

Aldus Libris

경기도교육청 수학 기출 모음

개념과 풀이 · 교재형

138문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

목차와 웹 리더에서 시험·선택과목을 골라 공부해 보세요. 서로 다른 시험의 같은 문항 번호는 출처를 함께 확인해요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학

자체 해설은 AI 도구의 도움을 받아 작성했어요. 문제마다 풀이를 계산하고 정답을 공식 정답표와 대조했어요.

지수와 로그

양수 a 에 대해 지수의 뜻을 확장하면 a 의 m 제곱과 n 제곱의 곱은 a 의 $(m+n)$ 제곱이에요. 같은 밑의 거듭제곱을 곱할 때 지수를 더하고, 거듭제곱을 다시 거듭제곱할 때는 지수를 곱해요. 음의 지수는 역수를 뜻해요.

$\log_a x$ 는 a 를 몇 제곱해야 x 가 되는지를 나타내요. $a>0, a\neq 1, x>0$ 조건을 먼저 확인해요. 밑이 1보다 큰 경우와 0과 1 사이인 경우에는 그래프의 증가·감소 방향이 달라요. 밑을 10으로 바꾸는 식 $\log_a x = \log_{10} x / \log_{10} a$ 를 사용하면 서로 다른 로그를 같은 기준으로 비교할 수 있어요.

직접 풀어봐요: $\log_2 8 + \log_2 4$ 를 계산해요. $2^3=8, 2^2=4$ 이므로 값은 $3+2=5$ 예요. $\log_2(8 \times 4) = \log_2 32 = 5$ 로도 확인할 수 있어요.

수열과 점화식

등차수열은 이웃한 항의 차이가 일정하고, 등비수열은 앞 항이 0이 아닌 범위에서 이웃한 항의 비가 일정해요.

$a_n = a_1 + (n-1)d$, $a_n = a_1 r^{n-1}$ 을 조건에 맞게 사용해요. 첫 항부터 n 번째 항까지의 번호와 실제 더하는 항의 개수를 구분해요.

Σ 는 합을 나타내는 기호예요. 합을 나눌 수 있지만 곱의 합을 두 합의 곱으로 바꿀 수는 없어요. 점화식에서 다음 항이 두 가지로 나뉘면 각 선택과 되돌아가는 조건을 표로 적어요. 나눗셈으로 식을 바꾸기 전에는 0인 항의 가능성을 따로 확인해요.

직접 풀어봐요: $a_1=2$, 공차가 3이면 $a_4=2+3\times 3=11$ 이에요. 앞의 네 항은 2,5,8,11이고 합은 $(2+11)\times 4/2=26$ 이에요.

함수의 극한과 연속

x 가 a 에 가까워질 때의 극한은 $x=a$ 에서의 함수값과 구분해요. 양쪽에서 가까워질 수 있는 점에서는 좌극한과 우극한이 같은 유한한 값이어야 극한이 존재해요. 조각함수는 식이 바뀌는 경계에서 양쪽을 따로 계산해요.

함수가 $x=a$ 에서 연속이라면 $f(a)$ 가 정의되어 있고, 극한이 존재하며, 그 값이 $f(a)$ 와 같아야 해요. 분자·분모를 약분할 때는 $x \neq a$ 인 주변에서 가능한 변형인지 살펴요. 그래프에서는 점이 찍힌 위치와 가까이 다가가는 높이를 따로 읽어 보세요.

직접 풀어봐요: $x < 1$ 에서 $f(x) = x + 2$, $x \geq 1$ 에서 $f(x) = 2x + c$ 라고 해요. $x = 1$ 에서 연속이라면 $3 = 2 + c$ 이므로 $c = 1$ 이에요.

정적분과 넓이

$F'(x)=f(x)$ 인 함수를 찾으면, f 가 연속인 구간 $[a,b]$ 에서 정적분은 $F(b)-F(a)$ 예요. 위끝과 아래끝의 대입 순서를 지켜요. 대칭 구간에서 기함수의 적분은 0이고 우함수의 적분은 오른쪽 절반 적분의 두 배예요.

정적분은 부호가 있는 값이고 도형의 넓이는 음수가 아니예요. 두 그래프의 차이가 어느 구간에서 양수인지 확인한 뒤 위쪽 함수에서 아래쪽 함수를 빼요. 두 그래프의 교점이 여럿이면 그 지점들에서 적분을 나눠요.

직접 풀어봐요: $y=x$ 와 $y=x^2$ 가 $0 \leq x \leq 1$ 에서 만드는 넓이는 $\int_0^1 (x-x^2)dx = 1/2 - 1/3 = 1/6$ 이에요. 이 구간에서는 x 가 x^2 보다 크다는 점을 먼저 확인해요.

삼각함수와 삼각형

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 은 같은 각의 사인과 코사인을 연결해요. 제곱을 이용해 크기를 구한 뒤에는 각의 범위나 원래 부등식으로 부호를 다시 결정해요. $b \neq 0$ 일 때 $\sin(bx)$ 와 $\cos(bx)$ 의 주기는 $2\pi/|b|$ 예요.

삼각형에서 변 a, b, c 의 맞은편 각을 A, B, C 라 하면 $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$ 이에요. R 은 외접원의 반지름이에요. 끼인각 C 를 아는 두 변 a, b 로 넓이를 구할 때는 $ab \sin C / 2$ 를 사용해요. 길이의 비와 사인값의 비를 바꿀 때는 반드시 맞은편 관계를 표시해요.

직접 풀어봐요: 두 변의 길이가 4, 6이고 끼인각이 $\pi/6$ 인 삼각형의 넓이를 구해요. 넓이는 $4 \times 6 \times \sin(\pi/6) / 2 = 6$ 이에요.

미분과 함수의 변화

미분계수는 한 점에서의 변화율이에요. $[f(a+h)-f(a)]/h$ 의 $h \rightarrow 0$ 극한이 존재하면 $f'(a)$ 로 나타내요. 양의 정수 n 에 대해 $f(x)=x^n$ 의 도함수는 nx^{n-1} 이에요. 상수함수의 도함수는 0이에요. 실수 지수로 확장할 때는 $x>0$ 에서 같은 공식을 쓸 수 있어요. 합과 상수배도 항별로 미분할 수 있어요.

도함수의 부호가 양수인 구간에서는 함수가 증가하고, 음수인 구간에서는 감소해요. $f'(a)=0$ 이라는 사실만으로 극값이라고 단정하지 않아요. 양옆의 부호 변화를 확인하고, 닫힌 구간의 최댓값·최솟값은 극값 후보와 양 끝의 함수값을 함께 비교해요.

직접 풀어봐요: $f(x)=x^2-4x+1$ 은 $f'(x)=2x-4$ 예요. $x<2$ 에서 감소하고 $x>2$ 에서 증가하므로 $x=2$ 에서 최솟값 $f(2)=-3$ 을 가져요.

속도·가속도와 이동

수직선 위 점의 위치를 $x(t)$ 라 하면 속도는 $x'(t)$, 가속도는 $x''(t)$ 예요. 속도의 부호는 운동 방향을 나타내요. 속도가 0이 된 뒤 부호가 바뀌는지 확인해야 방향 전환을 판단할 수 있어요.

시간 구간의 변위는 속도를 적분한 값이고, 총 이동거리는 속력 $|v(t)|$ 를 적분한 값이에요. 같은 곳으로 돌아오더라도 이동거리는 0일 필요가 없어요. 이동거리를 구할 때는 속도의 부호가 바뀌는 시각에서 적분 구간을 나뉘요.

직접 풀어봐요: $v(t)=t-1$ 로 0초부터 2초까지 움직이면 변위는 0이에요. 이동거리는 0-1초의 삼각형 넓이 $1/2$ 와 1-2초의 넓이 $1/2$ 를 더한 1이에요.

여러 함수의 미분

합성함수 $f(g(x))$ 를 미분할 때는 바깥 함수의 도함수 $f'(g(x))$ 에 안쪽 함수의 도함수 $g'(x)$ 를 곱해요. 곱의 미분은 $(uv)'=u'v+uv'$ 예요. 함수식이 복잡하면 어떤 구조가 겹쳐 있는지 먼저 나눠요.

x 와 y 가 한 식에 함께 있으면 y 를 x 의 함수로 보고 음함수 미분을 해요. 매개변수 t 로 x, y 가 주어지면 $dx/dt \neq 0$ 인 점에서 $dy/dx=(dy/dt)/(dx/dt)$ 예요. 접선 기울기를 구한 뒤에는 접점의 좌표도 원래 식에 넣어 확인해요.

직접 풀어봐요: $y=(x^2+1)^3$ 의 도함수는 $3(x^2+1)^2 \times 2x=6x(x^2+1)^2$ 이에요. $x=1$ 에서 기울기는 24예요.

방정식과 함수의 그래프

방정식의 실근은 그래프와 x 축이 만나는 지점의 x 좌표로 읽을 수 있어요. $f(x)=g(x)$ 는 두 그래프의 교점 문제로 바뀌어 볼 수 있어요. 식을 제공하거나 양변에 어떤 수를 곱할 때는 원래 식과 같은 해를 갖는지 살펴요.

다항식에서 $x=a$ 가 종근이면 그래프가 x 축을 만나는 모습과 부호 변화를 함께 확인해요. 미분으로 교점 개수를 세는 경우에는 극점의 위치, 극값의 부호, 정의역의 양 끝을 빠짐없이 비교해요. 얻은 해는 원래 조건에 다시 대입해요.

직접 풀어봐요: $x^2-3x+2=0$ 을 인수분해하면 $(x-1)(x-2)=0$ 이에요. 해 1과 2를 원래 식에 넣으면 모두 0이 돼요.

경우의 수

순서를 구분하는지, 같은 대상의 반복을 허용하는지, 대상을 서로 구별하는지를 먼저 표시해요. 서로 다른 n 개를 일렬로 놓는 순열은 $n!$ 이고, 순서 없이 r 개를 고르는 조합은 nCr 이에요. 같은 것이 각각 p 개, q 개씩 있으면 일렬 배열의 수를 $n!/(p!q!\cdots)$ 로 계산해요.

조건을 직접 세기 어렵다면 전체에서 제외할 경우를 빼요. 제외 조건이 겹치면 교집합을 다시 더해야 해요. 원순열에서는 회전만으로 같은 배치를 중복해서 세지 않도록 기준 대상을 고정해요. 서로 다른 경우로 나뉘었다면 각 경우가 겹치지 않는지 확인해요.

직접 풀어봐요: 서로 다른 책 5권에서 2권을 고르는 경우는 $5C2=10$ 이에요. 고른 2권을 좌우로 놓는 순서까지 구분하면 $5P2=20$ 이에요.

수열의 극한과 급수

분수로 주어진 수열의 극한은 분자와 분모를 가장 높은 차수나 가장 빠르게 커지는 항으로 나누어 비교해요. 제곱근의 차이는 분모·분자를 유리화하면 차이를 만드는 항이 드러나는 경우가 많아요.

무한등비급수는 첫 항이 a 이고 공비 r 의 절댓값이 1보다 작을 때 $a/(1-r)$ 로 수렴해요. 일반 급수의 수렴을 판단할 때 항의 극한이 0인 것은 필요조건일 뿐 충분조건은 아니에요. 부분합을 먼저 구할 수 있는 망원급수라면 중간 항이 실제로 어떻게 소거되는지 적어 보세요.

직접 풀어봐요: $3+3/2+3/4+\cdots$ 는 첫 항 3, 공비 $1/2$ 인 급수이므로 합은 $3/(1-1/2)=6$ 이에요.

삼각함수의 극한

각을 라디안으로 나타낼 때 $x \rightarrow 0$ 에서 $\sin x/x$ 의 극한은 1이에요. $\sin(kx)$ 가 보이면 안쪽의 kx 와 분모를 맞추어 기본 극한을 적용해요. 각의 단위와 x 가 가까워지는 값을 먼저 확인해요.

$1 - \cos x = 2\sin^2(x/2)$ 를 이용하면 $(1 - \cos x)/x^2$ 의 극한은 $1/2$ 임을 알 수 있어요. 도형 문제에서는 길이나 넓이를 각의 삼각함수로 나타낸 다음 기본 극한에 맞게 정리해요.

직접 풀어봐요: $x \rightarrow 0$ 일 때 $\sin(3x)/x = 3 \cdot \sin(3x)/(3x)$ 이므로 극한은 3이에요.

평면벡터

벡터는 크기와 방향을 함께 나타내요. 시작점을 옮겨도 같은 벡터일 수 있어요. 좌표로 $a=(a_1, a_2)$, $b=(b_1, b_2)$ 라 하면 내적은 $a_1b_1+a_2b_2$ 이고, 길이가 0이 아닌 두 벡터에서는 $|a||b|\cos\theta$ 와 같아요.

두 벡터의 수직 관계는 내적이 0이라는 식으로 표현할 수 있어요. 길이를 제공한 $|a+b|^2$ 을 내적으로 전개하면 $|a|^2+2a \cdot b+|b|^2$ 이에요. 점이 선분 위에 있다는 조건은 직선 위의 조건에 매개변수의 범위가 더해진다는 점을 확인해요.

직접 풀어봐요: $a=(1,2)$, $b=(2,-1)$ 이면 $a \cdot b=2-2=0$ 이에요. 두 벡터는 모두 영벡터가 아니므로 서로 수직이에요.

이차곡선

포물선은 한 점인 초점과 한 직선인 준선까지의 거리가 같은 점들의 집합이에요. 타원에서는 두 초점까지의 거리의 합이 일정하고, 쌍곡선에서는 두 거리의 차의 절댓값이 일정해요. 그림의 가로·세로 방향과 표준형의 분모를 대응시켜요.

타원 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ 에서 $a \geq b > 0$ 이면 초점까지의 거리 c 는 $c^2 = a^2 - b^2$ 를 만족해요. 쌍곡선 $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ 에서는 $c^2 = a^2 + b^2$ 예요. 접선이나 다른 도형과의 교점을 구했다면 원래 곡선 위의 점인지 대입해 확인해요.

직접 풀어봐요: $x^2/9 + y^2/4 = 1$ 인 타원은 $a=3$, $b=2$ 이므로 초점은 $(\pm\sqrt{5}, 0)$ 이에요. 타원 위의 점에서 두 초점까지의 거리의 합은 6이에요.

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\left(\sqrt{3^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

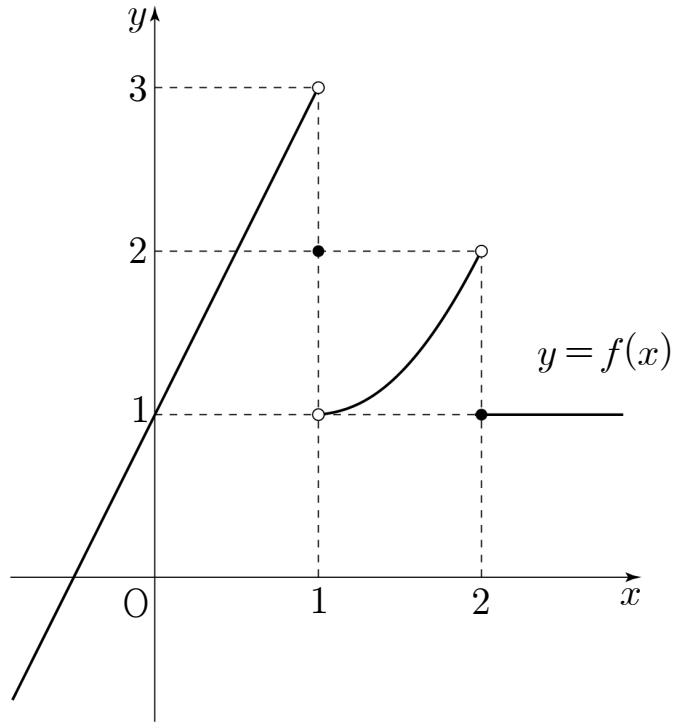
경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2x + 4$ 이고 $f(-1) + f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \sin\left(ax + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 주기가 4π 일 때,
 $f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에서 x 의 값이 1에서 4까지 변할 때의
 평균변화율과 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(k, f(k))$ 에서의
 접선의 기울기가 서로 같을 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 2} & (x < 2) \\ -x^2 + b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 $x = 2$ 에서 연속일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + g(x)}{3f(x) - g(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t - 10$$

이다. 점 P의 시각 $t = 1$ 에서의 위치와 점 P의 시각 $t = k(k > 1)$ 에서의 위치가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\cos^2 x - \sin(\pi + x) - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ 의 최댓값이 12일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 두 양수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를
 $f(x) = (x - a)(x - b)$ 라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 4 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 n 이하의 네 자연수 a, b, c, d 가 있다.

- $a > b$
- 좌표평면 위의 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 와 원점 O 에 대하여 삼각형 OAB 는 $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이다.

다음은 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 T_n 이라

할 때, $\sum_{n=4}^{20} T_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

점 $A(a, b)$ 에 대하여
 점 $B(c, d)$ 가 $\overline{OA} \perp \overline{AB}$, $\overline{OA} = \overline{AB}$ 를 만족시키려면
 $c = a - b$, $d = a + b$ 이어야 한다.

이때, $a > b$ 이고 d 가 n 이하의 자연수이므로 $b < \frac{n}{2}$ 이다.

$\frac{n}{2}$ 미만의 자연수 k 에 대하여
 $b = k$ 일 때, $a + b \leq n$ 을 만족시키는 자연수 a 의 개수는
 $n - 2k$ 이다.

2 이상의 자연수 m 에 대하여

(i) $n = 2m$ 인 경우
 b 가 될 수 있는 자연수는 1부터 (가) 까지이므로

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{(가)} (2m - 2k) = (나)$$

(ii) $n = 2m + 1$ 인 경우
 $T_{2m+1} = (다)$

(i), (ii)에 의해 $\sum_{n=4}^{20} T_n = 614$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6) + h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 71 ② 74 ③ 77 ④ 80 ⑤ 83

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수 k 에 대하여 두 곡선

$y = \log_2 |kx|$ 와 $y = \log_2(x+4)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을

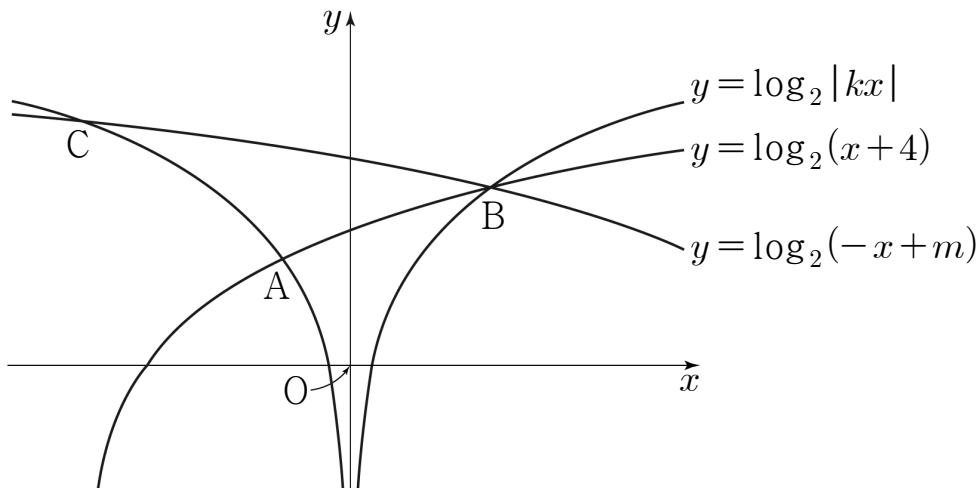
A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선 $y = \log_2(-x+m)$ 이

곡선 $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

세 점 A, B, C의 x 좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $x_1 < x_2$ 이고, m 은 실수이다.) [4점]



〈 보 기 〉

ㄱ. $x_2 = -2x_1$ 이면 $k=3$ 이다.

ㄴ. $x_2^2 = x_1x_3$

ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때,
 $m+k^2=19$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $f'(1) = 4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ 일 때,
 $30(\sin \theta + \cos \theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x = 3$ 에서 극솟값 2를 가질 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 첫째항이 $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5}$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 2 : \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 28π 일 때, 선분 CA의 길이를 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는 a_1 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, \quad g(x) = \int_2^x (t + a)f(t)dt$$

라 하자. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 어떤 점에서의 접선이 x 축이다.
 (나) 곡선 $y = |h(x)|$ 가 x 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. ${}_n\Pi_2 = 25$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 다항식 $(x + 2a)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 640일 때,
양수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 빨간색 볼펜 5자루와 파란색 볼펜 2자루를 4명의 학생에게
남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로
구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수
있다.) [3점]

- ① 560 ② 570 ③ 580 ④ 590 ⑤ 600

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로
나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 다음 조건을
만족시키는 N 의 개수는? [3점]

(가) N 은 홀수이다.
(나) $10000 < N < 30000$

- ① 720 ② 730 ③ 740 ④ 750 ⑤ 760

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

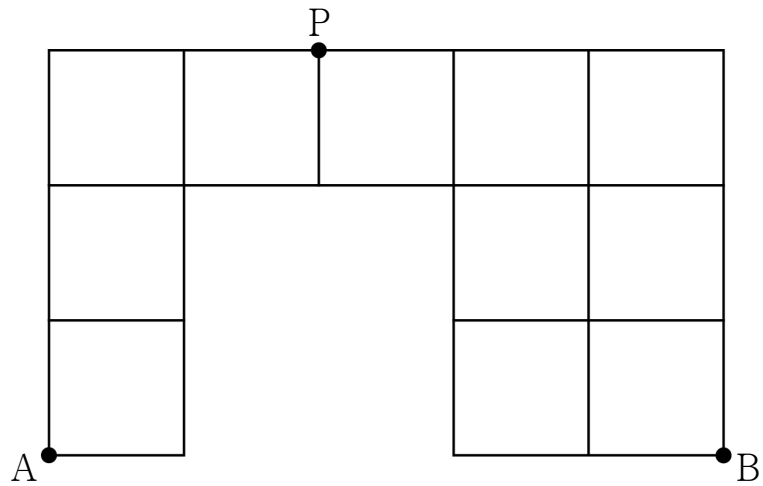
27. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sum_{k=1}^n {}_{2n+1}C_{2k}$ 일 때, $f(n) = 1023$ 을
만족시키는 n 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점으로 갈 때, 한 번 지난 도로는 다시 지나지 않으면서 최단거리로 가는 경우의 수는? [4점]

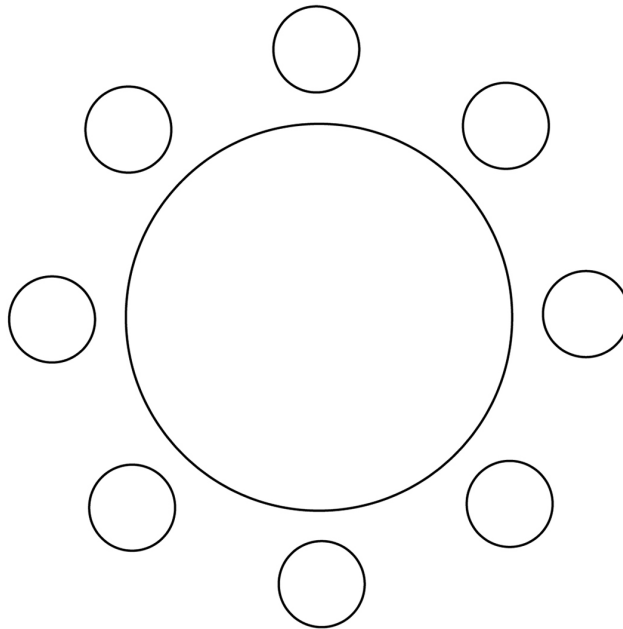


- ① 78 ② 82 ③ 86 ④ 90 ⑤ 94

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) A와 B는 이웃한다.
(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다.



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 다음 조건을 만족시키는 14 이하의 네 자연수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 34$
(나) x_1 과 x_3 은 홀수이고 x_2 와 x_4 는 짝수이다.

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 함수 $f(x) = \log_3 6x$ 에 대하여 $f'(9)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9 \ln 3}$ ② $\frac{1}{6 \ln 3}$ ③ $\frac{2}{9 \ln 3}$
 ④ $\frac{5}{18 \ln 3}$ ⑤ $\frac{1}{3 \ln 3}$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2 \right) = 5$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3na_n}{n^2 + 4}$ 의
 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

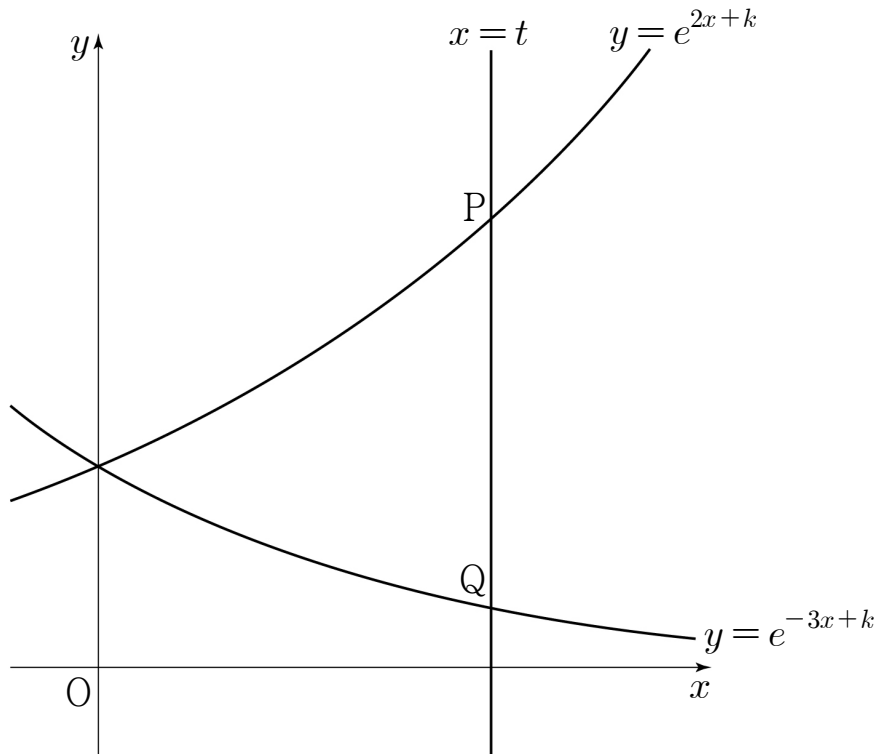
경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 좌표평면에서 양의 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가

두 곡선 $y = e^{2x+k}$, $y = e^{-3x+k}$ 과 만나는 점을 각각 P, Q라
할 때, $\overline{PQ} = t$ 를 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0+} e^{f(t)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

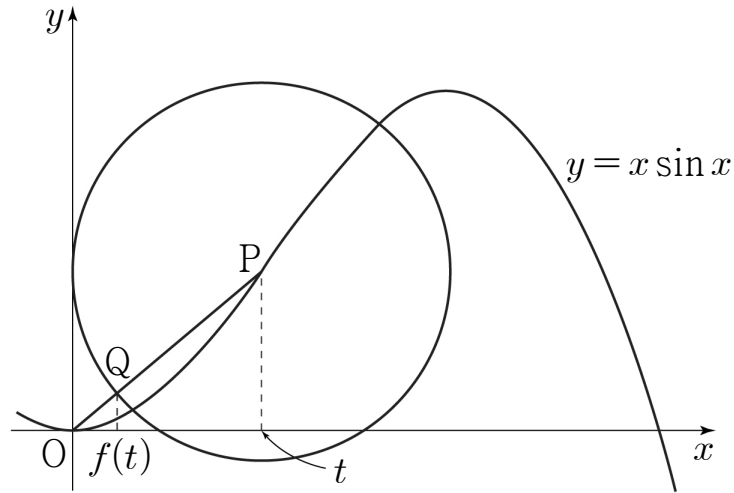


경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 곡선 $y = x \sin x$ 위의

점 $P(t, t \sin t)$ ($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 y 축에 접하는 원이
선분 OP 와 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 의 x 좌표를

$f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{f(t)}{t^3}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

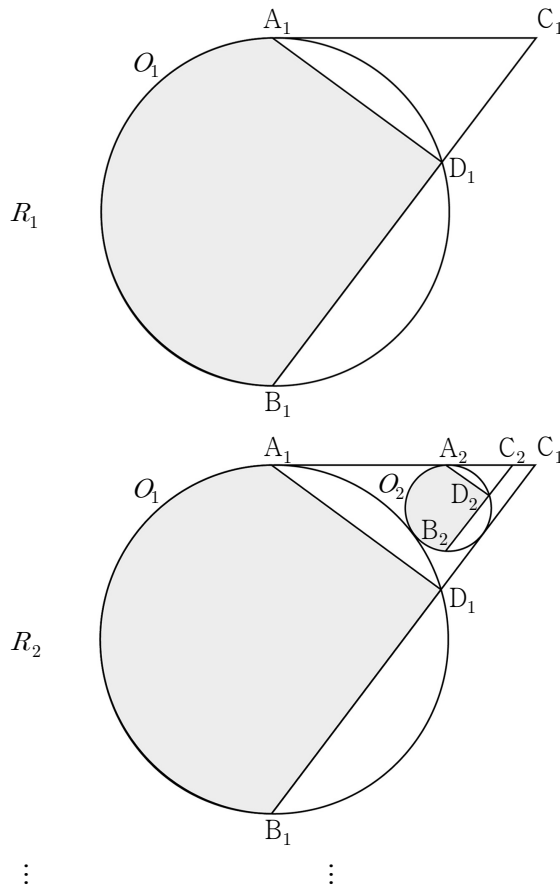
28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원 O_1 이

있다. 원 O_1 의 외부에 $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$, $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이

되도록 점 C_1 을 잡고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 을 그린다. 원 O_1 과 선분 B_1C_1 의 교점 중 B_1 이 아닌 점을 D_1 이라 하고, 점 D_1 을 포함하지 않는 호 A_1B_1 과 두 선분 A_1D_1 , B_1D_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 A_1D_1 과 두 선분 A_1C_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원 O_2 를 그리고 선분 A_1C_1 과 원 O_2 의 교점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 과 평행한 직선이 원 O_2 와 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2 , D_2 를 잡고, 점 D_2 를 포함하지 않는 호 A_2B_2 와 두 선분 A_2D_2 , B_2D_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

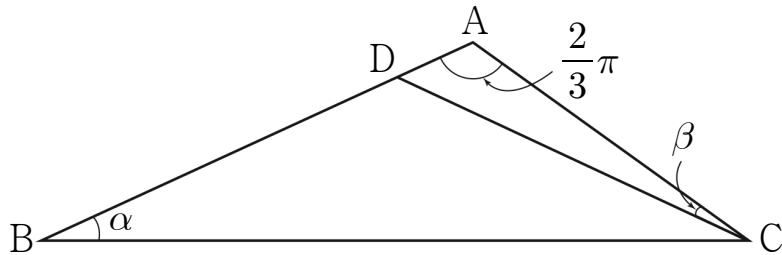
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$ ② $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$ ③ $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$
 ④ $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 이고 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle CBD = \alpha$, $\angle ACD = \beta$ 라 하자. $\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$ 일 때, $54\sqrt{3} \times \tan \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + bx^{2n-1} + x}{x^{2n} + 2} \quad (a, b \text{는 양의 상수})$$

라 하자. 자연수 m 에 대하여 방정식 $f(x) = 2(x-1) + m$ 의 실근의 개수를 c_m 이라 할 때, $c_k = 5$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$$k + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m - 1) \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 가 서로 평행하지 않을 때, $(2\vec{a} - m\vec{b}) - (n\vec{a} - 4\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$ 를 만족시키는 두 상수 m , n 의 합 $m + n$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 $(4, 7)$ 에서의 접선의 x 절편은?

[3점]

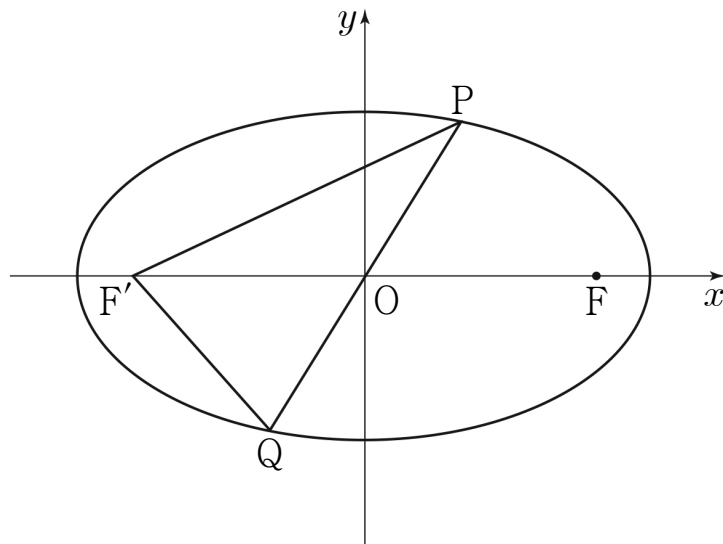
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 좌표평면 위에 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다.

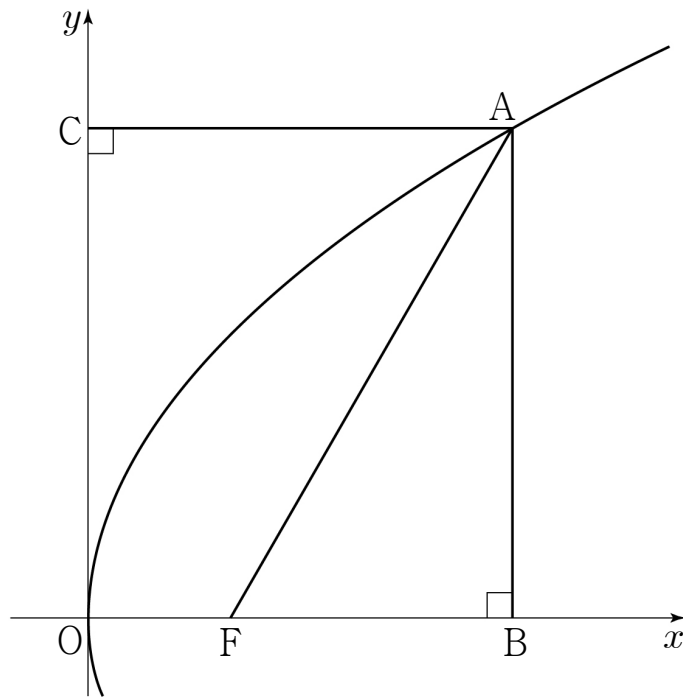
타원 위의 두 점 P, Q 에 대하여 직선 PQ 가 원점 O 를 지나고
삼각형 $PF'Q$ 의 둘레의 길이가 20일 때, 선분 OP 의 길이는?
(단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 A 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 B , C 라 하자. $\overline{FA} = 8$ 이고 사각형 $OFAC$ 의 넓이와 삼각형 FBA 의 넓이의 비가 $2:1$ 일 때, 삼각형 ACF 의 넓이는? (단, 점 A 는 제1사분면 위의 점이고, 점 A 의 x 좌표는 p 보다 크다.) [3점]



- ① $\frac{27}{2}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ 18 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ 24

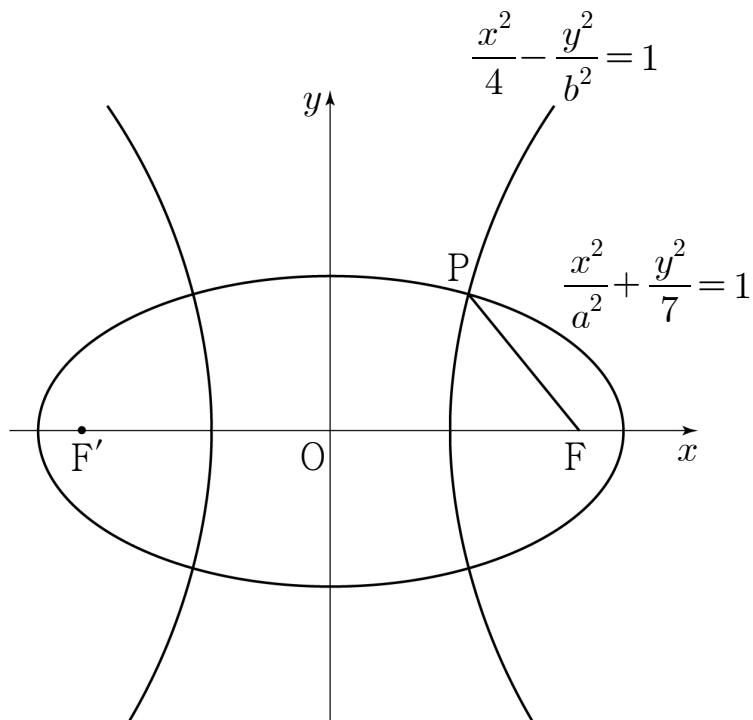
경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{7} = 1$ 과 두 점 F, F' 을 초점으로 하는

쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하자.

$\overline{PF} = 3$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]



① 31

② 33

③ 35

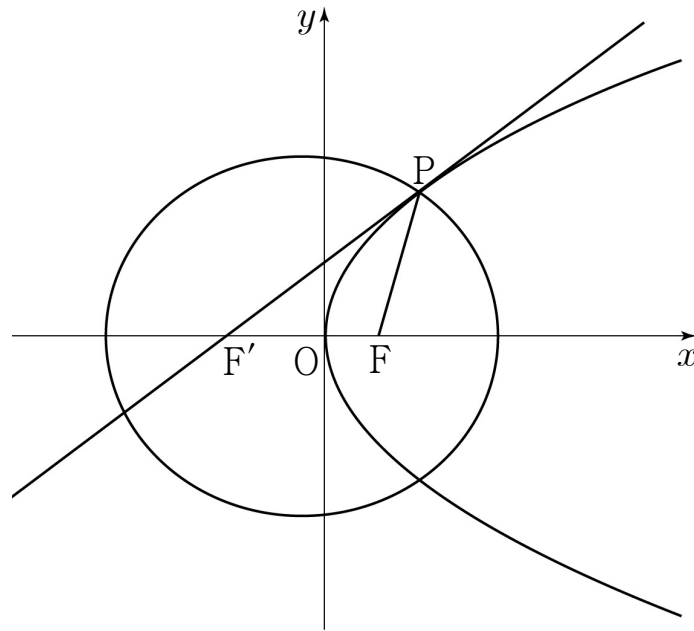
④ 37

⑤ 39

경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

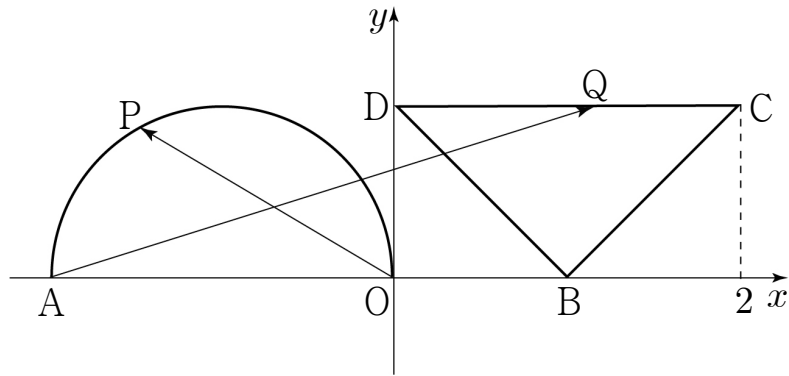
28. 좌표평면에서 두 점 $F\left(\frac{9}{4}, 0\right)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원과 포물선 $y^2 = 9x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\overline{PF} = \frac{25}{4}$ 이고 포물선 $y^2 = 9x$ 위의 점 P에서의 접선이 점 F' 을 지날 때, 타원의 단축의 길이는? [4점]

- ① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 좌표평면 위에 네 점 $A(-2, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$, $D(0, 1)$ 이 있다. 반원의 호 $(x+1)^2 + y^2 = 1 (0 \leq y \leq 1)$ 위를 움직이는 점 P 와 삼각형 BCD 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M^2 + m^2 = p + 2\sqrt{q}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



경기도교육청 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

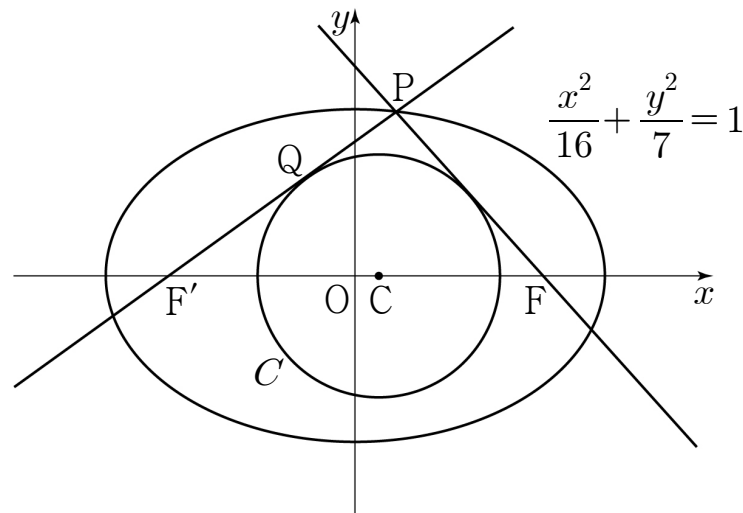
타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 과 직선 $F'P$ 에

동시에 접하고 중심이 선분 $F'F$ 위에 있는 원 C 가 있다.

원 C 의 중심을 C , 직선 $F'P$ 가 원 C 와 만나는 점을 Q 라 할 때,

$2\overline{PQ} = \overline{PF}$ 이다. $24 \times \overline{CP}$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 부등식 $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 인 다항함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = 1$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $-\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

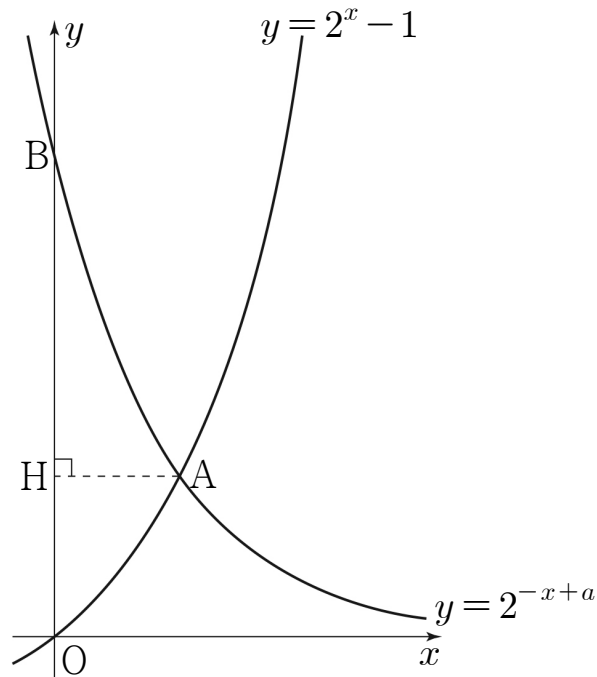
$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{-x+a}$, $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A, 곡선 $y = 2^{-x+a}$ 이 y 축과 만나는 점을 B라 하자.
점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.
상수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가
$$v(t) = 3(t-2)(t-a) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=0$ 에서의 위치는 0이고,
 $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.
 $v(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. 자연수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\sin kx = \frac{1}{3}$$

의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의
합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 15$$

이다.

(나) $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$$

일 때, a_5 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 정수 k 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

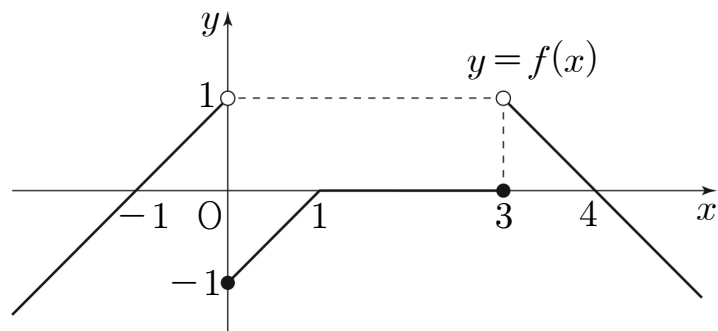
〈 보 기 〉

ㄱ. $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

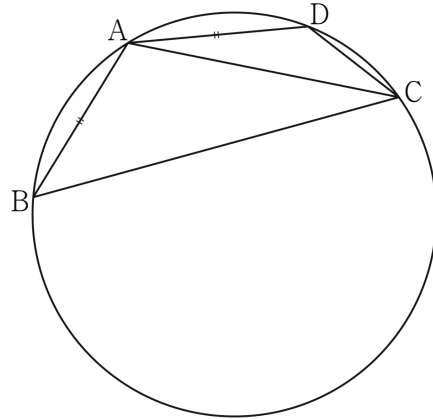
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

$\overline{AB} = \overline{AD} = k$ 라 할 때

두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.

이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이는

두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$\overline{BD} : R = \boxed{\text{(다)}} : 1$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를

각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② 15 ③ $\frac{35}{2}$ ④ 20 ⑤ $\frac{45}{2}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다. $F(0) = 30$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0)$, $(0, 2t)$,

$(-t, 0)$, $(0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t = \alpha$, $t = 8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. ${}_n\text{H}_2 = {}_9\text{C}_2$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 다항식 $(x+2)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x^3 의 계수가 같을 때, n 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여
다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [3점]

집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $x \times f(x) \leq 10$ 이다.

- ① 102 ② 105 ③ 108 ④ 111 ⑤ 114

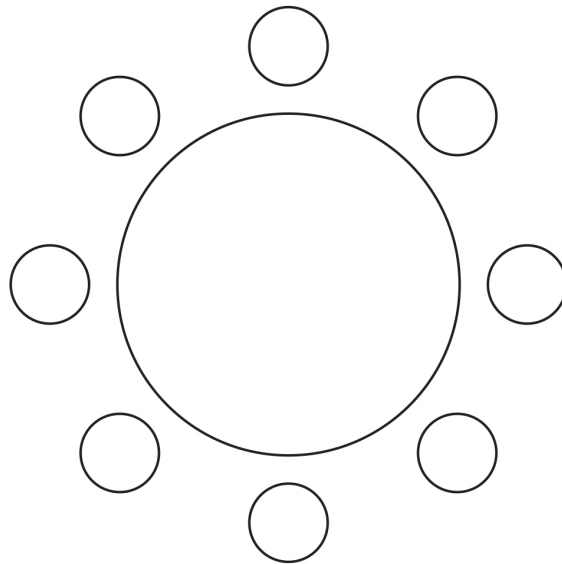
경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 학생 A를 포함한 4명의 1학년 학생과 학생 B를 포함한 4명의 2학년 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

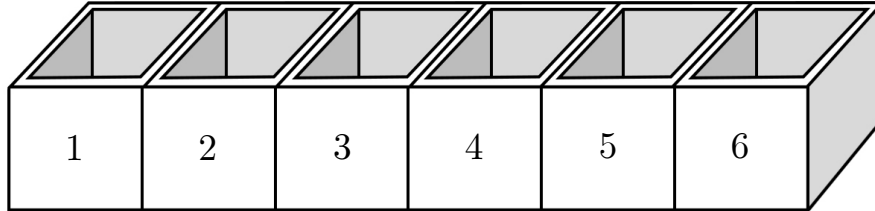
- (가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.
(나) A와 B는 이웃한다.

- ① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 그림과 같이 A, B, B, C, D, D의 문자가 각각 하나씩 적힌
6개의 공과 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌
6개의 빈 상자가 있다.



각 상자에 한 개의 공만 들어가도록 6개의 공을 나누어 넣을 때,
다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌
공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- (가) 숫자 1이 적힌 상자에 넣는 공은 문자 A 또는 문자 B가
적힌 공이다.
(나) 문자 B가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수 중 적어도
하나는 문자 C가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수보다 작다.

- ① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 100

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

- (가) $a + b + c + d + e = 10$
 (나) $|a - b + c - d + e| \leq 2$

- ① 359 ② 363 ③ 367 ④ 371 ⑤ 375

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 5개를 선택한 후 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 숫자 0과 1을 각각 1개 이상씩 선택하여 만들 수 있는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 는 짝수이다.
 (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. 함수 $f(x) = (x + a)e^x$ 에 대하여 $f'(2) = 8e^2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. $\sec \theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$ 일 때, $\sin^2 \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x^2 + 3x) - \ln 3x}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n} + 1}$$

에 대하여 $f(k) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

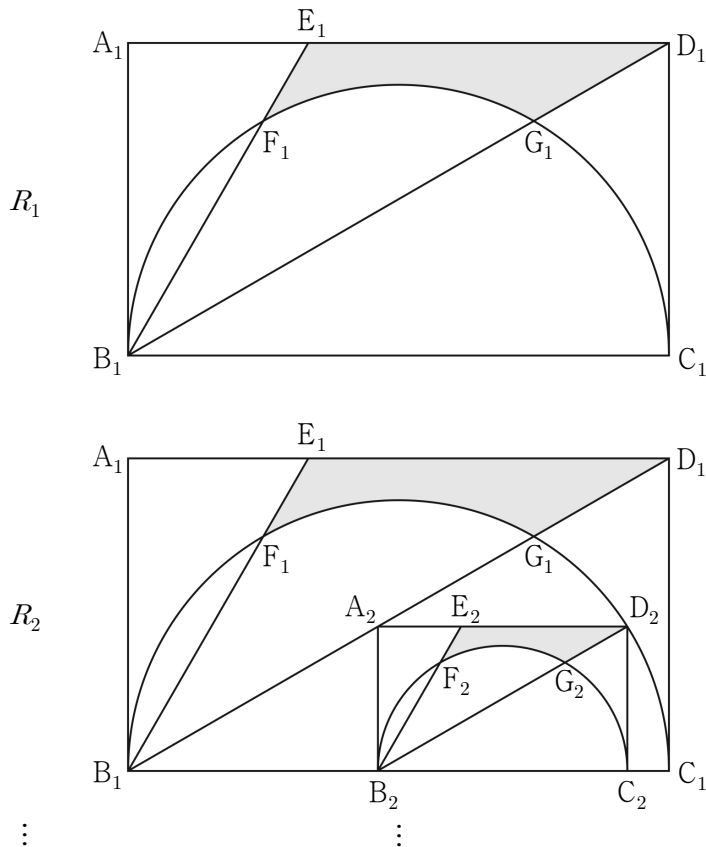
27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 - 2nx - 2n$ 이 직선 $y = x + 1$ 과 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 선분 P_nQ_n 을 대각선으로

하는 정사각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{30}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 1:2로 내분하는 점을 E_1 이라 하고 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원의 호 B_1C_1 이 두 선분 B_1E_1 , B_1D_1 과 만나는 점 중 점 B_1 이 아닌 점을 각각 F_1 , G_1 이라 하자. 세 선분 F_1E_1 , E_1D_1 , D_1G_1 과 호 F_1G_1 로 둘러싸인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 호 G_1C_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{169}{864}(8\sqrt{3}-3\pi)$ ② $\frac{169}{798}(8\sqrt{3}-3\pi)$
 ③ $\frac{169}{720}(8\sqrt{3}-3\pi)$ ④ $\frac{169}{864}(16\sqrt{3}-3\pi)$
 ⑤ $\frac{169}{798}(16\sqrt{3}-3\pi)$

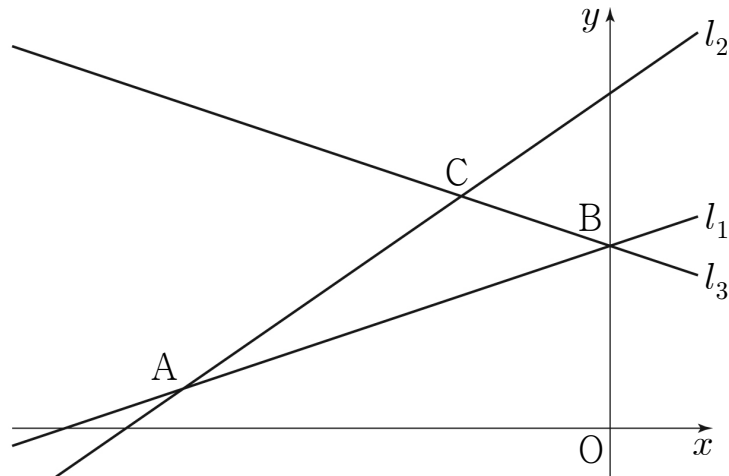
경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 제2사분면에 있는 점 A를 지나고
기울기가 각각 m_1 , m_2 ($0 < m_1 < m_2 < 1$)인 두 직선을 l_1 , l_2 라
하고, 직선 l_1 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_3 이라 하자.
직선 l_3 이 두 직선 l_1 , l_2 와 만나는 점을 각각 B, C라 하면
삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 9$

(나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ 이다.

$78 \times m_1 \times m_2$ 의 값을 구하시오. [4점]



경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 함수 $f(x) = a \cos x + x \sin x + b$ 와

$-\pi < \alpha < 0 < \beta < \pi$ 인 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$

(나) $\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\beta - \alpha} + \frac{1}{\beta} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = c$ 일 때, $f\left(\frac{\beta - \alpha}{3}\right) + c = p + q\pi$ 이다.

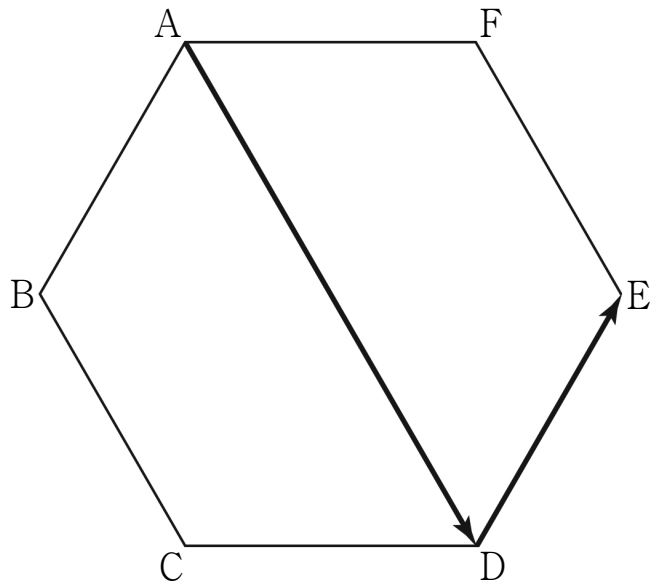
두 유리수 p, q 에 대하여 $120 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이고, $a < 1$ 이다.) [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서

$|\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DE}|$ 의 값은? [2점]



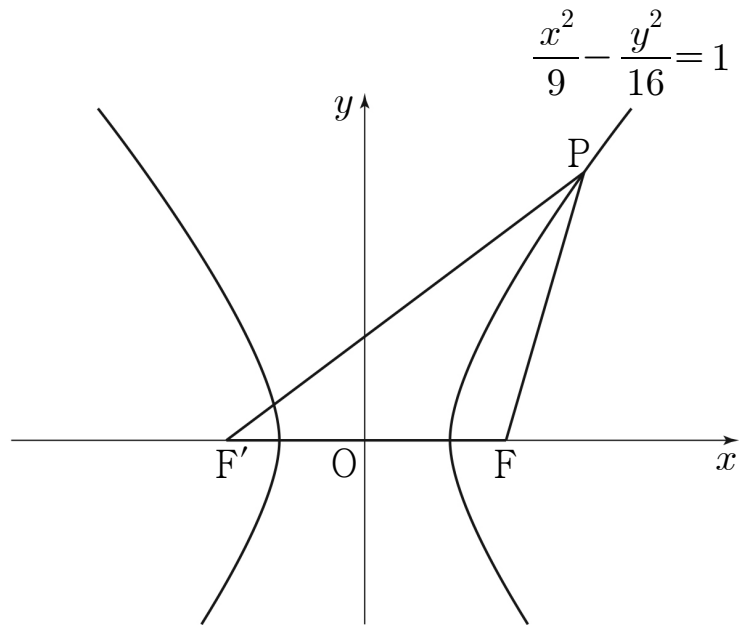
- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에

있는 점 P 에 대하여 $\overline{FP} = \overline{FF'}$ 일 때, 삼각형 $PF'F$ 의
둘레의 길이는? [3점]



① 35

② 36

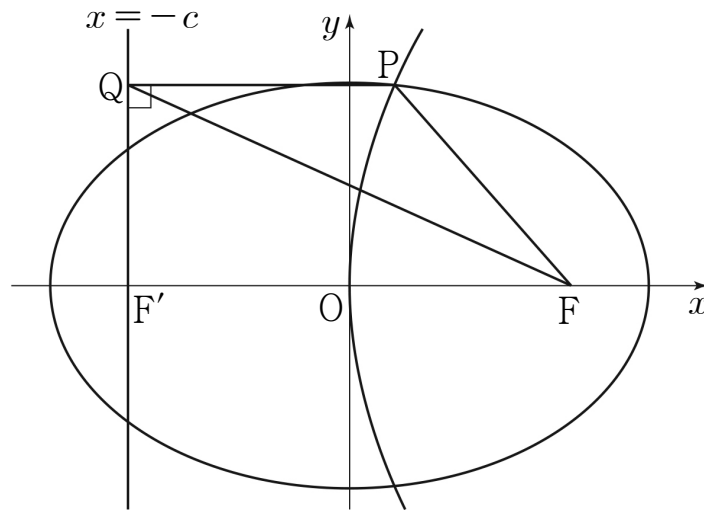
③ 37

④ 38

⑤ 39

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원과 꼭짓점이 원점 O 이고 점 F 를 초점으로 하는 포물선이 있다. 타원과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하고, 점 P 에서 직선 $x = -c$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. $\overline{FP} = 8$ 이고 삼각형 FPQ 의 넓이가 24일 때, 타원의 장축의 길이는? [3점]



- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. y 축 위의 점 A 에서 타원 $C: \frac{x^2}{8} + y^2 = 1$ 에 그은 두 접선을 l_1, l_2 라 하고, 두 직선 l_1, l_2 가 타원 C 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직일 때, 선분 PQ 의 길이는? (단, 점 A 의 y 좌표는 1보다 크다.) [3점]

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 의 꼭짓점 중 x 좌표가 양수인 점을 A라

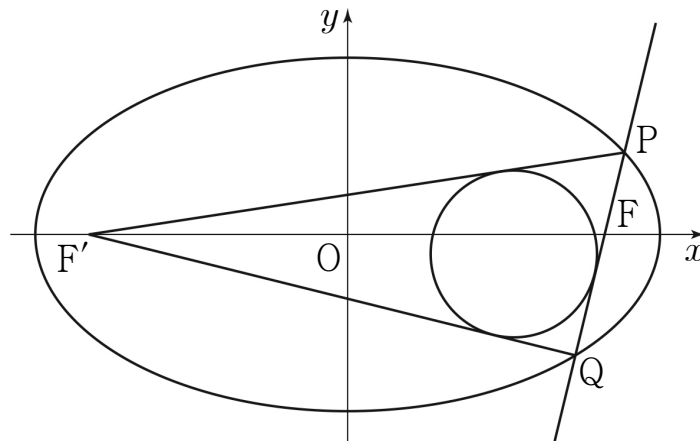
하자. 이 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}| = k$ 를
만족시키는 점 P의 개수가 3일 때, 상수 k 의 값은?
(단, O는 원점이다.) [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하는
타원이 있다. 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여
직선 PF가 타원과 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 Q라 하자.
 $\overline{OQ} = \overline{OF}$, $\overline{FQ} : \overline{F'Q} = 1 : 4$ 이고 삼각형 $PF'Q$ 의 내접원의
반지름의 길이가 2일 때, 양수 c 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4점]



- ① $\frac{17}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{17}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$
④ $\frac{51}{8}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{17}}{5}$

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)에 대하여 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 직선 $x = -p$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q를 지나고 직선 $x = -p$ 에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 사각형 PQRF의 둘레의 길이가 140이

되도록 하는 상수 p 의 값을 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위의 점 중

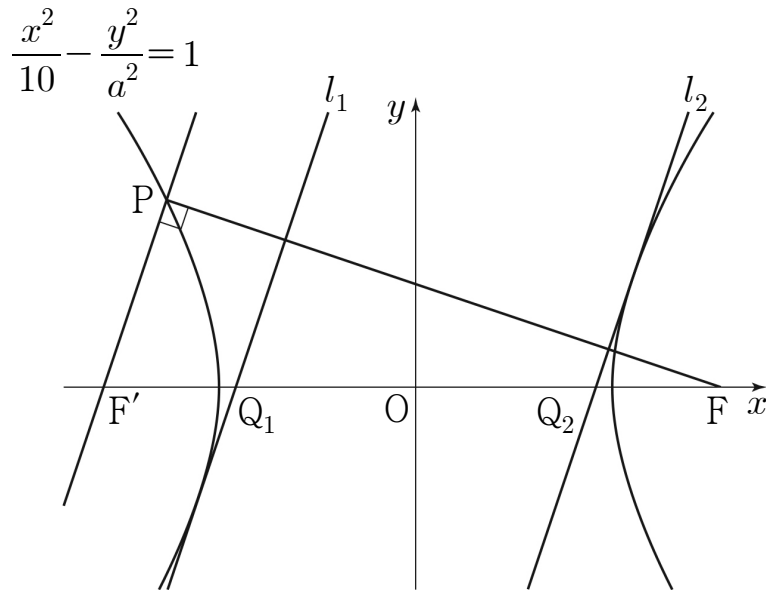
제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 삼각형 $F'FP$ 는 넓이가 15이고

$\angle F'PF = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다. 직선 PF' 과 평행하고 쌍곡선에

접하는 두 직선을 각각 l_1 , l_2 라 하자. 두 직선 l_1 , l_2 가 x 축과

만나는 점을 각각 Q_1 , Q_2 라 할 때, $\overline{Q_1Q_2} = \frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, a 는 양수이다.) [4점]



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

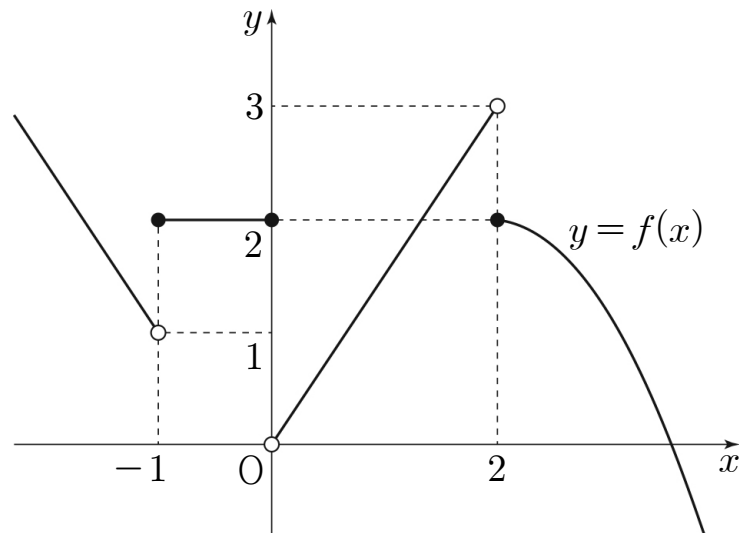
2. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $\frac{a_5}{a_3} = 4$ 일 때,

a_4 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x + a$ 의 극솟값이 2일 때, 상수 a 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 0이 아닌 모든 실수 h 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 1에서 $1+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이 $h^2 + 2h + 3$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a) + b$ 가 닫힌구간 $[2, 5]$ 에서 최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다. $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

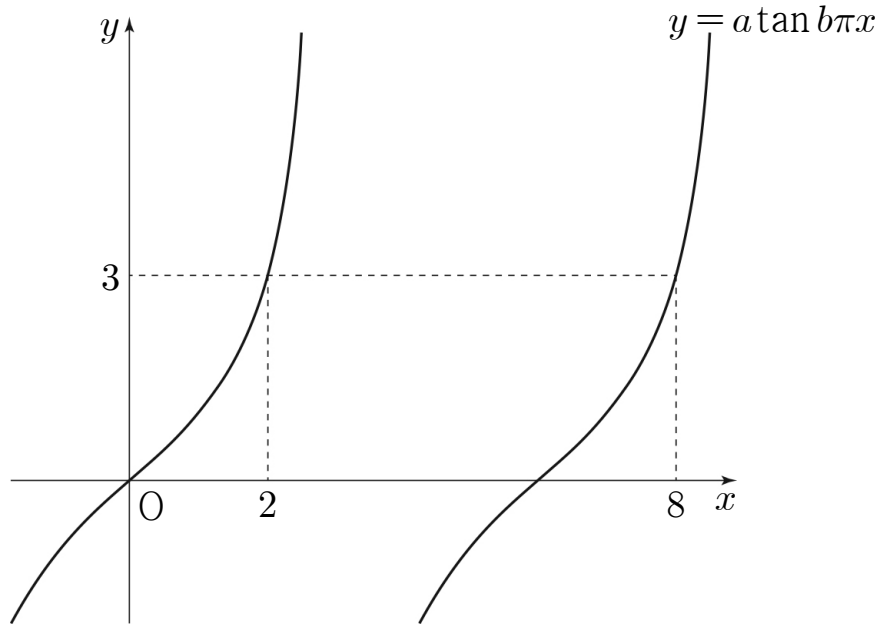
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 3x - 1$ 이다. 함수 $g(x) = (x+2)f(x)$ 에 대하여 $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 그림과 같이 함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가
두 점 $(2, 3)$, $(8, 3)$ 을 지날 때, $a^2 \times b$ 의 값은?
(단, a, b 는 양수이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번

10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 1$ 과
 곡선 $y = \log_a(x + 1)$ 이 원점 O 를 포함한 서로 다른 두 점에서
 만난다. 이 두 점 중 O 가 아닌 점을 P 라 하고, 점 P 에서 x 축에
 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 OHP 의 넓이가 2일 때,
 a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

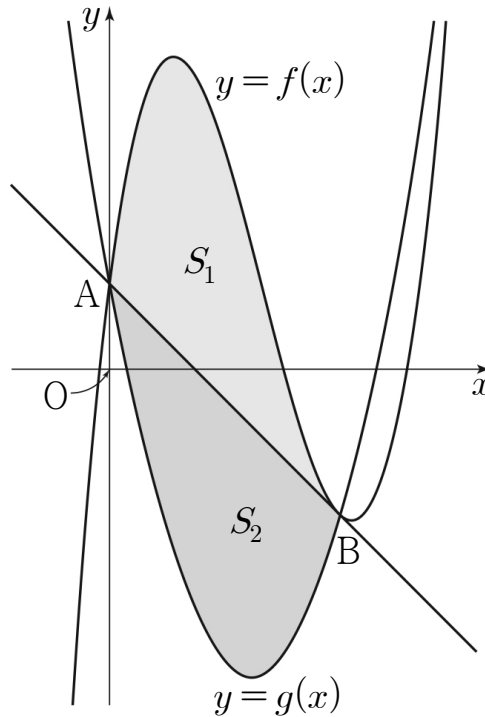
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번

11. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin^2 x - 3\cos x = k$ 의 서로 다른
 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을 α 라 할 때,
 $k \times \alpha$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{2}\pi$ ② 4π ③ $\frac{9}{2}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{11}{2}\pi$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번

12. 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$ 의 그래프와
 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가
 점 $A(0, 1)$, 점 $B(k, f(k))$ 에서 만나고, 곡선 $y = f(x)$ 위의
 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다.
 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 ,
 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자.
 $S_1 = S_2$ 일 때, $\int_0^k g(x)dx$ 의 값은? (단, k 는 양수이다.) [4점]



- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

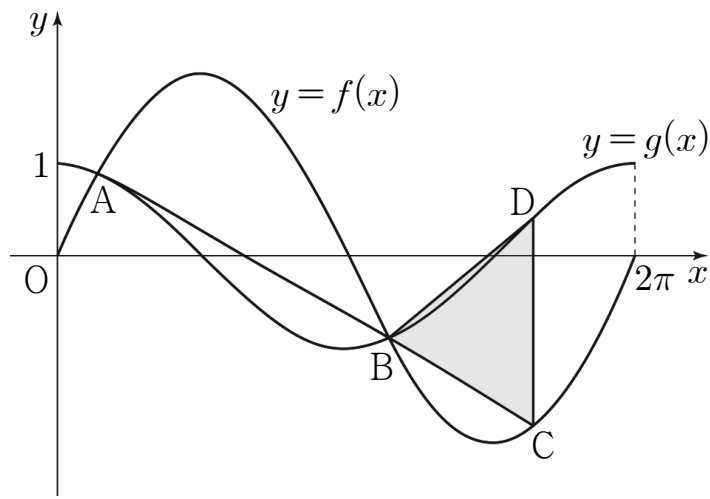
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번

13. 그림과 같이 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$f(x)=k\sin x$, $g(x)=\cos x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와
곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는
곡선 $y=f(x)$ 위에 있다. 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이
곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는?
(단, k 는 양수이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)

[4점]



① $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$

② $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$

③ $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$

④ $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번

14. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 3t^2x$$

라 할 때, 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 두 함수 $f(x)$, $|f(x)|$ 의
최댓값을 각각 $M_1(t)$, $M_2(t)$ 라 하자. 함수

$$g(t) = M_1(t) + M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $g(2) = 32$

ㄴ. $g(t) = 2f(-t)$ 를 만족시키는 t 의 최댓값과 최솟값의 합은
3이다.

ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g\left(\frac{1}{2} + h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g\left(\frac{1}{2} + h\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} = 5$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

a_1 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_5 + a_6 = 1$

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번

17. 함수 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5, f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = \frac{3}{2}t^4 - 8t^3 + 15t^2 - 12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를
구하시오. [3점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번

20. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

S_n 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [4점]

(가) S_n 은 $n = 7, n = 8$ 에서 최솟값을 갖는다.

(나) $|S_m| = |S_{2m}| = 162$ 인 자연수 $m(m > 8)$ 이 존재한다.

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번

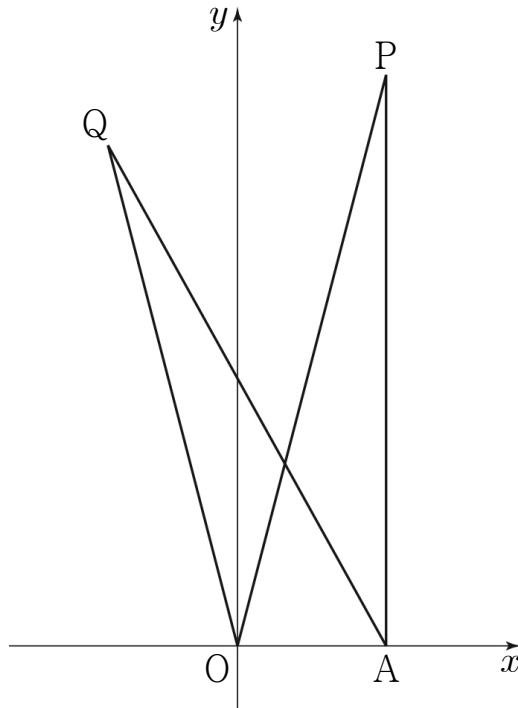
21. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 과 y 좌표가 양수인 서로 다른 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2\sqrt{15}$ 이고 $\overline{OP} > \overline{OQ}$ 이다.

(나) $\cos(\angle OPA) = \cos(\angle OQA) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

사각형 $OAPQ$ 의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{15}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번

22. 두 상수 $a, b(b \neq 1)$ 과 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고,
도함수 $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) $|x| < 2$ 일 때, $g(x) = \int_0^x (-t + a)dt$ 이고

$|x| \geq 2$ 일 때, $|g'(x)| = f(x)$ 이다.

(다) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1, x = b$ 에서 극값을 갖는다.

$g(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합이 $p + q\sqrt{3}$ 일 때,
 $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. ${}_3\Pi_2 + {}_2H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$n(A \cup B) = 5, A \cap B = \emptyset$$

을 만족시키는 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

[3점]

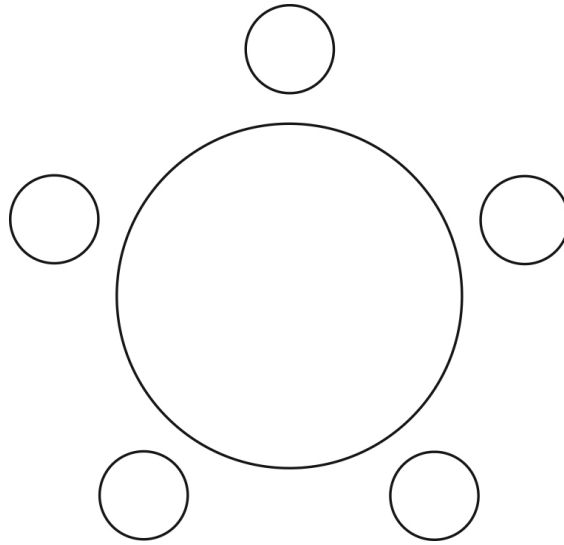
- ① 168 ② 174 ③ 180 ④ 186 ⑤ 192

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생 중에서 A, B, C를 포함하여 5명을 선택하고, 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

- ① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 방정식 $3x + y + z + w = 11$ 을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [3점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

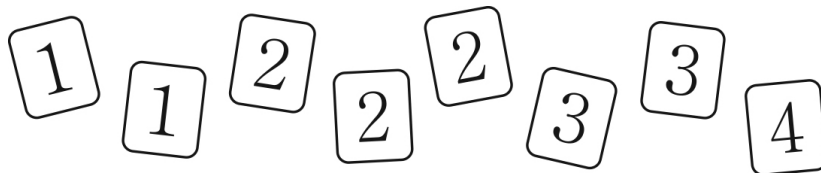
27. 양수 a 에 대하여 $\left(ax - \frac{2}{ax}\right)^7$ 의 전개식에서 각 항의 계수의
총합이 1일 때, $\frac{1}{x}$ 의 계수는? [3점]

- ① 70 ② 140 ③ 210 ④ 280 ⑤ 350

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가
있다. 이 8장의 카드 중에서 7장을 택하여 이 7장의 카드 모두를
일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱
모두가 짝수가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가
적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- ① 264 ② 268 ③ 272 ④ 276 ⑤ 280



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 두 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의
함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(4) = f(1) + f(2) + f(3)$
(나) $2f(4) = f(5) + f(6) + f(7) + f(8)$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 각각 5개 이하씩 모두 7개를 택해 다음 조건을 만족시키는 7자리의 문자열을 만들려고 한다.

(가) 한 문자가 연달아 3개 이어지고 그 문자는 a 뿐이다.
 (나) 어느 한 문자도 연달아 4개 이상 이어지지 않는다.

예를 들어, $baaacca, ccbbaaa$ 는 조건을 만족시키는 문자열이고 $aabbcca, aaabccc, ccbaaaa$ 는 조건을 만족시키지 않는 문자열이다. 만들 수 있는 모든 문자열의 개수를 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - \sqrt{4n^2 + 1})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 함수 $f(x) = e^x(2 \sin x + \cos x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2^{n+1}}{2^n + 1} \right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \times a_n + 5 \times 2^{n+1}}{2^n + 3}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 두 함수 $f(x)=a^x$, $g(x)=2\log_b x$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x)-g(x)}{x-e}=0$$

일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 1보다 큰 상수이다.) [3점]

① $e^{\frac{1}{e}}$

② $e^{\frac{2}{e}}$

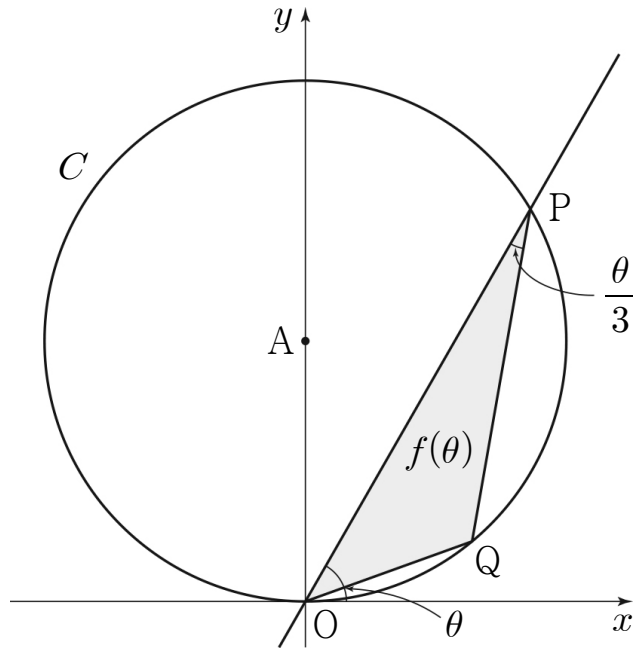
③ $e^{\frac{3}{e}}$

④ $e^{\frac{4}{e}}$

⑤ $e^{\frac{5}{e}}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 그림과 같이 좌표평면 위에 점 $A(0, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원점 O 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ 인 직선이 원 C 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 P 라 하고, 호 OP 위에 점 Q 를 $\angle OPQ = \frac{\theta}{3}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 POQ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, 점 Q 는 제1사분면 위의 점이고, $0 < \theta < \pi$ 이다.) [3점]



- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=\sqrt{3}$, $\overline{C_1D_1}=1$ 이고

$\angle C_1B_1A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 세 점 A , B_1 , D_1 을

지나는 원이 선분 B_1C_1 과 만나는 점 중 B_1 이 아닌 점을 E_1 이라

할 때, 두 선분 C_1D_1 , C_1E_1 과 호 E_1D_1 로 둘러싸인 부분과

선분 B_1E_1 과 호 B_1E_1 로 둘러싸인 부분인 $\cap$ 모양의 도형에
 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 호 E_1D_1 위의 점 C_2 ,

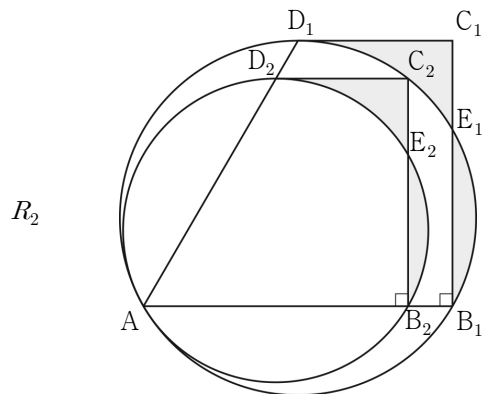
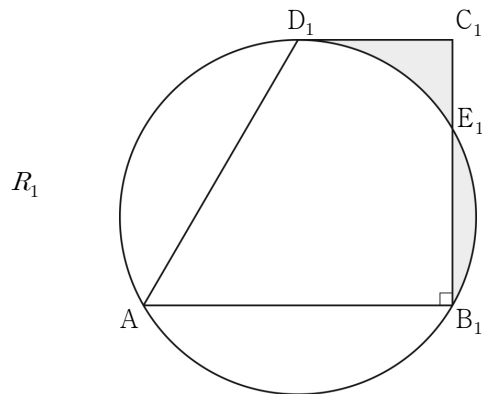
선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{B_2C_2}:\overline{C_2D_2}=\sqrt{3}:1$ 이고 $\angle C_2B_2A = \frac{\pi}{2}$ 인 사다리꼴

$AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 점 E_2 를

잡고, 사다리꼴 $AB_2C_2D_2$ 에 $\cap$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여
 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는
 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



$\vdots$

$\vdots$

① $\frac{49}{144} \sqrt{3}$

② $\frac{49}{122} \sqrt{3}$

③ $\frac{49}{100} \sqrt{3}$

④ $\frac{49}{78} \sqrt{3}$

⑤ $\frac{7}{8} \sqrt{3}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

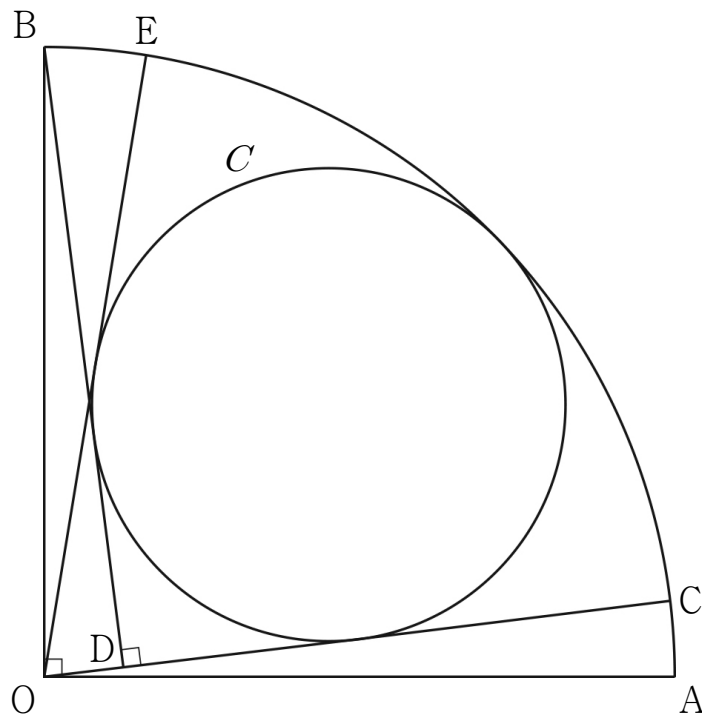
29. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가

$\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 B에서

선분 OC에 내린 수선의 발을 D라 하고, 두 선분 BD, CD와 호 BC에 동시에 접하는 원을 C 라 하자. 점 O에서 원 C 에 그은 접선 중 점 C를 지나지 않는 직선이 호 AB와 만나는 점을

E라 할 때, $\cos(\angle COE) = \frac{7}{25}$ 이다.

$\sin(\angle AOE) = p + q\sqrt{7}$ 일 때, $200 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 유리수이고, 점 C는 점 B가 아니다.) [4점]



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = -\frac{1}{2}f(x)$ 이다.

$x > 0$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$$

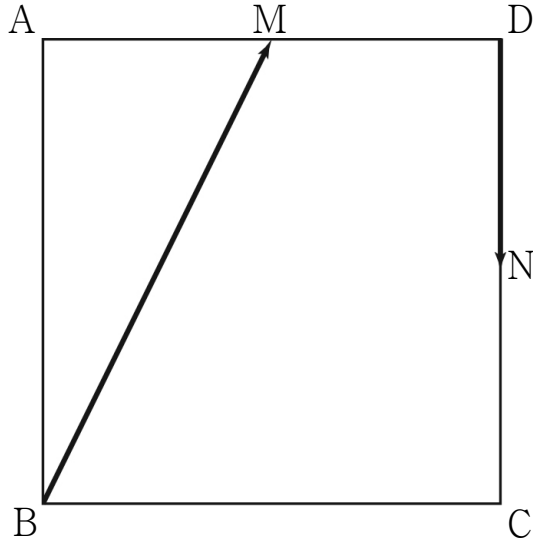
라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \{g(n+t) - g(n-t)\} + 2g(n) = \frac{\ln 2}{2^{24}}$$

를 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

- 23.** 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서
두 선분 AD, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때,
 $|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DN}|$ 의 값은? [2점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

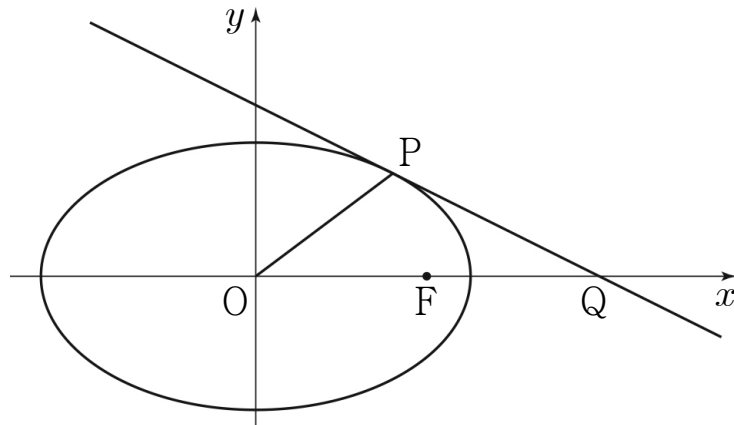
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

- 24.** 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{2}x$ 일 때,
이 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F 라 하고, 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{OF} = \overline{FQ}$ 일 때, 삼각형 POQ 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 두 초점이 $F(3\sqrt{3}, 0)$, $F'(-3\sqrt{3}, 0)$ 인 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PF' 이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 삼각형 PQF 가 정삼각형일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

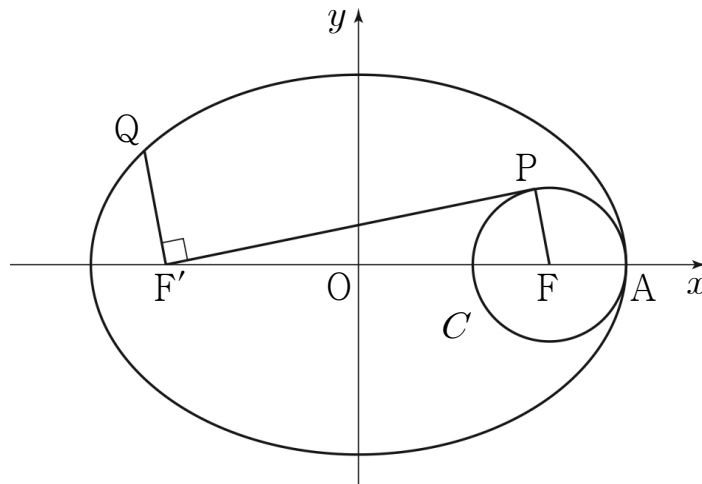
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 그림과 같이 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 점 F 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의 점 중 y 좌표가 양수인 점 P 와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PF' 은 원 C 에 접한다.
 (나) 두 직선 PF' , QF' 은 서로 수직이다.

$\overline{QF'} = \frac{3}{2}\overline{PF}$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단, $\overline{AF} < \overline{FF'}$)

[3점]



- ① $\frac{25}{2}$ ② 13 ③ $\frac{27}{2}$ ④ 14 ⑤ $\frac{29}{2}$

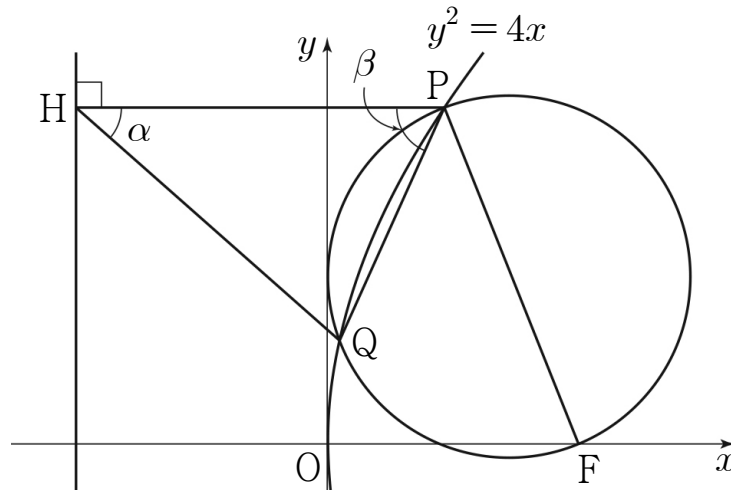
경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 초점이 F인 포물선 $C: y^2 = 4x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 있다. 선분 PF를 지름으로 하는 원을 O 라 할 때, 원 O 는 포물선 C 와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O 가 포물선 C 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q, 점 P에서 포물선 C 의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle QHP = \alpha$, $\angle HPQ = \beta$ 라 할 때, $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = 3$ 이다.

$\frac{\overline{QH}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{102}}{7}$
 ④ $\frac{\sqrt{105}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

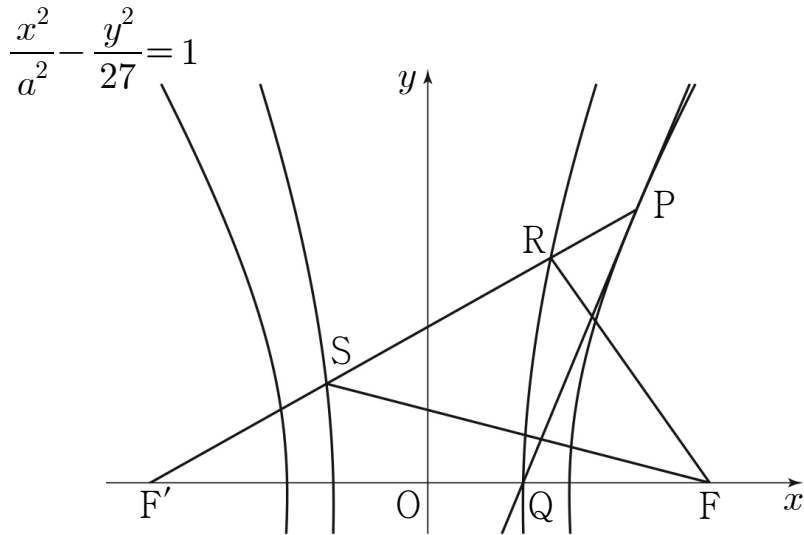
쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 위의 점 $P\left(\frac{9}{2}, k\right)$ ($k > 0$)에서의 접선이

x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 F , F' 을 초점으로 하고

점 Q 를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분 PF' 과 만나는 두 점을

R , S 라 하자. $\overline{RS} + \overline{SF} = \overline{RF} + 8$ 일 때, $4 \times (a^2 + k^2)$ 의 값을

구하시오. (단, a 는 양수이고, 점 R 의 x 좌표는 점 S 의 x 좌표보다 크다.) [4점]

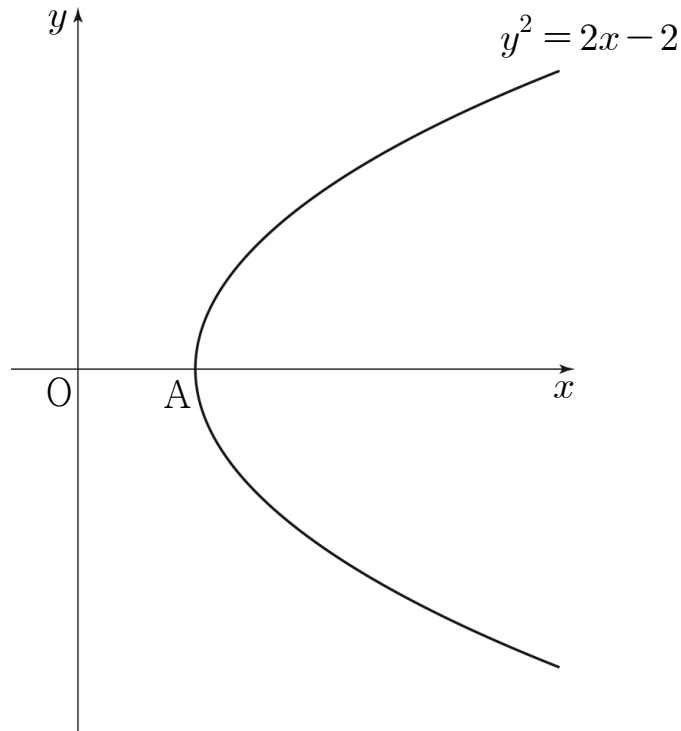


경기도교육청 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번

30. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을 A라 하자.
이 포물선 위를 움직이는 점 P와 양의 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 C 라 하자.
도형 C 가 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록
하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]



정답 · 2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ② 2번 ① 3번 ⑤ 4번 ④ 5번 ③ 6번 ④

7번 ⑤ 8번 ① 9번 ② 10번 ③ 11번 ③ 12번 ④

13번 ② 14번 ⑤ 15번 ③ 16번 2 17번 40 18번 8

19번 16 20번 7 21번 5 22번 251

확률과 통계

23번 ⑤ 24번 ② 25번 ① 26번 ④ 27번 ③ 28번 ⑤

29번 288 30번 206

미적분

23번 ⑤ 24번 ① 25번 ④ 26번 ② 27번 ③ 28번 ③

29번 18 30번 13

기하

23번 ① 24번 ③ 25번 ② 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ⑤

29번 115 30번 63

정답 · 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ④ 2번 ⑤ 3번 ① 4번 ⑤ 5번 ① 6번 ①

7번 ④ 8번 ② 9번 ③ 10번 ② 11번 ③ 12번 ③

13번 ⑤ 14번 ④ 15번 ⑤ 16번 8 17번 32 18번 9

19번 11 20번 240 21번 170 22번 30

확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ④

29번 115 30번 720

미적분

23번 ⑤ 24번 ① 25번 ③ 26번 ④ 27번 ② 28번 ②

29번 18 30번 135

기하

23번 ③ 24번 ② 25번 ① 26번 ⑤ 27번 ④ 28번 ③

29번 21 30번 13

정답 · 2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ② 2번 ④ 3번 ⑤ 4번 ① 5번 ⑤ 6번 ④

7번 ① 8번 ③ 9번 ① 10번 ② 11번 ② 12번 ②

13번 ③ 14번 ③ 15번 ④ 16번 5 17번 3 18번 8

19번 6 20번 30 21번 22 22번 32

확률과 통계

23번 ① 24번 ⑤ 25번 ③ 26번 ② 27번 ④ 28번 ①

29번 523 30번 188

미적분

23번 ② 24번 ① 25번 ④ 26번 ③ 27번 ③ 28번 ④

29번 79 30번 107

기하

23번 ③ 24번 ⑤ 25번 ⑤ 26번 ① 27번 ④ 28번 ④

29번 171 30번 24

풀이를 확인해요

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

제곱근을 지수로 바꾸면 $\sqrt{3^{\sqrt{2}}}=3^{\sqrt{2}/2}$ 예요.

이 값을 다시 $\sqrt{2}$ 제곱하면 지수는 $(\sqrt{2}/2) \times \sqrt{2}=1$ 이 돼요. 따라서 값은 3이고, 두 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 등차수열

등차수열에서 a_5 와 a_2 의 항 번호 차이는 3이에요.

공차가 2이므로 $a_5 - a_2 = (5-2) \times 2 = 6$ 이에요. 첫 번째 선택지를 골라요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 지수함수

밑 $1/3$ 은 0과 1 사이이므로 $(1/3)^{x-2}$ 는 x 가 커질수록 작아져요.

닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 최댓값은 왼쪽 끝 $x=0$ 에서 나와요. $f(0)=(1/3)^{-2}+1=9+1=10$ 이므로 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 함수의 극한

x 가 1보다 작은 쪽에서 1로 가까워지면 그래프의 높이는 3에 가까워져요. 따라서 왼쪽 극한은 3이에요.

x 가 2보다 큰 쪽에서 2로 가까워질 때는 높이 1인 수평선을 따라가므로 오른쪽 극한은 1이에요. 두 값을 더하면 4이고, 네 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 다항함수의 미분과 적분

$f'(x)=2x+4$ 이므로 $f(x)=x^2+4x+C$ 로 놓아요.

$f(-1)=C-3$, $f(1)=C+5$ 이므로 두 값의 합이 0이라는 조건에서 $2C+2=0$, $C=-1$ 이에요.

따라서 $f(2)=4+8-1=11$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 주기

$a>0$ 일 때 $\sin(ax+\pi/6)$ 의 주기는 $2\pi/a$ 예요. 이것이 4π 이므로 $a=1/2$ 예요.

$f(\pi)=\sin(\pi/2+\pi/6)=\sin(2\pi/3)=\sqrt{3}/2$ 예요. 네 번째 선택지를 골라요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 평균변화율과 미분계수

$f(1)=-2$, $f(4)=52$ 이므로 $[1, 4]$ 에서 평균변화율은 $(52+2)/3=18$ 이에요.

점 $(k, f(k))$ 에서 접선의 기울기는 $f'(k)=3k^2-3$ 이에요. $3k^2-3=18$ 을 풀면 $k^2=7$ 이에요.

k 는 양수이므로 $\sqrt{7}$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 함수의 연속

$x=2$ 에서 왼쪽 식의 분모가 0이 돼요. 유한한 극한이 존재하려면 분자도 0이어야 하므로 $4+6+a=0$, $a=-10$ 이에요.

분자는 $x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$ 로 인수분해돼요. 따라서 왼쪽 극한은 7이에요.

오른쪽 식의 함수값은 $-4+b$ 이므로 연속 조건에서 $-4+b=7$, $b=11$ 이에요. $a+b=1$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 무한대에서의 극한

$g(x) \rightarrow \infty$ 이고 $2f(x)-3g(x) \rightarrow 1$ 이에요. $g(x)$ 로 나누면 $2f(x)/g(x)-3 \rightarrow 0$ 이므로 $f(x)/g(x) \rightarrow 3/2$ 예요.
분자와 분모를 $g(x)$ 로 나누면 구하는 극한은 $(4 \times 3/2 + 1)/(3 \times 3/2 - 1) = 7/(7/2) = 2$ 예요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 속도와 위치

두 시각의 위치가 같다는 것은 그 사이의 변위가 0이라는 뜻이에요. 따라서 $\int_1^k (4t-10)dt=0$ 으로 놓아요.
계산하면 $2k^2-10k+8=2(k-1)(k-4)=0$ 이에요. $k>1$ 이므로 $k=4$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각방정식

$\sin(\pi+x)=-\sin x$ 와 $\cos^2 x=1-\sin^2 x$ 를 넣으면 식은 $\sin x(1-2\sin x)=0$ 이 돼요.
 $0<x<2\pi$ 에서 $\sin x=0$ 의 해는 π 예요. $\sin x=1/2$ 의 해는 $\pi/6, 5\pi/6$ 이에요.
모든 해의 합은 $\pi+\pi/6+5\pi/6=2\pi$ 이므로 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 함수의 최댓값과 최솟값

$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$ 이에요. $[0,3]$ 에서 함수는 1까지 증가하고 그 뒤 감소해요.
끝점과 극값을 비교하면 $f(0)=a, f(1)=a+4, f(3)=a$ 이므로 최댓값은 $a+4$ 예요.
 $a+4=12$ 에서 $a=8$ 이고 네 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 정적분과 넓이

$0<a<b$ 이고 $f(x)=(x-a)(x-b)$ 이므로 두 근 사이에서는 $f(x)<0$ 이에요.
 $\int_a^b f(x)dx = \int_0^b f(x)dx - \int_0^a f(x)dx = -8/3 - 11/6 = -9/2$ 예요.
구하는 넓이는 이 정적분의 부호를 바꾼 $9/2$ 예요. 두 번째 선택지를 골라요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 수열의 합과 경우의 수

$n=2m$ 일 때 b 는 1부터 $m-1$ 까지 가능해요. 따라서 (가)는 $m-1$ 이고, $T_{2m} = \sum_{k=1}^{m-1} (2m-2k) = m(m-1)$ 이므로 (나)는 $m(m-1)$ 이에요.
 $n=2m+1$ 일 때 b 는 1부터 m 까지 가능해요. $T_{2m+1} = \sum_{k=1}^m (2m+1-2k) = m^2$ 이므로 (다)는 m^2 이에요.
 $f(5)=4, g(6)=30, h(7)=49$ 이므로 합은 83이에요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 로그함수와 직선의 기울기

A에서는 $-kx=x+4$, B에서는 $kx=x+4$ 이므로 $x_1=-4/(k+1), x_2=4/(k-1)$ 이에요. $x_2=-2x_1$ 이면 $k+1=2(k-1)$ 에서 $k=3$ 이므로 $\neg$ 은 참이에요.
B가 $y=\log_2(m-x)$ 위에 있으므로 $m=(k+1)x_2=4(k+1)/(k-1)$ 이에요. C에서는 $-kx_3=m-x_3$ 이므로 $x_3=-4(k+1)/(k-1)^2$ 예요. 따라서 $x_1x_3=16/(k-1)^2=x_2^2$ 이고 $\angle$ 도 참이에요.
 $r=(k+1)/(k-1)>1$ 로 두면 $x_2=-rx_1, x_3=r^2x_1$ 이에요. AB의 기울기는 $\log_2 r/(x_2-x_1)$, AC의 기울기는 $2\log_2 r/(x_3-x_1)$ 이에요. 두 기울기의 합이 0이면 $x_3=3x_1-2x_2$, 즉 $r^2=3+2r$ 이므로 $r=3, k=2$ 예요.
이때 $m=4r=12$ 이므로 $m+k^2=16$ 이에요. 19가 아니므로 $\triangle$ 은 거짓이에요. 참인 것은 $\neg, \angle$ 이고 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 미분계수

$f'(x)=2x+a$ 예요.

$f'(1)=2+a=4$ 이므로 $a=2$ 예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 삼각함수의 기본 관계

$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2\sin \theta \cos \theta = 1 + 7/9 = 16/9$ 예요.

$0 < \theta < \pi/2$ 이므로 두 삼각함수가 모두 양수예요. 따라서 $\sin \theta + \cos \theta = 4/3$ 이고, 구하는 값은 $30 \times 4/3 = 40$ 이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 곱의 미분법

다항함수가 $x=3$ 에서 극솟값 2를 가지므로 $f(3)=2$, $f'(3)=0$ 이에요.

곱의 미분법을 쓰면 $g'(x)=(2x-2)f(x)+(x^2-2x)f'(x)$ 이에요.

$x=3$ 을 대입하면 $g'(3)=4 \times 2 + 3 \times 0 = 8$ 이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 등비수열

a_3 과 a_5 는 양수예요. $a_3 + a_5 = 1/a_3 + 1/a_5 = (a_3 + a_5)/(a_3 a_5)$ 이므로 $a_3 a_5 = 1$ 이에요.

첫째항이 $1/4$, 공비가 $r > 0$ 이므로 $a_3 a_5 = (1/16)r^6 = 1$ 이에요. 따라서 $r^3 = 4$ 예요.

$a_{10} = (1/4)r^9 = (1/4) \times 4^3 = 16$ 이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 사인법칙과 코사인법칙

$AB=s$, $BC=2s$, $CA=\sqrt{2}s$ 로 놓아요. 각 C에 코사인법칙을 쓰면 $\cos C = (4s^2 + 2s^2 - s^2)/(4\sqrt{2}s^2) = 5/(4\sqrt{2})$ 이에요.

따라서 $\sin C = \sqrt{1 - 25/32} = \sqrt{7}/(4\sqrt{2})$ 예요. 외접원의 넓이가 28π 이므로 반지름 R은 $2\sqrt{7}$ 이에요.

사인법칙으로 $AB=2R\sin C = 7/\sqrt{2}$ 예요. $CA=\sqrt{2} \times AB=7$ 이므로 답은 7이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 수열의 귀납적 정의

$0 \rightarrow -2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow -1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ 으로 값이 7번 뒤에 돌아와요. 1,2,3,4도 이 순환에 들어 있으므로 a_1 이 이 네 자연수 중 하나이면 14번 이동한 a_{15} 는 a_1 과 같아 양수예요.

$a_1=5$ 이면 다음 값은 3이에요. 이후 순서대로 1, -1, 4, 2, 0, -2가 반복돼요.

직접 항 번호를 붙이면 $a_8=-2$, $a_{15}=-2$ 예요. 1부터 4까지는 불가능하고 5가 가능하므로 최솟값은 5예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 다항함수의 그래프와 중근

적분하면 $g(x)=x^3+2ax^2+a^2x-2(a+2)^2$ 예요. $h(x)=(3x+a)g(x)$ 는 최고차항이 양수인 사차함수예요. 어떤 점에서 접선이 x축이라는 조건은 h가 중근을 갖는다는 뜻이에요.

중근은 $3x+a$ 와 $g(x)$ 가 같은 근을 가지거나, g 자체가 중근을 가질 때 나와요. $g(-a/3)=-2(a+6)^2(2a+3)/27$, $g(-a)=-2(a+2)^2$ 이므로 가능한 a는 -6, -3/2, -2예요.

$a=-6$ 이면 $h(x)=3(x-8)(x-2)^3$ 이고, $a=-3/2$ 이면 $h(x)=3(x-2)(2x-1)^3$ 이에요. 두 경우 모두 두 영점 사이에 하나의 음의 최솟값이 있어요. |h|에서는 충분히 낮은 양의 수평선이 네 점에서 만나고, 그보다 많은 교점은 생기지 않아요.

$a=-2$ 이면 $h(x)=x(x-2)^2(3x-2)$ 이에요. 영점 0, 2/3, 2 사이에 |h|의 양의 봉우리가 각각 생기므로 충분히 낮은 양의 수평선은 양쪽 바깥의 두 점까지 포함해 여섯 점에서 만나요. 따라서 이 경우는 제외해요.

남은 두 경우의 $h(-1)$ 은 각각 729, 243/8이에요. 최솟값은 243/8이고 243과 8은 서로소이므로 $p+q=8+243=251$ 이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 중복순열

서로 다른 n 개에서 중복을 허용하여 2개를 순서 있게 고르는 수는 $n\pi_2=n^2$ 이에요.
 $n^2=25$ 이고 n 은 자연수이므로 $n=5$ 예요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

x^3 을 만들려면 다섯 인수 중 세 인수에서 x 를, 나머지 두 인수에서 $2a$ 를 골라요.
 따라서 x^3 의 계수는 ${}_5C_3(2a)^2=40a^2$ 예요. $40a^2=640$ 에서 $a^2=16$ 이고 $a>0$ 이므로 $a=4$ 예요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 중복조합

빨간 볼펜을 받는 개수를 r_1, r_2, r_3, r_4 라 하면 합이 5인 음이 아닌 정수해의 수는 ${}_4H_5={}_8C_3=56$ 이에요.
 파란 볼펜 2자루의 분배는 독립적으로 ${}_4H_2={}_5C_3=10$ 가지예요.
 색깔별로 분배한 결과를 짝지으면 $56 \times 10=560$ 가지예요. 첫 번째 선택지를 골라요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 중복순열과 자리 조건

$10000 < N < 30000$ 이므로 맨 앞자리에는 1 또는 2가 와요. 홀수이므로 맨 끝자리에는 1, 3, 5 중 하나가 와요.
 가운데 세 자리는 각각 1부터 5까지 자유롭게 고를 수 있어요. 중복을 허용하므로 전체는 $2 \times 5^3 \times 3=750$ 가지예요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 이항계수의 합

차수가 $2n+1$ 인 이항전개에서 짝수 차수의 이항계수 합은 2^{2n} 이에요. 이는 $(1+1)^{2n+1}$ 과 $(1-1)^{2n+1}$ 을 더해 2로 나누면 확인할 수 있어요.
 문제의 합에는 ${}_{(2n+1)}C_0=1$ 이 빠져 있으므로 $f(n)=2^{2n}-1=4^n-1$ 이에요.
 $4^n-1=1023$ 에서 $4^n=1024=4^5$ 이므로 $n=5$ 예요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 최단 경로의 수

그림의 작은 칸을 기준으로 $A=(0,0)$, $P=(2,3)$, $B=(5,0)$ 으로 보아요. 최단 경로에서는 P까지 오른쪽과 위쪽으로, P부터는 오른쪽과 아래쪽으로만 이동해요.
 A에서 P로 들어오는 마지막 방향을 나누어요. 왼쪽 (1,3)을 거치면 4가지, 아래쪽 (2,2)을 거치면 3가지이므로 7가지예요.
 P에서 B로 나가는 첫 방향이 오른쪽이면 (3,3)부터 오른쪽 2번, 아래쪽 3번을 배치하므로 ${}_5C_2=10$ 가지예요. 아래쪽이면 (2,2)에서 (3,2)로 가야 하고 이후 ${}_4C_2=6$ 가지예요. 따라서 16가지예요.
 두 구간의 곱은 $7 \times 16=112$ 예요. 다만 A에서 P로 아래쪽에서 들어온 3가지와 P에서 아래쪽으로 나가는 6가지를 연결하면 P 바로 아래의 같은 도로를 두 번 지나므로 $3 \times 6=18$ 가지를 빼요. 답은 94가지, 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 원순열과 이웃 조건

이웃해야 하는 A, B를 하나의 묶음 X로 보아요. 묶음 안의 순서는 AB, BA 두 가지예요.
 이제 원 위에는 X, 나머지 남학생 두 명, C, 나머지 여학생 세 명으로 일곱 대상이 있어요. 회전을 중복 계산하지 않도록 C의 위치를 고정해요.
 C의 양옆에는 남학생 대상 X와 나머지 두 남학생 중 서로 다른 두 대상을 순서 있게 놓아야 해요. ${}_3P_2=6$ 가지예요. 남은 네 대상은 $4!=24$ 가지로 배치해요.
 묶음 안의 두 순서까지 곱하면 $6 \times 24 \times 2=288$ 가지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 중복조합과 포함배제

홀수인 x_1, x_3 는 $2a+1, 2c+1$ 로, 짝수인 x_2, x_4 는 $2b+2, 2d+2$ 로 놓아요. 네 변수 a, b, c, d 는 각각 0 이상 6 이하의 정수예요.
 합이 34라는 조건은 $a+b+c+d=14$ 가 돼요. 상한을 잠시 빼면 음이 아닌 정수해는 ${}_{17}C_3=680$ 가지예요.
 어떤 변수가 7 이상인 해는 그 변수에서 7을 빼서 세면 ${}_{10}C_3=120$ 가지예요. 네 변수에 대해 4×120 을 빼요. 두 변수가 함께 7 이상인 경우는 두 변수 모두 7이고 나머지가 0인 해 한 가지씩이므로 ${}_{4}C_2=6$ 가지를 다시 더해요.
 세 변수가 7 이상이면 합 14를 넘으므로 더 고칠 항은 없어요. 따라서 $680-480+6=206$ 가지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 수열의 극한

분자와 분모를 3^n 으로 나누면 $((2/3)^n+3)/(1+(1/3)^n)$ 이에요.
 두 거듭제곱이 모두 0으로 가므로 극한은 3이에요. 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 로그함수의 미분

$\log_3(6x)=\ln(6x)/\ln 3$ 으로 바꾸어요.
 미분하면 $f'(x)=6/(6x \ln 3)=1/(x \ln 3)$ 이에요. $f'(9)=1/(9 \ln 3)$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 급수의 수렴 조건

급수 $\sum (a_n/n-2)$ 가 수렴하므로 일반항 $a_n/n-2$ 는 0으로 가요. 따라서 $a_n/n \rightarrow 2$ 예요.
 구하는 분수를 n^2 으로 나누면 $(2+3a_n/n)/(1+4/n^2)$ 이에요.
 극한은 $2+3 \times 2=8$ 이므로 네 번째 선택지예요. 급수의 합 5를 일반항의 극한과 혼동하지 않아요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 지수함수의 극한

$t>0$ 이므로 위쪽 점과 아래쪽 점의 높이 차이는 $e^k(e^{2t}-e^{-3t})$ 이에요. 길이가 t 이므로 $e^f(t)=t/(e^{2t}-e^{-3t})$ 이에요.
 분모를 t 로 나누어 보면 $(e^{2t}-1)/t-(e^{-3t}-1)/t \rightarrow 2-(-3)=5$ 예요.
 따라서 구하는 극한은 $1/5$ 이고 두 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 삼각함수의 극한과 원

원의 중심은 $P=(t, t \sin t)$ 이고 y 축에 접하므로 반지름은 t 예요. OP 의 길이는 $t\sqrt{1+\sin^2 t}$ 이에요.
 Q 는 O 에서 P 로 가는 선분 위에 있으므로 $OQ/OP=1-1/\sqrt{1+\sin^2 t}$ 이에요. x 좌표도 같은 비율이므로 $f(t)=t(1-1/\sqrt{1+\sin^2 t})$ 예요.
 유리화하면 $f(t)/t^3=(\sin t/t)^2/[\sqrt{1+\sin^2 t}(\sqrt{1+\sin^2 t}+1)]$ 이에요.
 $t \rightarrow 0+$ 에서 $\sin t/t \rightarrow 1$ 이므로 극한은 $1/2$ 예요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 도형의 닮음과 등비급수

$A_1=(0,0)$, $B_1=(0,-4)$, $C_1=(3,0)$ 으로 놓아요. 삼각형 $A_1B_1C_1$ 는 3:4:5 직각삼각형이에요. 원주각 $\angle A_1D_1B_1$ 가 직각이므로 D_1 는 A_1 에서 B_1C_1 로 내린 수선의 발이고, $A_1D_1=12/5$, $B_1D_1=16/5$ 예요.

첫 색칠 부분은 반지름 2인 반원과 삼각형 $A_1B_1D_1$ 의 합이에요. 넓이는 $2\pi+(1/2)(12/5)(16/5)=2\pi+96/25$ 예요.

둘째 원의 반지름을 r 라 해요. 두 직선 A_1C_1 와 C_1D_1 에 접하는 원의 중심은 $(3-2r, -r)$ 예요. 첫 원의 중심 $(0, -2)$ 와 외접하므로 $(3-2r)^2+(2-r)^2=(r+2)^2$ 이에요. 이를 풀면 $r=1/2$ 또는 $9/2$ 이고, 삼각형 안에 있는 작은 원은 $r=1/2$ 예요.

따라서 다음 원의 지름은 1로, 앞선 지름 4의 $1/4$ 이에요. 같은 구성을 반복하므로 새로 더하는 색칠 넓이는 앞선 넓이의 $1/16$ 씩이에요.

무한히 더하면 $(2\pi+96/25)/(1-1/16)=32\pi/15+512/125$ 예요. 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수의 덧셈정리

$BD=CD$ 이므로 삼각형 BDC 의 두 밑각은 모두 α 예요. 삼각형 ABC 에서 $\angle A=2\pi/3$ 이므로 $2\alpha+\beta=\pi/3$ 이에요.

주어진 $\cos^2\alpha$ 로부터 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\sqrt{21}/7$ 이에요. $0<2\alpha<\pi/3$ 이므로 $\sin 2\alpha=2/\sqrt{7}$ 이고 $\tan 2\alpha=2/\sqrt{3}$ 이에요.

$\beta=\pi/3-2\alpha$ 이므로 $\tan \beta=(\sqrt{3}-2/\sqrt{3})/(1+\sqrt{3}\times 2/\sqrt{3})=1/(3\sqrt{3})$ 이에요.

따라서 $54\sqrt{3} \tan \beta=18$ 이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 함수열의 극한과 교점 수

$|x|<1$ 에서는 $f(x)=x/2$ 이고, $|x|>1$ 에서는 $f(x)=a+b/x$ 예요. 경계에서는 $f(1)=(a+b+1)/3$, $f(-1)=(a-b-1)/3$ 으로 따로 계산해야 해요.

직선 $2x+m-2$ 와의 교점은 구간 $(-1,1)$, $(1,\infty)$, $(-\infty,-1)$ 에서 각각 많아야 한 개이고, $x=1, -1$ 에서 각각 한 개씩 더 생겨요. 교점이 다섯 개가 되려면 이 다섯 곳 모두에서 해가 있어야 해요.

안쪽 구간의 해 $x=(4-2m)/3$ 이 -1 과 1 사이이려면 자연수 m 은 1, 2, 3 중 하나예요. 두 경계가 모두 해이려면

$m=(a+b+1)/3=(a-b+11)/3$ 이므로 $b=5$, $a=3m-6$ 이에요. $a>0$ 에서 $m=3$, $a=3$ 이 돼요. 따라서 $k=3$ 이에요.

이제 바깥 구간의 방정식은 $2x^2+(m-5)x-5=0$ 이에요. 양의 근이 1보다 크려면 $m<8$ 이고, 음의 근이 -1 보다 작으려면 $m>2$ 예요.

경계 $x=\pm 1$ 은 $m=3$ 일 때만 실제 해예요.

따라서 $c_1=c_2=2$, $c_3=5$, $c_4=c_5=c_6=c_7=2$ 이고 $m\geq 8$ 에서는 $c_m=1$ 이에요. $\sum (c_m-1)=1+1+4+4=10$ 이므로 k 와 더한 값은 13이에요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 벡터의 연산

왼쪽을 정리하면 $(2-n)a\mp(4-m)b=a\mp b$ 예요.

두 벡터가 평행하지 않으므로 각각의 계수가 같아야 해요. $2-n=1$, $4-m=-1$ 에서 $n=1$, $m=5$ 예요.

$m+n=6$ 이므로 첫 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 쌍곡선의 접선

쌍곡선 $x^2/2-y^2/7=1$ 위의 점 $(4,7)$ 에서 접선은 $4x/2-7y/7=1$ 이에요.

정리하면 $2x-y=1$ 이에요. $y=0$ 을 넣으면 $x=1/2$ 이므로 세 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 타원의 정의

타원의 긴반지름은 6이므로 두 초점에서 한 점까지 거리의 합은 12예요.

직선 PQ 가 중심 O 를 지나므로 P 와 Q 는 원점에 대하여 대칭이에요. 따라서 $F'Q=FP$ 이고, $F'P+F'Q=F'P+FP=12$ 예요.

삼각형 $PF'Q$ 의 둘레가 20이므로 $PQ=8$ 이에요. OP 는 지름 방향 선분의 절반이므로 $OP=4$ 예요. 두 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 포물선의 정의와 넓이

초점이 $(p, 0)$ 이므로 포물선은 $y^2 = 4px$ 예요. $A = (x, y)$ 로 놓으면 초점거리 $FA = x + p = 8$ 이에요.
 사각형 OFAC의 넓이는 $(p+x)y/2$ 이고 삼각형 FBA의 넓이는 $(x-p)y/2$ 예요. 비가 2:1이므로 $x+p=2(x-p)$, 즉 $x=3p$ 예요.
 $x+p=8$ 에서 $p=2$, $x=6$ 이에요. $y^2 = 4 \times 2 \times 6 = 48$ 이고 제1사분면이므로 $y = 4\sqrt{3}$ 이에요.
 삼각형 ACF의 넓이는 $(1/2) \times AC \times y = (1/2) \times 6 \times 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ 이에요. 네 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 타원과 쌍곡선의 초점

오른쪽 가지의 점 P에서는 쌍곡선의 초점거리 차가 $PF' - PF = 4$ 예요. $PF = 3$ 이므로 $PF' = 7$ 이에요.
 타원에서는 $PF' + PF = 2a$ 이므로 $2a = 10$, $a = 5$ 예요.
 같은 초점거리를 c 라 하면 타원에서 $c^2 = a^2 - 7 = 18$ 이에요. 쌍곡선에서는 $c^2 = 4 + b^2$ 이므로 $b^2 = 14$ 예요.
 따라서 $a^2 + b^2 = 25 + 14 = 39$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 포물선의 접선과 타원

포물선 $y^2 = 9x$ 의 초점은 $F = (9/4, 0)$ 이에요. 초점거리 $PF = x + 9/4 = 25/4$ 이므로 P의 x좌표는 4이고, 제1사분면 조건에서 $P = (4, 6)$ 이에요.
 포물선의 이 점에서 접선은 $6y = (9/2)(x+4)$, 즉 $y = 3x/4 + 3$ 이에요. 접선이 $F' = (-c, 0)$ 을 지나므로 $c = 4$ 예요.
 $PF' = \sqrt{(8^2 + 6^2)} = 10$ 이므로 타원의 장축 길이는 $PF + PF' = 25/4 + 10 = 65/4$ 예요. 긴반지름 a 는 $65/8$ 이에요.
 두 초점의 좌표는 $9/4$ 와 -4 이므로 초점 사이 거리의 절반은 $25/8$ 이에요. 타원의 중심을 원점으로 생각하면 안 돼요.
 짧은반지름 b 에 대해 $b^2 = (65/8)^2 - (25/8)^2 = 225/4$ 예요. 따라서 단축 길이 $2b = 15$ 이고 다섯 번째 선택지예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 벡터의 크기와 도형

반원의 점을 $P = (-1 + \cos \theta, \sin \theta)$, $0 \leq \theta \leq \pi$ 로, 삼각형 BCD 위의 점을 $Q = (u, v)$ 로 놓아요. 그러면 $OP \cdot AQ = (1 + u + \cos \theta, v + \sin \theta)$ 이에요.
 점 Q를 고정하면 이는 중심 $(1 + u, v)$, 반지름 1인 위쪽 반원 위의 위치벡터예요. 가장 먼 방향은 중심벡터 방향이고, Q가 $C = (2, 1)$ 일 때 중심까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 으로 가장 커져요. 따라서 $M = \sqrt{10} + 1$, $M^2 = 11 + 2\sqrt{10}$ 이에요.
 가장 가까운 방향은 $\theta = \pi$ 예요. $v \geq 0$ 이므로 위쪽 반원에서는 더 아래쪽으로 돌아갈 수 없고, 이때 벡터는 (u, v) 가 돼요. 따라서 m 은 원점에서 삼각형 BCD까지의 최단거리예요.
 가장 가까운 변 BD는 $x + y = 1$ 이고 수선의 발 $(1/2, 1/2)$ 이 변 위에 있어요. 따라서 $m = 1/\sqrt{2}$, $m^2 = 1/2$ 예요.
 $M^2 + m^2 = 23/2 + 2\sqrt{10}$ 이므로 $p = 23/2$, $q = 10$ 이고 $pq = 115$ 예요.

2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 타원의 초점과 각의 이등분선

타원의 긴반지름은 4이고 초점거리 c 는 $\sqrt{(16 - 7)} = 3$ 이에요. $u = PF'$, $v = PF$ 로 놓으면 $u + v = 8$, $F'F = 6$ 이에요.
 원의 중심 C는 두 선분까지 거리가 같고 $F'F$ 위에 있으므로 PC는 $\angle F'PF$ 의 안쪽 이등분선이에요. 이등분선 길이 공식으로 $PC^2 = uv\{1 - 6^2/(u+v)^2\} = 7uv/16$ 이에요.
 코사인법칙과 반각공식으로 $\cos^2(\angle F'PF/2) = \{(u+v)^2 - 6^2\}/(4uv) = 7/(uv)$ 이에요. 직각삼각형 PCQ에서 $PQ = PC \cos(\angle F'PF/2) = 7/4$ 이에요.
 $2PQ = PF'$ 에서 $u = 7/2$ 예요. 따라서 $v = 8 - 7/2 = 9/2$ 예요. 각의 이등분선 정리에 따라 $F'C : CF = u : v = 7 : 9$ 예요.
 $F'F = 6$ 이므로 $F'C = 6 \times 7/16 = 21/8$ 이에요. 구하는 값은 $24 \times 21/8 = 63$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 지수법칙

$27=3^3$, $\sqrt{8}=2^{3/2}$ 로 나타내요.

각 지수에 $2/3$ 을 곱하면 $3^2 \times 2=18$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 다항함수의 미분

$f'(x)=3x^2+7$ 이에요.

$x=1$ 에서 $f'(1)=10$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 무리식의 극한

분자에 켈레식을 곱하면 주어진 식은 $2/(\sqrt{(2x-5)+1})$ 이에요.

$x \rightarrow 3$ 에서 분모가 2로 가므로 극한은 1이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 등비수열

공비를 r 라 하면 $a_2=1$ 에서 $a_3=r$, $a_5=r^3$ 이에요. $r^3=2r^2$ 이고 $r \neq 0$ 이므로 $r=2$ 예요.

$a_6=a_2 r^4=16$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 로그부등식

정의역은 $x>6$ 이고 부등식은 $\log_2(x(x-6)) \leq 4$ 예요.

$x^2-6x \leq 16$ 에서 $-2 \leq x \leq 8$ 이므로 가능한 정수는 7, 8이에요. 합은 15예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 삼각함수의 항등식

$\sin\theta\cos\theta=\{(\sin\theta+\cos\theta)^2-1\}/2=-3/8$ 이에요.

주어진 곱은 $2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)+5\sin\theta\cos\theta=2-15/8=1/8$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 미분계수와 극한

극한이 유한하므로 $g(3)=f(3)=2$ 이고, 극한값은 $f'(3)-g'(3)=1$ 이에요. 따라서 $g'(3)=0$ 이에요.

일계수 이차함수이므로 $g(x)=(x-3)^2+2$ 이고 $g(1)=6$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 등비수열의 합

공통 첫째항을 c 라 하면 짝수 번째 두 항은 서로 없어지고 홀수 번째 두 항의 합은 $2c(1+3+9+27)=80c$ 예요.

$80c=160$ 에서 $c=2$ 이므로 $a_3+b_3=3c+3c=12$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 지수함수의 교점

A의 x 좌표를 x , $s=2^x$ 라 하면 A의 높이는 $s-1$ 이고 $2^a=s(s-1)$ 이에요. B의 높이는 2^a 예요.

OB=3OH에서 $s(s-1)=3(s-1)$ 이고 A의 높이가 양수이므로 $s=3$ 이에요. 따라서 $2^a=6$, $a=\log_2 6$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 속도와 위치

위치는 $s(t)=t^3-(3/2)(a+2)t^2+6at$ 예요. 양수 t 에서 $s(t)=0$ 인 순간이 한 번이므로 t 로 나눈 이차식은 양의 중근을 가져요.
 판별식 $(9/4)(a+2)^2-24a=0$ 에서 $3a^2-20a+12=0$ 이에요. 해는 $6, 2/3$ 이고 $a>2$ 이므로 $a=6$ 이에요.
 $v(8)=3(8-2)(8-6)=36$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각방정식의 근

$\sin(kx)=1/3$ 은 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $2k$ 개의 근을 가지므로 $k=4$ 예요. $\alpha=\arcsin(1/3)$ 라 해요.
 각 주기 $j=0,1,2,3$ 의 두 근은 $(\alpha+2j\pi)/4, (\pi-\alpha+2j\pi)/4$ 예요. 합은 $\sum (\pi+4j\pi)/4=7\pi$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 점화식과 수열의 합

처음 네 식을 더하면 $\sum (5\text{부터 } 8\text{까지})a_n=60-6=54$ 예요.
 $a_6=a_5+5, a_7=a_5+11, a_8=a_5+18$ 이므로 $4a_5+34=54, a_5=5$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 적분함수의 극한

$H(x)=\int (1\text{부터 } x\text{까지})(x-t)f(t)dt$ 로 놓아요. 극한 조건에서 $H(2)=0$ 이고 $H'(2)=3$ 이에요.
 $I=\int (1\text{부터 } 2\text{까지})f(t)dt, J=\int (1\text{부터 } 2\text{까지})tf(t)dt$ 라 하면 $H'(2)=I=3, H(2)=2I-J=0$ 이므로 $J=6$ 이에요.
 구하는 값은 $4J+I=27$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 조각함수의 연속과 미분

$|f|$ 는 $x=3$ 에서만 불연속이에요. $k=-3$ 이면 $g(0)=|f(3)|=0$ 이고 왼쪽 극한도 0이므로 $\neg$ 은 참이에요.
 $x=0$ 에서 f 의 점프는 -2 이고 g 의 가능한 점프는 $+1$ 뿐이므로 $f+g$ 의 불연속을 상쇄할 수 없어요. $\neg$ 은 거짓이에요.
 fg 가 연속하려면 g 의 좌우극한이 모두 0이어야 해요. 후보 $k=1,-1,-2,-4$ 중 $k=-1$ 은 좌우 미분계수가 -1 과 0 으로 달라 제외돼요.
 $k=1,-4$ 에서는 g 의 절댓값 꺾임이 f 의 부호 변화와 맞물려 좌우 미분계수가 같고, $k=-2$ 에서는 g 가 0으로 일정해요. 합은 -5 이므로 $\neg$ 은 참이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 원과 사인코사인법칙

코사인법칙에서 (가)는 $100-k^2$ 예요. 두 코사인 값이 같으므로 $(BC-CD)\{1-(100-k^2)/(BC \times CD)\}=0$ 이에요. $BC=CD$ 이면 AC가
 지름이 되어 $R=5$ 이므로 제외돼요. 따라서 $BC \times CD=100-k^2$ 예요.
 넓이 식은 $(1/2)(k^2+BC \times CD)\sin \angle BAD=40$ 이므로 $p=4/5$ 예요. 사인법칙에서 $BD/R=2\sin \angle BAD=8/5$ 이므로 $q=8/5$ 예요.
 $f(10p)/q=\{100-8^2\}/(8/5)=45/2$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 로그의 밑변환

$\log_2 9=2\log_2 3$ 이고 $\log_3 16=4\log_3 2$ 예요.
 $\log_2 3 \times \log_3 2=1$ 이므로 전체는 8이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 정적분과 넓이

곡선은 $y=-(x-2)^2$ 이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 x 축 아래에 있어요.
 $S=\int (0\text{부터 } 2\text{까지})(x-2)^2 dx=8/3$ 이므로 $12S=32$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 부정적분과 다항식

주어진 등식을 미분하면 $(x+2)f'(x)=3x^2-12=3(x-2)(x+2)$ 이예요. 다항식 항등식이므로 $f'(x)=3(x-2)$ 예요. 따라서 $f(x)=(3/2)x^2-6x+C$ 예요. $F(0)=2f(0)=30$ 에서 $C=15$ 이므로 $f(2)=9$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 사차함수의 최솟값

상수항을 뺀 함수의 도함수는 $4(x+1)(x-2)^2$ 예요. 따라서 $x=-1$ 에서 전역 최솟값을 가져요. 그 값은 $1+4-16=-11$ 이므로 a 의 최솟값은 11이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 삼차함수와 교점 개수

홀함수인 일계수 삼차식은 $f(x)=x^3+bx$ 예요. 원점 대칭을 이용해 오른쪽 반쪽 마름모의 두 변 $y=-2x+2t$, $y=2x-2t$ 와의 교점을 보면 돼요.
교점 수가 바뀌는 양의 t 는 꼭짓점에서 $f(t)=0$ 인 $t=\sqrt{-b}$ 와, 아래쪽 변이 접하는 $t=\{(2-b)/3\}^{3/2}$ 예요. 두 값이 존재하면 접하는 t 가 더 커요.
큰 불연속점이 8이므로 $\{(2-b)/3\}^{3/2}=8$ 에서 $b=-10$ 이예요. 따라서 $\alpha^2=10$, $f(4)=64-40=24$ 예요.
구하는 값은 $10 \times 24=240$ 이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 등차수열의 절댓값 합

$a_{2m}=-a_m$ 에서 $a_n=d(n-3m/2)$ 이예요. 모든 항이 0이 아니므로 m 은 홀수이고, 모든 항이 정수이므로 d 는 짝수예요.
 m 부터 $2m$ 까지 절댓값 합은 $d(m+1)^2/4=128$ 이예요. $m+1=2s$ 라 하면 $ds^2=128$ 이예요.
가능한 s 는 1,2,4,8이고 이에 대응하는 d 는 128,32,8,2예요. 모두 $m=2s-1$ 을 양의 홀수로 만들어 조건을 만족해요. 합은 170이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 합성된 도함수의 부호

f' 의 서로 다른 두 실근을 $r<s$ 라 하면 $g'(x)=9(x-(r-a))(x-(r+a))(x-(s-a))(x-(s+a))$ 예요. 극점이 두 개뿐이라면 가운데 두 근이 겹쳐야 하므로 $r+a=s-a$ 예요.
양끝의 단순근은 $r-a=1/2$, $s+a=13/2$ 예요. 세 식을 풀면 $a=3/2$, $r=2$, $s=5$ 예요.
 $f'(x)=3(x-2)(x-5)$ 이므로 $f(x)=x^3-(21/2)x^2+30x-1/2$ 예요. 따라서 $f(1)=20$, $af(1)=30$ 이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 중복조합

${}_nH_2=C(n+1,2)$ 이므로 $C(n+1,2)=C(9,2)$ 이예요.
 n 이 자연수이므로 $n+1=9$, $n=8$ 이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 이항정리

x^2 의 계수는 $C(n,2)2^{n-2}$, x^3 의 계수는 $C(n,3)2^{n-3}$ 이예요.
두 계수를 나누면 $2=(n-2)/3$ 이므로 $n=8$ 이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 함수의 개수

입력이 1,2,3이면 함수값 1,2,3이 모두 가능해요. 입력이 4,5이면 함수값은 1,2만 가능해요.
입력별 선택을 곱하면 $3^3 \times 2^2=108$ 이예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 원순열과 이웃 조건

2학년 네 명을 원형으로 앉히는 수는 $3!=6$ 이에요. 1학년 네 명은 사이의 네 틈에 하나씩 앉아야 해요.
A는 B 양옆의 두 틈 중 하나에 놓고 남은 세 명을 3!가지로 배치해요. 전체는 $6 \times 2 \times 6 = 72$ 가지예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 같은 것이 있는 순열

1번 상자가 A이면 나머지 B,B,C,D,D의 나열은 $5!/(2!2!)=30$ 가지예요. B,B,C의 상대순서 3가지 중 C가 가장 먼저인 경우만 제외 하므로 20가지예요.

1번 상자가 B이면 조건 (나)는 자동이에요. 나머지 A,B,C,D,D의 나열은 $5!/2!=60$ 가지예요. 합은 80가지예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 중복조합

$u=a+c+e$, $v=b+d$ 라 하면 $u+v=10$ 이고 $|u-v| \leq 2$ 이므로 $u=4,5,6$ 이에요.

고정된 u 마다 앞의 세 변수는 $C(u+2,2)$ 가지, 나머지 두 변수는 $v+1$ 가지예요.

전체는 $C(6,2) \times 7 + C(7,2) \times 6 + C(8,2) \times 5 = 105 + 126 + 140 = 371$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 포함배제와 자리수

첫 자리가 0이 아닌 다섯 자리 수는 $2 \times 3^4 = 162$ 개예요. 0이 없는 수는 $2^5 = 32$ 개이고, 1이 없는 수는 첫 자리 2를 고정해 $2^4 = 16$ 개 예요.

둘 다 없는 수 22222를 한 번 더하면 $162 - 32 - 16 + 1 = 115$ 개예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 지역과 홀짝 분배

지역에 홀수 2개, 짝수 1개가 있으면 지역 선택은 $C(3,2) \times 2 = 6$ 가지예요. 합이 짝수이려면 홀수 함수값을 갖는 입력 수는 2개 또는 4개예요. 각각 $C(5,2) \times 2 = 20$ 가지와 $C(5,4) \times (2^4 - 2) = 70$ 가지이므로 540가지예요.

지역에 홀수 1개, 짝수 2개가 있으면 지역 선택은 3가지예요. 홀수 입력 수가 2개여야 나머지 세 입력이 두 짝수를 모두 쓸 수 있어요. 따라서 $3 \times C(5,2) \times (2^3 - 2) = 180$ 가지예요.

지역이 홀수 3개이면 다섯 함수값의 합이 홀수라 불가능해요. 총합은 $540 + 180 = 720$ 가지예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 지수함수의 미분

곱을 미분하면 $f'(x) = (x+a+1)e^x$ 예요.

$f'(2) = (a+3)e^2 = 8e^2$ 이므로 $a=5$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 삼각함수의 항등식

$\cos\theta = 1/\sec\theta = 3/\sqrt{10}$ 이므로 $\cos^2\theta = 9/10$ 이에요.

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1/10$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 로그함수의 극한

로그의 차를 합치면 분자는 $\ln((2x^2+3x)/(3x)) = \ln(1+2x/3)$ 이에요.

$\ln(1+u)/u \rightarrow 1$ 을 쓰면 전체 극한은 $2/3$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 극한함수의 방정식

$|x| < 2$ 이면 $f(x) = -1$ 이고 $|x| > 2$ 이면 $f(x) = 3x/2$ 예요. 경계에서는 $f(2) = 1$, $f(-2) = -2$ 예요.
 $f(k) = k$ 의 해는 왼쪽에서 $k = -1$, 경계에서 $k = -2$ 예요. 바깥쪽에서는 $k = 0$ 이 나와 범위에 맞지 않아요. 합은 -3 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 급수의 부분분수

교점의 x 좌표는 $x^2 - (2n+1)x - (2n+1) = 0$ 의 두 근이에요. 두 근 차의 제곱은 판별식 $(2n+1)(2n+5)$ 이에요.
 직선 기울기가 1이므로 PQ^2 는 그 두 배이고 정사각형 넓이는 $PQ^2/2 = (2n+1)(2n+5)$ 이에요.
 $1/a_n = (1/4)\{1/(2n+1) - 1/(2n+5)\}$ 이므로 급수는 $(1/4)(1/3 + 1/5) = 2/15$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 반복 도형과 급수

$B_1 = (0, 0)$, $C_1 = (2\sqrt{3}, 0)$, $D_1 = (2\sqrt{3}, 2)$, $E_1 = (2\sqrt{3}/3, 2)$ 로 놓아요. B_1F_1 과 B_1G_1 의 방향각은 $\pi/3$, $\pi/6$ 이에요. 삼각형 $B_1E_1D_1$ 의 넓이는 $4\sqrt{3}/3$ 이에요.
 반원 중심과 F_1, G_1 이 만드는 부채꼴 중심각은 $\pi/3$ 이고 넓이는 $\pi/2$ 예요. 삼각형 $B_1F_1G_1$ 과 중심 F_1G_1 의 넓이가 같으므로 두 반직선과 호로 둘러싸인 넓이도 $\pi/2$ 예요. 첫 색칠 넓이는 $(8\sqrt{3} - 3\pi)/6$ 이에요.
 $A_2 = (s, s/\sqrt{3})$ 이면 직사각형의 비에서 $D_2 = (2s, s/\sqrt{3})$ 이에요. D_2 가 반원 위에 있다는 조건 $(2s - \sqrt{3})^2 + s^2/3 = 3$ 에서 $s = 12\sqrt{3}/13$ 이에요. 따라서 길이비는 $(12/13)/2 = 6/13$, 넓이비는 $36/169$ 예요.
 전체 극한은 $\{(8\sqrt{3} - 3\pi)/6\} / (1 - 36/169) = 169(8\sqrt{3} - 3\pi)/798$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 삼각함수와 직선의 기울기

$m_1 = \tan \alpha$, $m_2 = \tan \beta$ 라 하면 $0 < \alpha < \beta < \pi/4$ 예요. 삼각형의 B각은 2α , C각은 $\pi - (\alpha + \beta)$ 예요.
 사인법칙에서 $\sin 2\alpha = 9/15 = 3/5$ 이고 $\cos 2\alpha = 4/5$ 이므로 $\tan \alpha = 1/3$ 이에요. 또 $\sin(\alpha + \beta) = 12/15 = 4/5$, $\cos(\alpha + \beta) = 3/5$ 이므로 $\tan(\alpha + \beta) = 4/3$ 이에요.
 탄젠트 뺄셈공식에서 $m_2 = (4/3 - 1/3)/(1 + 4/9) = 9/13$ 이에요. 따라서 $78m_1m_2 = 78 \times (1/3) \times (9/13) = 18$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 삼각함수의 미분과 극한

$f'(x) = (1-a)\sin x + x\cos x$ 예요. $a < 1$ 이므로 $(0, \pi)$ 에서 영점 β 는 $(\pi/2, \pi)$ 에 하나이고, 홀함수 대칭으로 $\alpha = -\beta$ 예요. 영점 조건에서 $\tan \beta = -\beta/(1-a)$ 이에요.
 조건 (나)는 $\tan \beta/\beta + 1/\beta = 0$ 이므로 $\tan \beta = -1$, $\beta = 3\pi/4$ 예요. 따라서 $a = 1 - 3\pi/4$ 예요.
 $f(x)/x^2$ 의 극한이 유한하려면 $b = -a$ 이고, $\cos$ 와 $\sin$ 의 기본 극한으로 $c = 1 - a/2 = 1/2 + 3\pi/8$ 이에요.
 $(\beta - \alpha)/3 = \pi/2$ 에서 $f(\pi/2) = 5\pi/4 - 1$ 이므로 $f(\pi/2) + c = -1/2 + 13\pi/8$ 이에요. $p + q = 9/8$ 이므로 $120(p + q) = 135$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 합

수평 방향을 x 축으로 잡으면 AD벡터 $= (1, -\sqrt{3})$, DE벡터 $= (1/2, \sqrt{3}/2)$ 예요.
 따라서 AD벡터 + 2DE벡터 $= (2, 0)$ 이고 크기는 2예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 쌍곡선의 정의

초점거리 $c = \sqrt{9+16} = 5$ 이므로 $FF' = 10$ 이에요. 조건에서 $FP = 10$ 이에요.
 쌍곡선의 거리 차는 6이므로 $PF' = 16$ 이에요. 둘레는 $10 + 10 + 16 = 36$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 포물선과 타원의 정의

포물선의 준선이 $x=-c$ 이므로 $PQ=PF=8$ 이에요. 삼각형 FPQ 에서 높이는 P 의 y 좌표이므로 $y=2 \times 24/8=6$ 이에요.
 $PQ=x+c=8$ 이고 $PF'=\sqrt{((x+c)^2+y^2)}=10$ 이에요. 타원의 장축 길이는 $PF+PF'=18$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 타원의 접선

$A=(0,h)$ 에서 그은 접선은 대칭이므로 기울기가 $m, -m$ 이에요. 서로 수직이므로 $m^2=1$ 이에요.
 타원의 접선 $y=mx+h$ 에서 $h^2=8m^2+1=9$ 이고 $h>1$ 이므로 $h=3$ 이에요. 접점은 $(-8/3, 1/3), (8/3, 1/3)$ 이에요.
 따라서 $PQ=16/3$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 쌍곡선과 원의 교점

OA 벡터+ OP 벡터의 크기가 k 라는 것은 중심 $(-\sqrt{2}, 0)$, 반지름 k 인 원 위에 P 가 있다는 뜻이에요.
 쌍곡선에서 $y^2=x^2-2$ 이므로 중심까지 거리 제곱은 $2x^2+2\sqrt{2}x$ 예요. 왼쪽 가지 $x \leq -\sqrt{2}$ 에서는 $k>0$ 일 때 대칭인 두 교점이 생겨요.
 오른쪽 가지 $x \geq \sqrt{2}$ 에서 거리는 꼭짓점에서 최소 $2\sqrt{2}$ 예요. 교점이 총 3개가 되려면 오른쪽 꼭짓점 하나만 더 만나야 하므로 $k=2\sqrt{2}$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 타원과 내접원

$OQ=OF=c$ 이므로 Q 는 지름 FF' 인 원 위에 있어 $FQ \perp F'Q$ 예요. $FQ=t, F'Q=4t$ 로 놓으면 $FF'=\sqrt{17}t=2c$ 예요.
 $FP=s$ 라 하면 타원의 거리 합에서 $PF'=5t-s$ 예요. 직각삼각형 $PF'Q$ 에서 $(5t-s)^2=(s+t)^2+16t^2$ 를 풀면 $s=2t/3$ 이에요.
 이 직각삼각형의 세 변은 $5t/3, 4t, 13t/3$ 이에요. 내접원 반지름은 $(5t/3+4t-13t/3)/2=2t/3=2$ 이므로 $t=3$ 이에요.
 따라서 $c=3\sqrt{17}/2$ 예요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 포물선의 접선과 각

$P=(pt^2, 2pt), t>0$ 으로 놓으면 접선은 $ty=x+pt^2$ 이므로 $Q=(-p, p(t^2-1)/t)$ 예요. R 은 Q 와 높이가 같고 포물선 위에 있어 x 좌표가 $p(t^2-1)^2/(4t^2)$ 이에요.
 RQ 가 수평이고 $\angle PRQ=\pi/2$ 이므로 PR 은 수직이에요. 따라서 $t^2=(t^2-1)^2/(4t^2)$ 에서 $t^2=1/3$ 이에요.
 이때 $P=(p/3, 2p/\sqrt{3}), Q=(-p, -2p/\sqrt{3}), R=(p/3, -2p/\sqrt{3}), F=(p, 0)$ 이에요.
 $PQ=8p/3, QR=RF=FP=4p/3$ 이므로 둘레는 $20p/3=140$ 이에요. 따라서 $p=21$ 이에요.

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 쌍곡선의 평행 접선

$PF'=u, PF=v$ 라 하면 $uv=30, v-u=2\sqrt{10}$ 이에요. 따라서 $u^2+v^2=100$ 이고 직각삼각형의 빗변 $FF'=10$ 이에요. $c=5, a^2=c^2-10=15$ 예요.
 $u+v=4\sqrt{10}$ 이므로 $u=\sqrt{10}, v=3\sqrt{10}$ 이에요. 직선 PF' 의 양의 기울기는 $v/u=3$ 이에요.
 기울기 3인 쌍곡선의 접선을 $y=3x+b$ 라 하면 $b^2=10 \times 3^2-15=75$ 이므로 $b=\pm 5\sqrt{3}$ 이에요. x 절편 사이 거리는 $10\sqrt{3}/3$ 이에요.
 따라서 $p=3, q=10$ 이고 $p+q=13$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번 · 로그의 성질

$2/\log_3 6=2\log_6 3=\log_6 9$ 예요.
 따라서 전체는 $\log_6 (4 \times 9)=\log_6 36=2$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번 · 등비수열

공비 $r > 0$ 에서 $a_5/a_3 = r^2 = 4$ 이므로 $r = 2$ 예요.
 $a_4 = a_1 r^3 = 3 \times 8 = 24$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번 · 함수의 좌우극한

$x \rightarrow -1+$ 에서 그래프 높이는 2예요.
 $x \rightarrow 2-$ 에서 높이는 3이므로 합은 5예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번 · 삼차함수의 극값

$f' = 6(x-1)(x+1)$ 이므로 극소점은 $x = 1$ 이에요.
 $f(1) = a - 4 = 2$ 에서 $a = 6$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번 · 미분계수

평균변화율이 모든 $h \neq 0$ 에서 $h^2 + 2h + 3$ 이에요.
 $h \rightarrow 0$ 으로 보내면 $f'(1) = 3$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번 · 로그함수의 최대최소

밑이 $1/2$ 이므로 감소함수예요. $x = 2$ 에서 3, $x = 5$ 에서 1을 가지므로 $\log_{1/2}((2-a)/(5-a)) = 2$ 예요.
비가 $1/4$ 이므로 $a = 1$ 이에요. $x = 2$ 에서 $b = 3$ 이고 $a + b = 4$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번 · 곱의 미분

접선 식에서 $f(0) = -1$, $f'(0) = 3$ 이에요.
 $g'(0) = f(0) + 2f'(0) = -1 + 6 = 5$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번 · 탄젠트함수의 주기

그림의 이웃한 같은 높이 두 점 사이 거리가 6이므로 주기는 6, $b = 1/6$ 이에요.
 $x = 2$ 에서 $3 = a \tan(\pi/3) = a\sqrt{3}$ 이므로 $a = \sqrt{3}$ 이에요. $a^2 b = 3/6 = 1/2$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번 · 적분 평균과 함숫값

연속함수의 평균 적분 극한에서 $f(0) = 1$ 이에요. 주어진 도함수를 적분하면 $f = x^3 - 2x^2 + x + 1$ 이에요.
따라서 $f(2) = 8 - 8 + 2 + 1 = 3$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 10번 · 역함수와 교점

두 곡선은 서로 역함수이고 증가함수예요. 서로 만나는 점은 $y = x$ 위에 있으므로 $P = (s, s)$ 이에요.
넓이 $s^2/2 = 2$ 에서 $s = \pm 2$ 인데 $a^s = 1 + s > 0$ 이므로 $s = 2$ 예요. $a^2 = 3$ 에서 $a = \sqrt{3}$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 11번 · 삼각방정식의 실근

$u=\cos x$ 로 놓으면 식은 $2-2u^2-3u=k$ 예요. 실근이 3개이려면 $u=-1$ 에서 한 개와 다른 내부 u 에서 두 개가 나와야 해요. 따라서 $k=3$ 이에요.

$2u^2+3u+1=0$ 에서 $u=-1, -1/2$ 이고 x 는 $\pi, 2\pi/3, 4\pi/3$ 이에요. 가장 큰 $\alpha=4\pi/3$ 이므로 $k\alpha=4\pi$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 12번 · 접선과 넓이 적분

B의 접선이 A를 지나므로 $f(k)-kf'(k)=1$ 이에요. $-2k^3+6k^2=0$ 에서 $k=3$ 이에요. 접선은 $y=1-x$ 예요.

$S_1 = \int (0 \text{부터 } 3 \text{까지}) (f(x)-(1-x))dx = \int x(x-3)^2 dx = 27/4$ 예요.

$S_2 = \int (0 \text{부터 } 3 \text{까지}) ((1-x)-g(x))dx$ 도 $27/4$ 이므로 $\int g = -3/2 - 27/4 = -33/4$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 13번 · 삼각함수와 외분점

A의 x 좌표를 α 라 하면 B는 $\alpha+\pi$ 이고 두 높이는 $\cos\alpha, -\cos\alpha$ 예요. AB를 3:1로 외분하는 C는 $x=\alpha+3\pi/2, y=-2\cos\alpha$ 예요.

C가 $k\sin x$ 위에 있으므로 $-k\cos\alpha=-2\cos\alpha$ 에서 $k=2$ 예요. 따라서 $\sin\alpha=1/\sqrt{5}, \cos\alpha=2/\sqrt{5}$ 예요.

C의 높이는 $-4/\sqrt{5}$, D의 높이는 $\sin\alpha=1/\sqrt{5}$ 이므로 $CD=\sqrt{5}$ 예요. B에서 CD까지 가로 거리는 $\pi/2$ 예요. 넓이는 $\sqrt{5}\pi/4$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 14번 · 매개변수와 최대최소

끝점과 임계점 $\pm t$ 를 비교하면 $g(t)$ 는 $0 < t \leq 1/2$ 에서 $9-9t^2$, $1/2 \leq t \leq 1$ 에서 $2t^3+8-6t^2$, $1 \leq t \leq 2$ 에서 $4t^3$, $t \geq 2$ 에서 $12t^2-16$ 이에요.

$\neg$: $g(2)=32$ 이므로 참이에요. $\cup$: $g(t)=2f(-t)=4t^3$ 인 t 의 범위는 $[1, 2]$ 이므로 최댓값과 최솟값 합이 3으로 참이에요.

$\cap$: $t=1/2$ 에서 오른쪽 미분계수는 $-9/2$, 왼쪽 미분계수는 -9 예요. 차는 $9/2$ 라서 5가 아니예요. 따라서 $\neg, \cup$ 을 골라요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 15번 · 지수로그 점화식

a_n 은 $n \geq 2$ 에서 음수가 아니예요. $a_5 < 1$ 이면 $a_6=8$ 이라 합이 1일 수 없으므로 $a_5 \geq 1$ 이에요. $a_5 + \log_2 a_5 = 1$ 에서 $a_5=1, a_6=0$ 이에요.

$a_5=1$ 로 가려면 $a_4=2$ 여야 해요. $a_4=2$ 의 앞항은 $a_3 < 1$ 또는 $a_3=4$ 예요. 전자는 $a_2 \in [1, 2)$, 후자는 $a_2=16$ 을 줘요.

$a_2 \in [1, 2)$ 이라면 $a_1 \in [2, 4)$ 이고, $a_2=16$ 이면 $a_1=2^{16}$ 이에요. $a_1 < 1$ 에서는 $a_2=1/2$ 라 이 경우에 포함되지 않아요.

따라서 $m=2, M=65536$ 이고 $\log_2(M/m)=\log_2 32768=15$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 16번 · 다항식의 극한

분자 $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$ 이에요.

$x \neq 2$ 에서 약분한 뒤 극한을 취하면 5예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 17번 · 지수함수의 평행이동

이동한 그래프는 $y=4^{x-1}+a$ 예요.

$(3/2, 5)$ 를 넣으면 $5=2+a$ 이므로 $a=3$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 18번 · 다항식의 무한대 극한

유한한 극한 조건에서 f 의 최고차항은 $2x^2$ 이고 일차항 계수는 5예요.

$f(0)=1$ 이므로 $f=2x^2+5x+1$ 이고 $f(1)=8$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 19번 · 운동 방향과 가속도

속도는 $6t^3 - 24t^2 + 30t - 12 = 6(t-1)^2(t-2)$ 이예요. 양수 시각 중 부호가 바뀌는 곳은 $t=2$ 뿐이예요.
가속도는 $18t^2 - 48t + 30$ 이므로 $t=2$ 에서 6이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 20번 · 등차수열의 부분합

$S_7 = S_8$ 이 최솟값이므로 $a_8 = 0$, $a_n = d(n-8)$ 이고 $d > 0$ 이예요. $S_n = (d/2)n(n-15)$ 이예요.
 $m > 8$ 에서 $|S_m| = S_{2m}$ 이면 m 은 15보다 작아야 해요. $15-m=2(2m-15)$ 에서 $m=9$ 예요.
 $S_{18} = 27d = 162$ 이므로 $d=6$ 이고 $a_{13} = 6 \times 5 = 30$ 이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 21번 · 삼각형의 거리와 좌표

$OP=u$ 라 하면 코사인법칙에서 $4=u^2+60-15u$ 이므로 $u=7$ 또는 8이예요. 두 점은 서로 다르고 $OP > OQ$ 이므로 $OP=8$, $OQ=7$ 이예요.
거리 제곱 차로 $P=(2, 2\sqrt{15})$, $Q=(-7/4, 7\sqrt{15}/4)$ 를 얻어요.
삼각형 OAP의 넓이는 $2\sqrt{15}$, 삼각형 OPQ의 넓이는 $7\sqrt{15}/2$ 이므로 삼각형 OAPQ 넓이는 $11\sqrt{15}/2$ 예요. 따라서 $pq=22$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 공통 22번 · 도함수의 절댓값과 적분

안쪽 구간에서 $g'=-x+a$ 이고 $x=1$ 이 극점이므로 $a=1$ 이예요. g' 의 연속성에서 $f(-2)=3$, $f(2)=1$ 이예요. 바깥 구간에서 $f=|g'| \geq 0$ 이고 다른 극점 b 가 있으려면 이차식 f 는 바깥에서 중근 b 를 가져야 해요.
 $f=A(x-b)^2$ 에 경계값을 넣으면 $(b+2)^2/(b-2)^2=3$ 이예요. $|b| \geq 2$ 조건에서 $b=4+2\sqrt{3}$ 이고 $A>0$ 이예요.
 $x \leq -2$ 에서는 $g'=f>0$ 이고 $g(-2)=-4$ 라 영점이 없어요. 안쪽의 영점은 0,2예요. 오른쪽에서는 $2 < x < b$ 에서 $g'=-f$, $x>b$ 에서 $g'=f$ 여야 b 가 극점이예요.
따라서 $x>b$ 에서 $g(x)=(A/3)\{(x-b)^3-(b-2)^3\}$ 이고 유일한 추가 영점은 $2b-2=6+4\sqrt{3}$ 이예요. 모든 영점의 합은 $8+4\sqrt{3}$ 이므로 $pq=32$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번 · 중복순열과 중복조합

${}_3P_2=3^2=9$ 이고 ${}_2H_3=C(4,3)=4$ 예요.
합은 13이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번 · 집합의 분배

합집합에서 빠질 원소를 6가지로 골라요. 나머지 다섯 원소는 $A \cap B$ 가 비므로 각각 A 또는 B 한 곳에만 들어가요.
따라서 순서쌍의 수는 $6 \times 2^5 = 192$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번 · 조합과 원순열

A,B,C 외에 네 명 중 두 명을 $C(4,2)=6$ 가지로 골라요.
선택된 다섯 명의 원순열은 $4!=24$ 가지이므로 전체는 144가지예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번 · 자연수해의 개수

$y, z, w \geq 1$ 이므로 $x=1$ 또는 2예요. $x=1$ 이면 $y+z+w=8$ 의 양의 정수해가 $C(7,2)=21$ 개예요.
 $x=2$ 이면 합이 5이므로 $C(4,2)=6$ 개예요. 전체는 27개예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번 · 이항정리와 계수 합

계수 합은 $x=1$ 을 대입한 $(a-2/a)^7=10$ 이에요. $a>0$ 에서 $a-2/a=1$ 을 풀면 $a=2$ 예요.
일반항의 x 지수는 $7-2r$ 이므로 -1 이 되려면 $r=4$ 예요. 계수는 $C(7,4) \times 2^3 \times (-1)^4=280$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번 · 같은 것이 있는 순열과 틈

곱이 짝수이라면 홀수 카드끼리 이웃하면 안 돼요. 빠지는 숫자별로 나누고 짝수 카드를 먼저 나열한 틈에 홀수를 넣어요.
1을 빼면 짝수 나열 4가지, 다섯 틈 중 세 곳 선택 10가지, 홀수 나열 3가지로 120가지예요. 2를 빼면 짝수 나열 3가지와 네 틈에 홀수 나열 6가지로 18가지예요.
3을 빼면 첫 경우와 같이 120가지예요. 4를 빼면 짝수 나열 1가지와 홀수 나열 6가지로 6가지예요. 합은 264가지예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번 · 함수값의 합과 중복조합

$m=f(4)$ 라 하면 첫 세 함수값이 양수이므로 $m=3,4,5$ 예요. 앞 세 값의 선택 수는 $C(m-1,2)$ 예요.
뒤 네 값의 합은 $2m$ 이에요. $m=3$ 이면 양의 정수해 $C(5,3)=10$ 개, $m=4$ 이면 $C(7,3)=35$ 개로 모두 5 이하예요.
 $m=5$ 이면 전체 $C(9,3)=84$ 개에서 한 값이 6 이상인 $4C(4,3)=16$ 개를 빼 68개예요. 두 값이 동시에 6 이상일 수는 없어요.
따라서 $1 \times 10 + 3 \times 35 + 6 \times 68 = 523$ 개예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번 · 연속 블록의 경우의 수

연속된 aaa는 정확히 한 블록이에요. 두 블록이면 a가 6개 이상이고, 겹치면 a가 4개 이상 연속되어 모두 금지돼요. 블록 양옆에 문자가 있으면 b 또는 c여야 해요.
블록이 맨 앞 또는 맨 뒤면 나머지 네 자리의 첫 인접 문자가 b,c인 경우는 $2 \times 3^3=54$ 개예요. a가 세 개 추가되는 2개와 bbb 또는 ccc가 생기는 8개를 빼 44개예요.
블록이 두 번째 또는 네 번째 자리에서 시작하면 양쪽 인접 문자가 b,c라 $2^2 \times 3^2=36$ 개예요. 길이 3인 나머지 쪽이 bbb 또는 ccc인 4개를 빼 32개예요. 가운데서 시작하면 남은 두 쪽 길이가 모두 2라 36개가 그대로 가능해요.
합은 $44+32+36+32+44=188$ 개예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번 · 무리식의 극한

유리화하면 $(3n-1)/(\sqrt{4n^2+3n}+\sqrt{4n^2+1})$ 이에요.
분자와 분모를 n 으로 나누면 극한은 $3/(2+2)=3/4$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번 · 곱의 미분

$f'=e^x\{(2\sin x+\cos x)+(2\cos x-\sin x)\}=e^x(\sin x+3\cos x)$ 이에요.
 $x=0$ 에서 값은 3이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번 · 급수 수렴과 수열 극한

급수가 수렴하므로 일반항의 극한은 0이에요. $2^{n+1}/(2^n+1) \rightarrow 2$ 이므로 $a_n \rightarrow 2$ 예요.
구하는 식을 2^n 으로 나누면 $(a_n+10)/(1+3/2^n) \rightarrow 12$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번 · 미분계수와 지수로그함수

극한 조건에서 $f(e)=g(e)$, $f'(e)=g'(e)$ 예요. 따라서 $a^e=2/\ln b$, $a^e \ln a=2/(e \ln b)$ 이예요.
두 식을 나누면 $\ln a=1/e$ 예요. $a^e=e$ 를 첫 식에 넣으면 $\ln b=2/e$ 이므로 $\ln(ab)=3/e$, $ab=e^{3/e}$ 이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번 · 원과 삼각함수 극한

원주각 정리에서 $OP=2\sin\theta$ 예요. $\angle OPQ=\theta/3$ 이므로 같은 원의 현 $OQ=2\sin(\theta/3)$ 이고 $\angle QOP=2\theta/3$ 이예요.
 $f(\theta)=(1/2)OP \times OQ \sin(2\theta/3)=2\sin\theta \sin(\theta/3)\sin(2\theta/3)$ 이예요.
 θ^3 으로 나누고 $\sin u/u \rightarrow 1$ 을 쓰면 극한은 $2 \times 1 \times (1/3) \times (2/3)=4/9$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번 · 반복 도형과 원호

$A=(0,0)$, $B_1=(2,0)$, $C_1=(2,\sqrt{3})$, $D_1=(1,\sqrt{3})$ 로 놓으면 원 방정식은 $x^2+y^2-2x-2y/\sqrt{3}=0$ 이고 $E_1=(2,2/\sqrt{3})$ 이예요.
두 활꼴 D_1E_1 과 B_1E_1 은 같은 중심각 $\pi/3$ 을 가져 넓이가 같아요. 첫 색칠 넓이는 삼각형 $C_1D_1E_1$ 에서 한 활꼴을 빼고 다른 활꼴을 더한 값이라 $\sqrt{3}/6$ 이예요.
다음 사다리꼴 길이비를 λ 라 하면 $C_2=(2\lambda,\sqrt{3}\lambda)$ 가 원 위에 있어 $7\lambda^2-6\lambda=0$, $\lambda=6/7$ 이예요. 넓이비는 $36/49$ 예요.
따라서 극한은 $(\sqrt{3}/6)/(1-36/49)=49\sqrt{3}/78$ 이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번 · 접하는 원과 반각공식

$\theta=\angle BOC$ 라 하고 OC 를 가로축으로 잡아요. 원의 반지름을 r 라 하면 중심은 $I=(8\cos\theta+r,r)$ 이예요. 다른 접선 OE 와 OC 사이 각을 δ 라 하면 $\cos\delta=7/25$, $\sin\delta=24/25$ 예요.
중심은 두 접선의 각이등분선 위에 있으므로 $\tan(\delta/2)=3/4$ 에서 중심 x 좌표가 $4r/3$ 이예요. 따라서 $r=24\cos\theta$ 예요.
 $OI=5r/3$ 이고 큰 원에 내접하므로 $OI=8-r$ 이예요. 따라서 $r=3$, $\cos\theta=1/8$, $\sin\theta=3\sqrt{7}/8$ 이예요.
 $\angle AOE=\pi/2-\theta+\delta$ 이므로 $\sin\angle AOE=\cos(\theta-\delta)=(7+72\sqrt{7})/200$ 이예요. 따라서 $200(p+q)=79$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번 · 좌우미분과 자기닮음 함수

정수 n 에서 f 의 왼쪽·오른쪽 미분계수를 L, R 이라 해요. 대칭차분 정의에서 $g(n)=L+R$ 이고 $g(n-)=2L$, $g(n+)=2R$ 이예요. 주어진 좌변은 $2R-2L+2(L+R)=4R$ 이예요.
따라서 오른쪽 미분계수는 $\ln 2/2^{26}$ 이어야 해요. 짝수 $n=2m$ 에서는 $R=(-1/2)^m \ln 2$ 이므로 $m=26$, $n=52$ 예요.
홀수 $n=2m+1$ 에서는 $R=-2(-1/2)^m \ln 2$ 이므로 $m=27$, $n=55$ 예요. 두 경우 모두 부호도 양수로 맞아요.
모든 n 의 합은 $52+55=107$ 이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번 · 평면벡터의 합

$B=(0,0)$, $A=(0,2)$, $D=(2,2)$ 로 놓으면 $M=(1,2)$, $N=(2,1)$ 이예요.
 BM 벡터+ DN 벡터 $=(1,2)+(0,-1)=(1,1)$ 이므로 크기는 $\sqrt{2}$ 예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번 · 쌍곡선의 점근선

점근선 기울기는 $\sqrt{8}/a=\sqrt{2}$ 이므로 $a=2$ 예요.
초점거리 $c=\sqrt{a^2+8}=2\sqrt{3}$ 이므로 두 초점 사이는 $2c=4\sqrt{3}$ 이예요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번 · 타원의 접선

$OF = \sqrt{(40-15)^2} = 5$ 이고 $FQ = 5$ 이므로 $Q = (10, 0)$ 이에요. $P = (x, y)$ 에서 접선의 x절편은 $40/x = 10$ 이므로 $x = 4$ 이에요. 타원 식에서 $y^2 = 15(1 - 16/40) = 9$, $y = 3$ 이에요. 삼각형 POQ 넓이는 $(1/2) \times 10 \times 3 = 15$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번 · 쌍곡선과 정삼각형

$c = 3\sqrt{3}$, $Q = (0, q)$ 라 해요. 정삼각형의 제1사분면 꼭짓점은 $P = (c/2 + \sqrt{3}q/2, q/2 + \sqrt{3}c/2)$ 이에요. F', Q, P 가 일직선이라는 조건을 대입하면 $\sqrt{3}q^2 + 2cq - \sqrt{3}c^2 = 0$ 이고 $q > 0$ 에서 $q = c/\sqrt{3} = 3$ 이에요. 따라서 $P = (3\sqrt{3}, 6)$, $PF = 6$, $PF' = 12$ 이에요. 쌍곡선의 주축 길이는 두 초점거리 차인 6이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번 · 타원과 원의 접선

원의 반지름을 $r = AF$ 라 하면 타원의 장축 길이는 $2(r+5)$ 이에요. PF' 가 원에 접하므로 $PF \perp PF'$ 이고 $PF'^2 = 100 - r^2$ 이에요. $QF' \perp PF'$ 이므로 QF' 와 PF 는 평행해요. Q 는 위쪽에 있으므로 QF 의 두 직교 성분은 PF' 와 $r + QF' = 5r/2$ 이에요. 따라서 $QF^2 = 100 - r^2 + 25r^2/4$ 이에요. 타원의 거리 합에서 $QF = 2r + 10 - 3r/2 = r/2 + 10$ 이에요. 제곱식을 비교하면 $5r^2 - 10r = 0$ 이고 $r > 0$ 에서 $r = 2$ 이에요. 장축 길이는 $2(r+5) = 14$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번 · 포물선과 지름인 원

$P = (t^2, 2t)$, $Q = (s^2, 2s)$ 로 놓고 $t > s > 0$ 이라 해요. $H = (-1, 2t)$ 이므로 $\tan \alpha = 2(t-s)/(1+s^2)$, $\tan \beta = 2/(t+s)$ 이에요. 비 조건에서 $1+s^2 = 3(t^2-s^2)$ 이에요. 원의 지름이 PF 이므로 $PQ \perp QF$ 이고, 기울기를 곱하면 $(t+s)(1-s^2) = 4s$ 이에요. $v = t+s$ 로 놓고 두 식을 정리하면 $(3v^2-2)(v-2s) = 0$ 이에요. $P \neq Q$ 에서 $v-2s = t-s \neq 0$ 이므로 $v^2 = 2/3$ 이에요. $QH^2/PQ^2 = \{9v^2+4\}/\{v^2+4\} = 15/7$ 이므로 $QH/PQ = \sqrt{105/7}$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번 · 두 쌍곡선의 거리 차

원래 쌍곡선에서 접선의 x절편 q 는 $a^2/(9/2) = 2a^2/9$ 이에요. 새 쌍곡선의 주축 길이는 $2q$ 이에요. F', S, R, P 가 같은 직선 위이므로 $RS = RF' - SF'$ 이에요. 두 가지의 거리 차를 쓰면 $RF' - RF = 2q$, $SF - SF' = 2q$ 이에요. 따라서 $RS + SF - RF = 4q = 8$ 에서 $q = 2$, $a^2 = 9$ 이에요. 원래 쌍곡선 식에서 $k^2 = 27((9/2)^2/9 - 1) = 135/4$ 이에요. $4(a^2 + k^2) = 4(9 + 135/4) = 171$ 이에요.

2023학년도 4월(5월 10일 시행) 고3 전국연합학력평가 수학 기하 30번 · 벡터 방향과 포물선

포물선 위 $P = (1+y^2/2, y)$ 에서 OP 의 기울기는 $y/(1+y^2/2)$ 이에요. 그 절댓값의 최댓값은 $|y| = \sqrt{2}$ 에서 $1/\sqrt{2}$ 이에요. $X = A + k(OP/|OP|)$ 이므로 X 는 중심 $A = (1, 0)$, 반지름 k 인 원 중 방향 기울기 절댓값이 $1/\sqrt{2}$ 이하인 오른쪽 호를 움직여요. 이 호와 포물선의 교점을 $(1+z^2/2, z)$ 라 하면 A 에서의 방향 기울기 절댓값은 $|2/z|$ 이므로 $|z| \geq 2\sqrt{2}$ 이에요. $k^2 = z^4/4 + z^2$ 는 $z^2 \geq 8$ 에서 증가하므로 최소는 $8^2/4 + 8 = 24$ 이에요. 이때 위아래 두 교점이 모두 생기므로 $m^2 = 24$ 이에요.

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
6	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
7	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
8	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
9	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
10	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
11	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
12	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
13	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
14	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
15	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
23	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
24	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
25	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
26	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
27	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
28	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

16번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

17번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

18번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

19번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

20번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

21번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

22번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

29번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)

30번

백	십	일
(0)	(0)	(0)
(1)	(1)	(1)
(2)	(2)	(2)
(3)	(3)	(3)
(4)	(4)	(4)
(5)	(5)	(5)
(6)	(6)	(6)
(7)	(7)	(7)
(8)	(8)	(8)
(9)	(9)	(9)