Aldus Libris

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

문제만 · 수능형

46문항

문제의 문장·수식·그림·선택지는 시행기관의 원문 그대로 담았어요. 문항마다 출처를 확인할 수 있고, 뒤쪽에서 공식 정답과 대조한 답을 볼 수 있어요.

공통 1-22번을 풀고, 확률과 통계·미적분·기하 중 한 과목의 23-30번을 선택해요. 한 과목을 선택하면 30문항, 100점, 100분이에요. 홀수형이 있는 시험은 홀수형을 수록했어요.

이 책은 문제와 정답에 집중해요. 풀이가 필요하면 같은 문항을 담은 「개념과 풀이」 또는 「문제와 팁」을 이용해 보세요.

출처와 이용 안내

Aldus Libris

수록 기출문제는 각 시행기관의 저작물이며, 사용 허가를 받아 실었어요. 이 책은 Aldus Libris에서 편집했어요. 모든 미리보기와 전체 파일을 무료로 이용할 수 있어요.

이 책은 Aldus Libris의 편집물이에요. 시행기관의 로고를 사용하지 않으며, 해당 기관의 공식 발행이나 후원을 뜻하지 않아요.

수록 시험

2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 1번

1. $\log_3 x = 3$일 때, x의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 2번

2. $\int_0^3 (x+1)^2 dx$의 값은? [2점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 3번

3. 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$의 주기는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

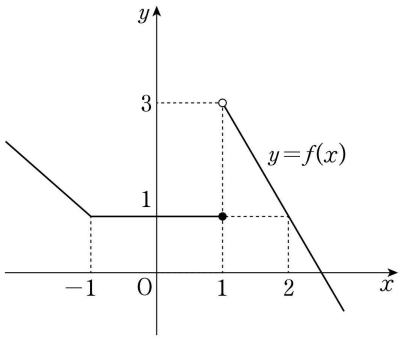
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 4번

4. 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합이 $n^2 - 5n$일 때, $a_1 + d$의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 5번

5. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



함수 $(x^2 + ax + b)f(x)$가 $x = 1$에서 연속일 때, $a + b$의 값은? (단, a, b는 실수이다.) [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 6번

6. 곡선 $y = 6^{-x}$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(a, 6^{-a})$, $\mathrm{B}(a+1, 6^{-a-1})$에 대하여 선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. 6^{-a}의 값은? [3점]

① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 7번

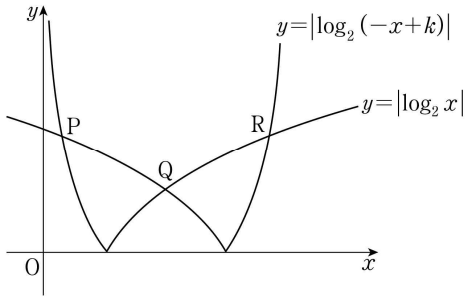
7. 두 함수 $f(x) = |x+3|$, $g(x) = 2x + a$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 8번

8. 2보다 큰 상수 k에 대하여 두 곡선 $y = |\log_2(-x+k)|$, $y = |\log_2 x|$가 만나는 세 점 P, Q, R의 x좌표를 각각 x_1, x_2, x_3이라 하자. $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$일 때, $x_1 + x_3$의 값은? (단, $x_1 < x_2 < x_3$) [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통 9번

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{22}$의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
10번

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 3보다 작은 실수 a에 대하여 함수 $g(x)=|(x-a)f(x)|$가 $x=3$에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 32일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
11번

11. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} \sin x & \left(0 \le x \le \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)-\sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \le 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$의 교점의 개수를 a_k라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

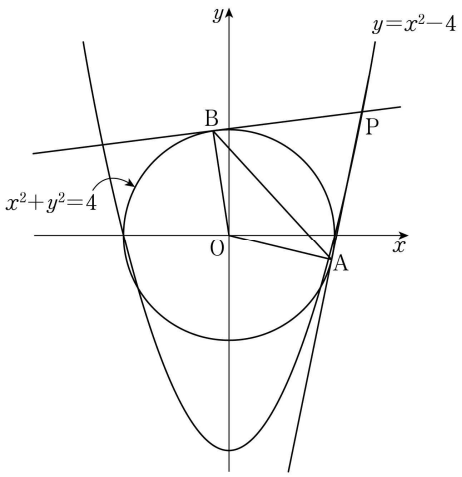
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
12번

12. 곡선 $y=x^2-4$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, t^2-4)$에서 원 $x^2+y^2=4$에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$라 할 때,

$$\lim_{t\to 2+}\frac{T(t)}{(t-2)S(t)}+\lim_{t\to\infty}\frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t>2$이다.) [4점]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
13번

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x에 대하여 $2f(x)=g(x)-g(-x)$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a^2 \le 3b$
ㄴ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $f'(x)=0$이 실근을 가지면 $g'(1)=1$이다.

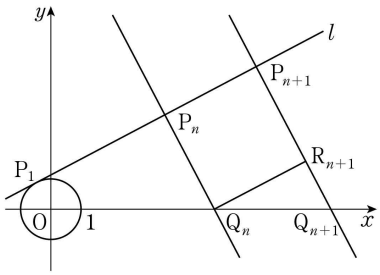
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
14번

14. 모든 자연수 n에 대하여 직선 $l: x-2y+\sqrt{5}=0$ 위의 점 P_n과 x축 위의 점 Q_n이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$과 직선 l이 서로 수직이다.
- $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이고 점 P_{n+1}의 x좌표는 점 P_n의 x좌표보다 크다.

다음은 점 P_1이 원 $x^2+y^2=1$과 직선 l의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여 삼각형 $\mathrm{OQ}_n\mathrm{P}_n$의 넓이를 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



자연수 n에 대하여 점 Q_n을 지나고 직선 l과 평행한 직선이 선분 $\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}$과 만나는 점을 R_{n+1}이라 하면 사각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$은 정사각형이다.

직선 l의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$$\overline{\mathrm{R}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}}=\boxed{\text{(가)}}\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고

$$\overline{\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_{n+1}}=\left(1+\boxed{\text{(가)}}\right)\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$$

이다. 이때, $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1}=1$이므로 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\boxed{\text{(나)}}$이다.

그러므로 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_n}=\sum_{k=1}^{n-1}\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{P}_{k+1}}=\boxed{\text{(다)}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여 삼각형 $\mathrm{OQ}_n\mathrm{P}_n$의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}\times\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_n}=\frac{1}{2}\times\boxed{\text{(나)}}\times\left(\boxed{\text{(다)}}\right)$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(6p)+g(8p)$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
15번

15. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=f'(0)=0$을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)dt+5 & (x<c)\\ \left|\displaystyle\int_0^x f(t)dt-\frac{13}{3}\right| & (x\geq c)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c의 개수가 1일 때, $g(1)$의 최댓값은? [4점]

① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
16번

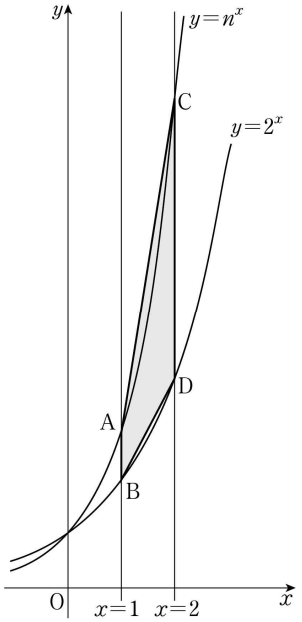
16. 함수 $f(x)=2x^2+ax+3$에 대하여 $x=2$에서의 미분계수가 18일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
17번

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=12-4t$일 때, 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
18번

18. 그림과 같이 3 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$이 직선 $x=1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$이 직선 $x=2$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [3점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
19번

19. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2}=\begin{cases} a_n-3 & (n=1,\ 3) \\ a_n+3 & (n=2,\ 4) \end{cases}$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=a_{n+6}$이 성립한다.

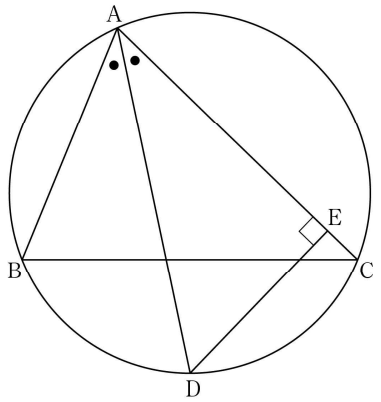
$\sum_{k=1}^{32} a_k=112$일 때, a_1+a_2의 값을 구하시오. [3점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
20번

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x)=-f(1+x)$를 만족시킨다. 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=-6x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $4S$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
21번

21. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$인 예각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 D, 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. 선분 AE의 길이를 k라 할 때, $12k$의 값을 구하시오. [4점]



서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 공통
22번

22. 양수 a에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$$|x(x-2)|g(x)=x(x-2)(|f(x)|-a)$$
이다.

(나) 함수 $g(x)$는 $x=0$과 $x=2$에서 미분가능하다.

$g(3a)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 23번

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(60, \frac{5}{12}\right)$를 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 24번

24. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 25번

25. 같은 종류의 공책 10권을 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 줄 때, A와 B가 각각 2권 이상의 공책을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 26번

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, 두 수 a, b의 최대공약수가 홀수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 27번

27. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(8, 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(12, 2^2)$을 따르고, 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$와 $g(x)$이다.
두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표를 a라 할 때, $\mathrm{P}(8 \le Y \le a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1359 ② 0.1587 ③ 0.2417
④ 0.2857 ⑤ 0.3085

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 28번

28. 집합 $X=\{x \mid x$는 8 이하의 자연수$\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f가 4 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $f(2n-1)<f(2n)$일 때, $f(1)=f(5)$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 29번

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 모든 숫자가 한 개 이상씩 포함되도록 중복을 허락하여 6개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 같은 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 확률과 통계 30번

30. 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 X라 할 때, 확률변수 X는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X=4)=16\times\mathrm{P}(X=16)=\frac{1}{81}$

(나) $\mathrm{E}(X)=9$

$\mathrm{V}(X)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 23번

23. $\int_{2}^{4} \frac{6}{x^2} dx$ 의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 24번

24. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - 4n}{n} = 1$일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{5n + a_n}{3n-1}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 25번

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>2)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x = t\ln t,\ \ y = \frac{4t}{\ln t}$$

이다. 시각 $t = e^2$에서 점 P의 속력은? [3점]

① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

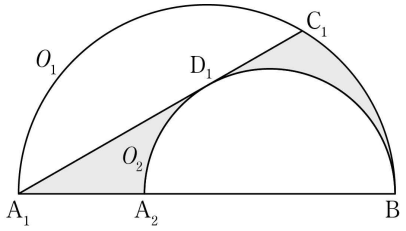
서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 26번

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1B를 지름으로 하는 반원 O_1이 있다. 호 BA_1 위에 점 C_1을 $\angle BA_1C_1 = \frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 A_2B를 지름으로 하는 반원 O_2가 선분 A_1C_1과 접하도록 선분 A_1B 위에 점 A_2를 잡는다. 반원 O_2와 선분 A_1C_1의 접점을 D_1이라 할 때, 두 선분 A_1A_2, A_1D_1과 호 D_1A_2로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1과 두 호 BC_1, BD_1로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

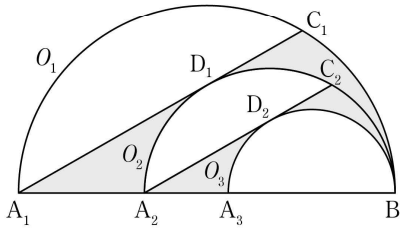
그림 R_1에서 호 BA_2 위에 점 C_2를 $\angle BA_2C_2 = \frac{\pi}{6}$가 되도록 잡고, 선분 A_3B를 지름으로 하는 반원 O_3이 선분 A_2C_2와 접하도록 선분 A_2B 위에 점 A_3을 잡는다. 반원 O_3과 선분 A_2C_2의 접점을 D_2라 할 때, 두 선분 A_2A_3, A_2D_2와 호 D_2A_3으로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2와 두 호 BC_2, BD_2로 둘러싸인 부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$ ② $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$
④ $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 27번

27. 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

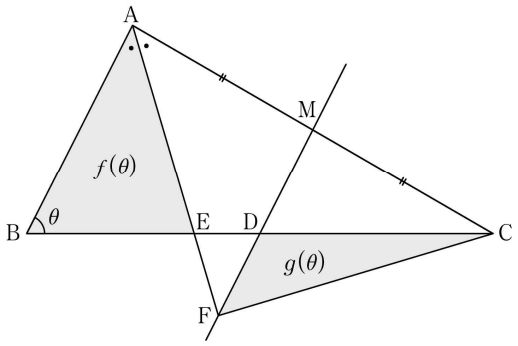
(가) $x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) > f(x_2)$이다.
(나) 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이고 최솟값은 -2이다.

$\int_{-1}^{3} f(x)dx = 3$일 때, $\int_{-2}^{1} f^{-1}(x)dx$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 28번

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\angle BAC$의 이등분선이 두 직선 BC, DM과 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\angle CBA = \theta$일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 DFC의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [4점]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 29번

29. 함수 $f(x) = \sin(ax)\ (a \neq 0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\int_{0}^{\frac{\pi}{a}} f(x)dx \geq \frac{1}{2}$
(나) $0 < t < 1$인 모든 실수 t에 대하여
$$\int_{0}^{3\pi} |f(x)+t|dx = \int_{0}^{3\pi} |f(x)-t|dx$$
이다.

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 미적분 30번

30. 서로 다른 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$를
$$f(x) = -\frac{ax^3+bx}{x^2+1}$$
라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \neq 0$이고, 두 함수 $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$, $h(x) = (g \circ f)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2) = h(0)$
(나) $g'(2) = -5h'(2)$

$4(b-a)$의 값을 구하시오. [4점]

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 23번

23. 두 벡터 $\vec{a}=(m-2,\ 3)$과 $\vec{b}=(2m+1,\ 9)$가 서로 평행할 때, 실수 m의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 24번

24. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 1,\ -2)$, $\mathrm{B}(2,\ 4,\ 1)$에 대하여 선분 AB가 xy평면과 만나는 점을 P라 할 때, 선분 AP의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 25번

25. 양수 a에 대하여 기울기가 $\frac{1}{2}$인 직선이 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$과 포물선 $y^2=ax$에 동시에 접할 때, 포물선 $y^2=ax$의 초점의 x좌표는? [3점]

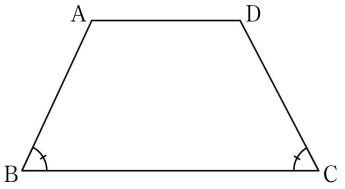
① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 26번

26. 그림과 같이 변 AD가 변 BC와 평행하고 $\angle\mathrm{CBA}=\angle\mathrm{DCB}$인 사다리꼴 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|=2,\ |\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=4,\ |\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=2\sqrt{5}$$

일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|$의 값은? [3점]



① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 27번

27. 좌표공간에 $\overline{\mathrm{OA}}=7$인 점 A가 있다. 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 구 S와 xy평면이 만나서 생기는 원의 넓이가 25π이다. 구 S와 z축이 만나는 두 점을 각각 B, C라 할 때, 선분 BC의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $2\sqrt{46}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{13}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 28번

28. 삼각형 ABC와 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}=0,\ \frac{|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|}{|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|}=3$

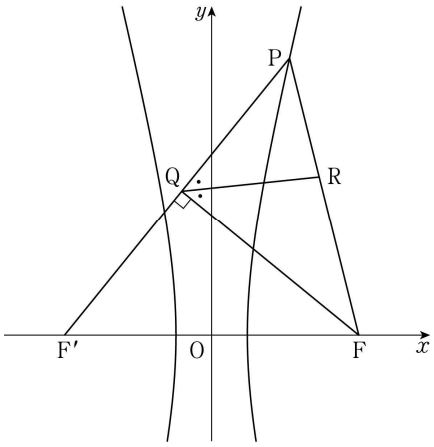
(나) $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}|\overrightarrow{\mathrm{PB}}||\overrightarrow{\mathrm{PC}}|=-2|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|^2$

직선 AP와 선분 BC의 교점을 D라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=k\overrightarrow{\mathrm{PD}}$이다. 실수 k의 값은? [4점]

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하 29번

29. 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{16}=1$이 있다. 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 점 F에서 선분 PF′에 내린 수선의 발을 Q라 하고, $\angle\mathrm{FQP}$의 이등분선이 선분 PF와 만나는 점을 R라 하자. $4\overline{\mathrm{PR}}=3\overline{\mathrm{RF}}$일 때, 삼각형 PF′F의 넓이를 구하시오. (단, 점 F의 x좌표는 양수이고, $\angle\mathrm{F'PF}<90°$이다.) [4점]

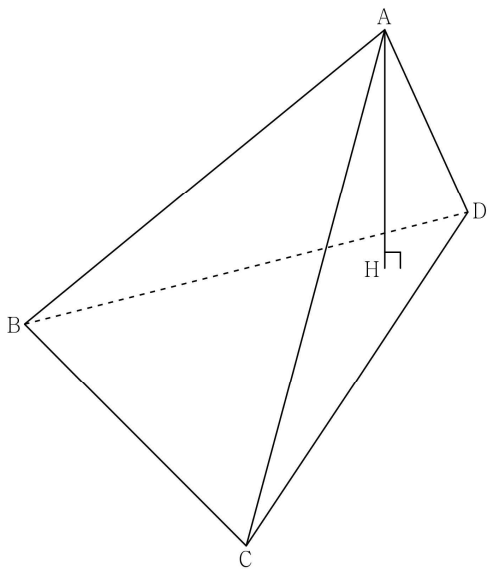


서울특별시교육청 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학 기하
30번

30. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 직선 DH가 선분 BC와 만나는 점을 E라 할 때, 점 E가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle AEH = \angle DAH$
(나) 점 E는 선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점이고 $\overline{DE} = 4$이다.

삼각형 AHD의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



정답 · 2021학년도 10월 고3 전국연합학력평가 수학

공통

1번 ④ 2번 ④ 3번 ③ 4번 ② 5번 ② 6번 ①

7번 ③ 8번 ③ 9번 ⑤ 10번 ① 11번 ④ 12번 ②

13번 ① 14번 ⑤ 15번 ⑤ 16번 10 17번 20 18번 18

19번 7 20번 2 21번 84 22번 108

확률과 통계

23번 ④ 24번 ② 25번 ③ 26번 ⑤ 27번 ① 28번 ②

29번 150 30번 23

미적분

23번 ① 24번 ③ 25번 ④ 26번 ② 27번 ⑤ 28번 ③

29번 14 30번 10

기하

23번 ③ 24번 ① 25번 ② 26번 ④ 27번 ⑤ 28번 ①

29번 32 30번 7

수학 연습 답안지

시험명: _____ 이름: _____ 선택과목: _____

시험 한 회를 골라 사용해요. 답은 0-999 범위의 정수로 표시해요.

1	①	②	③	④	⑤
2	①	②	③	④	⑤
3	①	②	③	④	⑤
4	①	②	③	④	⑤
5	①	②	③	④	⑤
6	①	②	③	④	⑤
7	①	②	③	④	⑤
8	①	②	③	④	⑤
9	①	②	③	④	⑤
10	①	②	③	④	⑤
11	①	②	③	④	⑤
12	①	②	③	④	⑤
13	①	②	③	④	⑤
14	①	②	③	④	⑤
15	①	②	③	④	⑤
23	①	②	③	④	⑤
24	①	②	③	④	⑤
25	①	②	③	④	⑤
26	①	②	③	④	⑤
27	①	②	③	④	⑤
28	①	②	③	④	⑤

16번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

17번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

18번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

19번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

20번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

21번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

22번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

29번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨

30번

백	십	일
☐	☐	☐
⓪	⓪	⓪
①	①	①
②	②	②
③	③	③
④	④	④
⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨