+bx+c$ 에 대입하면 $b=-1, c=-1$ 이에요. 따라서 $f(3)=18-3-1=14$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 정적분과 삼차함수

두 적분 조건에서 $f(0)=f(1)=f(2)$ 이에요. 따라서 일계수 삼차식 $f(x)-f(0)=x(x-1)(x-2)$ 이에요.

$x=1$ 에서 미분하면 $f'(1)=(1-0)(1-2)=-1$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 삼각함수의 교점

A의 x좌표를 u 라 하면 B는 $2-u$, C는 $4+u$ 예요. 합은 $6+u=25/4$ 이므로 $u=1/4$ 예요.

$AB=(2-u)-u=2-1/2=3/2$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 로그함수와 직선

기울기 $1/2$ 이고 $AB=2\sqrt{5}$ 이므로 A에서 B로의 좌표 변화는 $(4,2)$ 예요. A의 x좌표를 u라 하면 로그값 차에서 $\log_2(4(u+4)/(2u))=2$ 예요.
이를 풀면 $u=4$ 이고 A의 높이는 $\log_2 8=3$ 이에요.
AC를 밑변으로 보면 길이가 3이고 B에서 수직선 AC까지의 거리가 4이므로 넓이는 6이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 부분합과 점화식

$3S_n=(n+2)a_n$ 과 $3S_{n-1}=(n+1)a_{n-1}$ 을 빼면 $(n-1)a_n=(n+1)a_{n-1}$ 이에요. 따라서 $f(n)=n+1$, $g(n)=(n+1)/(n-1)$ 이에요.
비를 연속해서 곱하면 $a_n=2 \times n(n+1)/2=n(n+1)$ 이므로 $p=a_{10}=110$ 이에요.
 $f(p)/g(p)=p-1=109$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 조각함수와 유일근

유일한 실근이 $x=2$ 이므로 $f(2)+8=f(-2)$ 예요. $x \geq -2$ 에서 경계값과 무한대의 값이 모두 목표 높이보다 높으므로 $x=2$ 는 접하는 극소점이고 $f'(2)=0$ 이에요.
 $f'(x)=3(x-r)(x-2)$ 로 놓으면 $f(2)-f(-2)=16+24r=-8$ 에서 $r=-1$ 이에요.
 $f(0)=1/2$ 로부터 $f(x)=x^3-(3/2)x^2-6x+1/2$ 이고 극대점은 $x=-1$ 이에요. 극댓값은 $-1-3/2+6+1/2=4$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 원과 삼각형

AB가 지름이므로 $\angle ACB=\pi/2$ 이고 $AC=\sqrt{(14^2-6^2)}=4\sqrt{10}$ 이에요. $\sin \angle CBA=AC/AB=2\sqrt{10}/7$ 이므로 $\sphericalangle$ 은 참이에요.
 $CD=7$ 일 때 $\angle ADC$ 와 $\angle ABC$ 가 보각이므로 코사인법칙에서 $160=AD^2+49+6AD$ 예요. 양의 해는 $AD=-3+2\sqrt{30}$ 이므로 $\sphericalangle$ 도 참이에요.
삼각형 ABC 넓이는 $12\sqrt{10}$ 이에요. 원 중심에서 현 AC까지 거리는 $\sqrt{(7^2-(2\sqrt{10})^2)}=3$ 이므로 작은 호 위 D의 최대 높이는 $7-3=4$ 예요. 삼각형 ADC 최대 넓이는 $8\sqrt{10}$ 이에요.
따라서 사각형 최대 넓이는 $20\sqrt{10}$ 으로 $\sphericalangle$ 도 참이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 미분 가능성과 절댓값

g 가 $x=0$ 에서 미분 가능하려면 $f(2)=0$ 이고 $f'(2)=0$ 이에요. 따라서 $f(x)=(x-2)^2$ 예요. $g(x)$ 는 $x<0$ 에서 x^2 , $x \geq 0$ 에서 $x^4/4-4x^3/3+2x^2$ 이에요.
왼쪽에서는 감소하고 오른쪽에서는 $g'(x)=x(x-2)^2 \geq 0$ 이므로 양의 높이마다 좌우에 교점이 하나씩 있어요. 절댓값이 미분 불가능한 교점이 하나만 되려면 오른쪽 교점이 기울기 0인 $x=2$ 여야 해요.
 $g(2)=4/3$ 이므로 가능한 a 는 2와 $-2/\sqrt{3}$ 이에요. $a=0$ 에서는 미분 불가능한 점이 없어 제외해요. 곱은 $-4\sqrt{3}/3$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 밑변환

$\log_3 7 \times \log_7 9 = \log_3 9$ 예요.
따라서 값은 2예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 도함수와 부정적분

$f(x)=2x^3-x^2-x+C$ 예요.
 $f(1)=3$ 에서 $C=3$ 이므로 $f(2)=16-4-2+3=13$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 속도와 위치

원점에서 출발했으므로 위치는 t^3+3t^2-at 예요.
 $t=3$ 에서 $54-3a=6$ 이므로 $a=16$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 거듭제곱근의 실수성

$n=3,4,5,6$ 에서 밑은 각각 $-9, -4, 5, 18$ 이에요. 홀수제곱근은 실수 한 개, 음수의 짝수제곱근은 실수가 없고 양수의 짝수제곱근은 두 개예요.
따라서 합은 $1+0+1+2=4$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 적분함수와 극값

$g'(x)=2x \int (0\text{부터 } x\text{까지})f(t)dt$ 예요. 최고차항은 $2x^4$ 이고 영점은 $0, 3$ 뿐이에요. 극값이 없으므로 각 영점에서 부호가 바뀌지 않아 둘 다 중근이에요.
따라서 $g'(x)=2x^2(x-3)^2$ 이고 $\int f=x(x-3)^2$ 예요. 미분하면 $f(x)=3(x-1)(x-3)$ 이에요.
 0 부터 1 까지의 적분은 4 , 1 부터 3 까지는 -4 이므로 절댓값 적분은 8 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 수열의 합과 절댓값 점화식

합 조건을 이웃하게 빼면 $a_{2n-1}+a_{2n}=17$ 이에요. $|a_{2n}-a_{2n-1}|=4n-3$ 이므로 $a_{2n}=2n+7$ 또는 $10-2n$ 이에요.
 $a_2=9$ 이므로 첫 번째 가지에서 시작해요. 인접한 짝수항의 가치를 바꾸면 $|a_{2n+1}-a_{2n}|=2$ 가 되어 필요한 홀수 $4n-1$ 과 다르므로 가치를 바꿀 수 없어요.
따라서 $a_{2n}=2n+7$ 이고 $n=1$ 부터 10 까지의 합은 $2 \times 55+70=180$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 절댓값 삼차함수의 접선

$f(x)=Ax^3+Bx^2+Cx$, $g(x)=Cx$ 예요. 양의 근 12 가 있으므로 $C<0$ 이에요. 양의 비영근에서 수평 접선이 되려면 f 가 양수인 가지에서 $Ax^2+Bx+2C$ 가 중근 k 를 가져야 해요.
따라서 $B=-2Ak$, $C=Ak^2/2$ 이고 $A<0$ 이에요. f 가 음수인 가지에서 $h=-Ax^2(x-2k)$ 이므로 가장 큰 근은 $2k=12$, $k=6$ 이에요.
 $f(x)=Ax((x-6)^2-18)$ 이고 $h(3)=27A=-9/2$ 에서 $A=-1/6$ 이에요. 따라서 $C=-3$ 이에요.
 $h(6)=0$ 이고 $f(11)=-77/6$, $g(11)=-33$ 이므로 $h(11)=-121/6$ 이에요. 따라서 $6\{h(6)-h(11)\}=121$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 이항정리

x 항은 여섯 인수 중 한 곳에서만 $4x$ 를 고를 때 나와요.
계수는 $C(6,1) \times 4=24$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항분포의 분산

기댓값 식 $3E(X)-1=17$ 에서 $E(X)=6$ 이에요. $np=n/3=6$ 이므로 $n=18$ 이에요.
 $V(X)=np(1-p)=18 \times (1/3) \times (2/3)=4$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 조합의 확률

전체 선택은 $C(8,4)=70$ 가지예요. 검은 공이 0 개인 경우는 1 가지, 1 개인 경우는 $C(4,1)C(4,3)=16$ 가지예요.
여사건을 빼면 확률은 $1-17/70=53/70$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 포함배제

전체 중복순열은 3^5 개예요. 적어도 한 문자가 없는 경우를 포함배제로 제외해요.
 $3^5 - 3 \times 2^5 + 3 \times 1^5 = 243 - 96 + 3 = 150$ 가지예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 전확률

A에서 합이 소수인 쌍은 (1,1) 한 쌍, (1,2) 네 쌍, (2,3) 네 쌍으로 확률 $9/15$ 예요. B에서는 (3,4) 네 쌍뿐이므로 $4/15$ 예요.
 세 동전이 모두 앞면일 확률은 $1/8$ 이므로 전체 확률은 $(1/8)(9/15) + (7/8)(4/15) = 37/120$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 비감소 함수와 제곱수

첫 세 함수값의 비감소 순서쌍 중 곱이 제곱수인 것은 (1,1,1), (1,1,4), (1,4,4), (4,4,4), (1,2,2), (1,3,3), (1,5,5), (2,2,4), (3,3,4), (4,5,5)이에요.
 세 번째 값이 m이면 남은 세 값은 m부터 5까지의 중복조합이므로 $C(8-m, 3)$ 가지예요. $m=1, 2, 3, 4, 5$ 인 첫 세 값의 수는 각각 1, 1, 1, 5, 2개예요.
 따라서 전체는 $35 + 20 + 10 + 5 \times 4 + 2 = 87$ 가지예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 확률밀도함수

균등밀도 $f=b$ 에서 $ab=1$ 이므로 $g(x)=P(X \leq x)=x/a$ 예요. g 도 확률밀도이므로 $\int (0 \text{부터 } a \text{까지}) x/a \, dx = a/2 = 1$, $a=2$ 이고 $b=1/2$ 예요.
 $P(Y \leq c) = c^2/4 = 1/2$ 에서 $c^2=2$ 예요. 따라서 $(a+b)c^2 = (5/2) \times 2 = 5$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 조건부확률과 이항분포

처음 세 번에서 1이 나온 횟수를 I, 나중 세 번을 J라 하면 합의 대소 조건은 $I < J$ 예요. 두 횟수는 독립인 $B(3, 1/3)$ 이고 확률분자는 순서대로 8, 12, 6, 1에 공통분모 27이에요.
 대칭으로 $P(I < J) = \{1 - (8^2 + 12^2 + 6^2 + 1^2)/27^2\}/2 = 242/729$ 예요.
 $a_1 = a_4 = 1$ 의 확률은 $1/9$ 이에요. 이를 고정하면 남은 두 번씩의 1 횟수 분자는 4, 4, 1이고 대소 확률은 $\{1 - (4^2 + 4^2 + 1^2)/9^2\}/2 = 8/27$ 이에요.
 따라서 교집합 확률은 $8/243 = 24/729$, 조건부확률은 $24/242 = 12/121$ 이에요. $p+q=133$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 무리식의 수열 극한

유리화하면 $(5n^2+5)/(\sqrt{n^4+5n^2+5}+n^2)$ 이에요.
 분자와 분모를 n^2 으로 나누면 $(5+5/n^2)/(\sqrt{1+5/n^2+5/n^4}+1) \rightarrow 5/2$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 로그함수의 적분

두 적분을 합치면 $2\ln x/x^2$ 항이 없어져 $\int (1 \text{부터 } e \text{까지}) 3\ln x/x \, dx$ 예요.
 부정적분은 $(3/2)(\ln x)^2$ 이므로 값은 $3/2$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 매개변수 미분

$dx/dt = 2t \ln t + t + 3$ 이고 $dy/dt = 6e^{t-1}(1+t)$ 이에요.
 $t=1$ 에서 각각 4와 12이므로 $dy/dx = 12/4 = 3$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 역함수와 몫의 미분

극한에서 $f(2)=2$, $f'(2)=1/3$ 이예요. 역함수 관계로 $g(2)=2$, $g'(2)=3$ 이예요.
 $h'(2)=[g'(2)f(2)-g(2)f'(2)]/f(2)^2=(6-2/3)/4=4/3$ 이예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 반복 도형의 등비급수

$B_1=(0,0)$, $C_1=(2,0)$, $D_1=(2,1)$, $E_1=(1,1)$ 로 놓으면 $F_1=(4/3,2/3)$ 이예요. $G_1E_1=G_1F_1$ 과 G_1 이 $y=x/2$ 위에 있다는 조건에서 $G_1=(2/3,1/3)$ 을 얻어요.
삼각형 $C_1D_1F_1$ 의 넓이는 $1/3$, $G_1F_1E_1$ 의 넓이는 $1/6$ 이므로 첫 색칠 넓이는 $1/2$ 이예요.
다음 직사각형 높이를 h 라 하면 $A_2=(2h,h)$, $D_2=(4h,h)$ 이고 D_2 는 $y=2-x$ 위에 있어 $h=2/5$ 예요. 길이비 $2/5$, 넓이비 $4/25$ 이므로 극한은 $(1/2)/(1-4/25)=25/42$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 주기함수와 부분적분

f 는 짝함수이고 주기가 2이므로 $\int_{-1}^5 f(x)dx=12$ 예요. 이 구간에서 $f(2+u)=f(2-u)$ 이므로 $\int_2^5 xf(x)dx=2 \times 12=24$ 예요.
 $J=\int_0^1 f(x)\cos 2\pi x dx$ 라 하면 주기와 대칭에 의해 원래 적분은 $24+6J=47/2$ 예요. 따라서 $J=-1/12$ 예요.
부분적분에서 양 끝의 $\sin 2\pi x$ 가 0이므로 $\int_0^1 f'(x)\sin 2\pi x dx=-2\pi J=\pi/6$ 이예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수의 극한과 원

$A=(0,0)$, $B=(2,0)$ 으로 놓으면 $P=(2\cos^2\theta, 2\sin\theta\cos\theta)$, $Q=(1+\cos 4\theta, \sin 4\theta)$ 이예요. AP 와 BQ 의 교점은 $R=(2\cos 2\theta, 2\tan\theta\cos 2\theta)$ 이예요.
호 PQ 와 호 BP 의 중심각이 모두 2θ 이므로 두 활꼴 넓이는 같아요. $f+g$ 에서는 활꼴이 서로 없어서 삼각형 PRQ 와 삼각형 PBS 의 넓이만 남아요.
 $PR=2\sin^2\theta/\cos\theta$ 이고 Q 에서 AP 까지 거리는 $2\sin\theta\cos 2\theta$ 이므로 첫 넓이는 $2\sin^3\theta\cos 2\theta/\cos\theta$ 예요. 둘째 넓이는 $2\sin^3\theta/\cos\theta$ 예요.
합은 $4\sin^3\theta\cos\theta$ 이므로 θ^3 으로 나눈 극한은 4예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 지수함수와 역상 합

$f(x)=Ax^2+Bx+C$, $A>3$ 으로 놓아요. g 는 양수이고 양 끝에서 0과 무한대로 가요. h 에 점프가 있으려면 g 가 극대·극소점 $r<s$ 를 가져야 해요.
극댓값에서 h 의 점프는 $-2r$, 극솟값에서는 $2s$ 예요. 두 합쳐지는 해의 합이 각각 $2r, 2s$ 이기 때문이예요. 불연속점이 하나뿐이므로 r, s 중 하나가 0이예요.
 $3e$ 가 극댓값이면 $r=-1$, $s=0$ 이예요. $g'=e^x(f+f')$ 와 계수 비교로 $f=A(x^2-x+1)$, $g(-1)=3A/e=3e$ 에서 $A=e^2$ 예요. $3e$ 가 극솟값인 경우에는 $r=0, s=1$, $f=A(x^2-3x+3)$, $A=3$ 이 되어 제외돼요.
따라서 $g(-6)=43e^{-4}$, $g(2)=3e^4$ 이므로 곱은 129예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 벡터의 평행

평행 조건은 $12(2m-1)-3(3m+1)=0$ 이예요.
 $15m-15=0$ 에서 $m=1$ 이예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 포물선의 접선

접선은 $6y=2(x+9)$, 즉 $y=x/3+3$ 이에요. 준선은 $x=-1$ 이에요.
교점은 $(-1, 8/3)$ 이므로 $a+b=5/3$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 벡터 내적과 원

식을 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ 으로 해석하면 $A=(-2, 0)$, $B=(6, 6)$ 를 지름 양끝으로 하는 원이에요.
지름의 길이는 $\sqrt{8^2+6^2}=10$ 이므로 둘레는 10π 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 쌍곡선의 접선

$P=(x, y)$ 에서 접선의 x절편은 $4/x$ 예요. $4/x=4/3$ 에서 $x=3$ 이에요.
쌍곡선의 초점거리 공식으로 $PF'=cx/2+2=3c/2+2$ 예요. 이를 $FF'=2c$ 와 같게 놓으면 $c=4$ 예요.
 $c^2=4+k$ 이므로 $k=12$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 공간도형의 정사영

직각삼각형 ABC에서 $AB^2=AC^2-BC^2=116-36=80$ 이에요. D는 A, B에서 같은 거리이므로 그 정사영은 AB의 중점 M이에요.
 $DM^2=6^2-(AB/2)^2=36-20=16$ 이고 $CM^2=BC^2+BM^2=36+20=56$ 이에요.
따라서 $CD^2=72$ 이고 $\cos\theta=CM/CD=\sqrt{56}/\sqrt{72}=\sqrt{7}/3$ 이에요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 타원과 각의 이등분선

각의 이등분선 정리에서 $PF:PF'=AF:AF'=3:5$ 예요. $PF+PF'=2a$ 이므로 $PF=3a/4$, $PF'=5a/4$ 예요. $P=(x, y)$ 라 하면 거리 제곱의 차에서 $24x=a^2$ 예요.
 $B=(u, v)$ 는 $OB^2=3$ 이고 $(B-A) \cdot (B-F)=0$ 이에요. 따라서 $3-(15/2)u+9=0$ 에서 $u=8/5$, $v^2=11/25$ 예요. 직선 AP의 기울기 제곱은 44 이므로 $y^2=44(x-3/2)^2$ 예요.
 $PF^2=9a^2/16=(27/2)x$ 에 이 식을 대입하면 $(2x-3)(x-2)=0$ 이에요. $x=3/2$ 는 $y=0$ 이라 제외되므로 $x=2$ 예요.
 $a^2=48$ 이고 $b^2=a^2-36=12$ 이므로 $ab=24$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 벡터의 최댓값

$O=(0, 0)$, $A=(0, 2\sqrt{3})$, $B=(-3, -\sqrt{3})$, $C=(3, -\sqrt{3})$ 로 놓으면 $D=(-6, -\sqrt{3})$ 이에요. $P=(x, -\sqrt{3})$ 에서 $2\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PD}$ 벡터
 $=(-6-3x, 8\sqrt{3})$ 이에요.
크기를 최소로 하는 $x=-2$ 가 선분 CD 안에 있으므로 $Q=(-2, -\sqrt{3})$ 이에요. $\overrightarrow{QA}$ 벡터 $=(2, 3\sqrt{3})$, $|\overrightarrow{QA}|=\sqrt{31}$ 이에요.
 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 이고 두 번째 항의 음수는 13 이에요. $|\overrightarrow{OR}|=2\sqrt{3}$ 이므로 첫 항의 최댓값은 $\sqrt{31} \times 2\sqrt{3}=2\sqrt{93}$ 이에요.
따라서 $p=13$, $q=2$ 이고 $p+q=15$ 예요.

2022학년도 7월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 구와 두 평면의 정사영

$O=(0,0,0)$, $A=(4,0,0)$ 으로 놓아요. P 의 정사영이 OA 위이고 $\angle PAO=\pi/3$ 이므로 $P=(2,0,2\sqrt{3})$, $AP=4$ 예요. $BC \perp OA$ 이므로 $B=(v,t,0)$, $C=(v,-t,0)$, $v^2+t^2=16$ 이에요.
 $\cos^2 \angle PAB = (4-v)/32 = 10/64$ 에서 $v=-1$, $t^2=15$ 예요. 따라서 $AB^2=40$ 이고 AP 벡터 $\cdot$ AB 벡터 $=10$ 이에요. 삼각형 PAB 의 넓이는 $(1/2)\sqrt{(16 \times 40 - 10^2)} = 3\sqrt{15}$ 예요.
두 평면의 법선벡터는 $(6\sqrt{5}, 10\sqrt{3}, 2\sqrt{15})$, $(-6\sqrt{5}, 10\sqrt{3}, -2\sqrt{15})$ 로 잡을 수 있어요. 내적은 60, 길이 제곱은 각각 540이므로 두 평면 사이 각의 코사인 절댓값은 $1/9$ 예요.
 $S = 3\sqrt{15}/9 = \sqrt{15}/3$ 이므로 $30S^2 = 50$ 이에요.

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
6	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
7	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
8	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
9	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
10	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
11	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
12	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
13	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
14	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
15	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
23	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
24	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
25	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
26	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
27	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
28	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

16번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

17번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

18번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

19번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

20번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

21번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

22번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

29번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

30번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)